



Ensino Médio

# 2ª série

## Física

### Termologia, Óptica e Ondulatória

Manual exclusivo do aluno

## Capítulo 1

### Termometria

Chamamos de Termologia a parte da física que estuda os fenômenos relativos ao calor, aquecimento, resfriamento, mudanças de estado físico, mudanças de temperatura, etc.

Termometria é a parte da termologia voltada para o estudo da temperatura, dos termômetros e das escalas termométricas.

### Temperatura

Temperatura é a grandeza que caracteriza o estado térmico de um corpo ou sistema.

Fisicamente o conceito dado a quente e frio é um pouco diferente do que costumamos usar no nosso cotidiano.

Podemos definir como quente um corpo que tem suas moléculas agitando-se muito, ou seja, com alta energia cinética. Analogamente, um corpo frio, é aquele que tem baixa agitação das suas moléculas.

Ao aumentar a temperatura de um corpo ou sistema pode-se dizer que está se aumentando o estado de agitação de suas moléculas.

Ao tirarmos uma garrafa de água mineral da geladeira ou ao retirar um bolo de um forno, percebemos que após algum tempo, ambas tendem a chegar à temperatura do ambiente.

Ou seja, a água "esquenta" e o bolo "esfria". Quando dois corpos ou sistemas atingem a mesma temperatura, dizemos que estes corpos ou sistemas estão em equilíbrio térmico.

### Escalas Termométricas

Para que seja possível medir a temperatura de um corpo, foi desenvolvido um aparelho chamado termômetro.

O termômetro mais comum é o de mercúrio, que consiste em um vidro graduado com um bulbo de paredes finas que é ligado a um tubo muito fino, chamado tubo capilar.

Quando a temperatura do termômetro aumenta, as moléculas de mercúrio aumentam sua agitação fazendo com que este se dilate, preenchendo o tubo capilar. Para cada altura atingida pelo mercúrio está associada uma temperatura.

A escala de cada termômetro corresponde a este valor de altura atingida.

### Escala Celsius

É a escala usada no Brasil e na maior parte dos países, oficializada em 1742 pelo astrônomo e físico sueco Anders Celsius (1701-1744).

Esta escala tem como pontos de referência a temperatura de congelamento da água sob pressão

normal (0 °C) e a temperatura de ebulição da água sob pressão normal (100 °C).

### Escala Fahrenheit

Outra escala bastante utilizada, principalmente nos países de língua inglesa, criada em 1708 pelo físico alemão Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736), tendo como referência a temperatura de uma mistura de gelo e cloreto de amônia (0 °F) e a temperatura do corpo humano (100 °F).

Em comparação com a Escala Celsius:

$$0\text{ }^{\circ}\text{C} = 32\text{ }^{\circ}\text{F}$$

$$100\text{ }^{\circ}\text{C} = 212\text{ }^{\circ}\text{F}$$

### Escala Kelvin

Também conhecida como escala absoluta, foi verificada pelo físico inglês William Thompson (1824-1907), também conhecido como Lord Kelvin. Esta escala tem como referência a temperatura do menor estado de agitação de qualquer molécula (0 K) e é calculada a partir da escala Celsius.

Por convenção, não se usa "grau" para esta escala, ou seja, 0 K, lê-se zero kelvin e não zero grau kelvin. Em comparação com a escala Celsius:

$$-273\text{ }^{\circ}\text{C} = 0\text{ K}$$

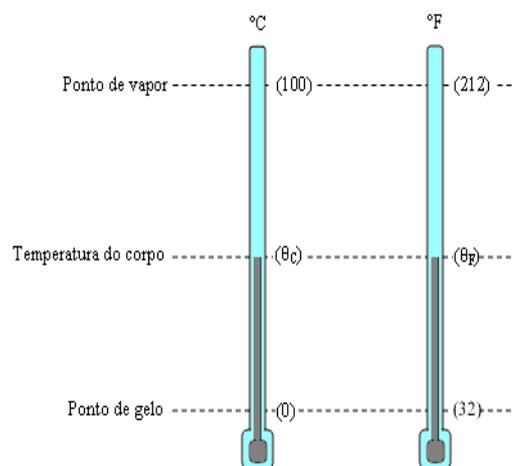
$$0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273\text{ K}$$

$$100\text{ }^{\circ}\text{C} = 373\text{ K}$$

### Conversões entre Escalas

Para que seja possível expressar temperaturas dadas em certa escala para outra qualquer deve-se estabelecer uma convenção geométrica de semelhança.

Por exemplo, convertendo uma temperatura qualquer dada em Escala Fahrenheit para escala Celsius:



Pelo princípio de Semelhança Geométrica:

$$\frac{\theta_C - 0}{\theta_F - 32} = \frac{100 - 0}{212 - 32}$$

$$\frac{\theta_C}{\theta_F - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\theta_C}{9} = \frac{5}{\theta_F - 32}$$

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$$

$$\theta_C \cdot 9 = 5 \cdot (\theta_F - 32)$$

$$\theta_C = \frac{5\theta_F - 160}{9}$$

**Exemplo:**

Qual a temperatura correspondente em escala Celsius para a temperatura 100 °F?

$$\theta_C = \frac{5\theta_F - 160}{9}$$

$$\theta_C = \frac{5 \cdot 100 - 160}{9}$$

$$\theta_C = \frac{500 - 160}{9} = \frac{340}{9}$$

$$\theta_C = 37,7^\circ\text{C}$$

Da mesma forma, pode-se estabelecer uma conversão Celsius-Fahrenheit:

$$\frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{\theta_C}{5}$$

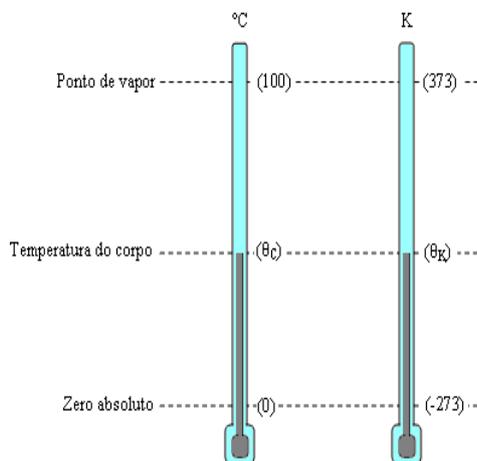
$$5 \cdot (\theta_F - 32) = 9\theta_C$$

$$5\theta_F - 160 = 9\theta_C$$

$$5\theta_F = 9\theta_C + 160$$

$$\theta_F = \frac{9\theta_C + 160}{5}$$

E para Escala Kelvin:



$$\theta_K = \theta_C + 273$$

Algumas temperaturas:

	Escala Celsius (°C)	Escala Fahrenheit (°F)	Escala Kelvin (K)
Ar liquefeito	-39	-38,2	243
Maior Temperatura na superfície da Terra	58	136	331
Menor Temperatura na superfície da Terra	-89	-128	184
Ponto de combustão da madeira	250	482	523
Ponto de combustão do papel	184	363	257
Ponto de fusão do chumbo	327	620	600
Ponto de fusão do ferro	1535	2795	1808
Ponto do gelo	0	32	273,15
Ponto de solidificação do mercúrio	-39	-38,2	234
Ponto do vapor	100	212	373,15
Temperatura na chama do gás natural	660	1220	933
Temperatura na superfície do Sol	5530	10000	5800
Zero absoluto	-273,15	-459,67	0

## Capítulo 2

### Calorimetria

#### Calor

Quando colocamos dois corpos com temperaturas diferentes em contato, podemos observar que a temperatura do corpo "mais quente" diminui, e a do corpo "mais frio" aumenta, até o momento em que ambos os corpos apresentem temperatura igual.

Esta reação é causada pela passagem de energia térmica do corpo "mais quente" para o corpo "mais frio", a transferência de energia é o que chamamos *calor*.

Calor é a transferência de energia térmica entre corpos com temperaturas diferentes.

A unidade mais utilizada para o calor é *caloria* (cal), embora sua unidade no SI seja o *joule* (J). Uma caloria equivale a quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de um grama de água pura, sob pressão normal, de 14,5 °C para 15,5 °C.

A relação entre a caloria e o joule é dada por:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

Partindo daí, podem-se fazer conversões entre as unidades usando regra de três simples.

Como 1 caloria é uma unidade pequena, utilizamos muito o seu múltiplo, a *quilocaloria*.

$$1 \text{ kcal} = 10^3 \text{ cal}$$

#### Calor Sensível

É denominado calor sensível, a quantidade de calor que tem como efeito apenas a alteração da temperatura de um corpo.

Este fenômeno é regido pela lei física conhecida como *Equação Fundamental da Calorimetria*, que diz que a quantidade de calor sensível (Q) é igual ao produto de sua massa, da variação da temperatura e de uma constante de proporcionalidade dependente da natureza de cada corpo denominada calor específico.

Assim:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\theta$$

Onde:

Q = quantidade de calor sensível (cal ou J).

c = calor específico da substância que constitui o corpo (cal/g°C ou J/kg°C).

m = massa do corpo (g ou kg).

$\Delta\theta$  = variação de temperatura (°C).

É interessante conhecer alguns valores de calores específicos:

Substância	c (cal/g°C)
Alumínio	0,219
Água	1,000
Álcool	0,590
Cobre	0,093
Chumbo	0,031
Estanho	0,055
Ferro	0,119
Gelo	0,550
Mercúrio	0,033
Ouro	0,031
Prata	0,056
Vapor d'água	0,480
Zinco	0,093

Quando:

Q>0: o corpo ganha calor.

Q<0: o corpo perde calor.

#### Exemplo:

Qual a quantidade de calor sensível necessária para aquecer uma barra de ferro de 2kg de 20°C para 200 °C? Dado: calor específico do ferro = 0,119cal/g°C.

2 kg = 2000 g

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\theta$$

$$Q = 0,119 \cdot 2000 \cdot (200 - 20)$$

$$Q = 0,119 \cdot 2000 \cdot 180$$

$$Q = 42840 \text{ cal} = 42,84 \text{ kcal}$$

#### Calor Latente

Nem toda a troca de calor existente na natureza se detém a modificar a temperatura dos corpos. Em alguns casos há mudança de estado físico destes corpos. Neste caso, chamamos a quantidade de calor calculada de calor latente.

A quantidade de calor latente (Q) é igual ao produto da massa do corpo (m) e de uma constante de proporcionalidade (L).

Assim:

$$Q_L = m \cdot L$$

A constante de proporcionalidade é chamada calor latente de mudança de fase e se refere a quantidade de calor que 1 g da substância calculada necessita para mudar de uma fase para outra.

Além de depender da natureza da substância, este valor numérico depende de cada mudança de estado físico.

Por exemplo, para a água:

Calor latente de fusão	$L_F$	80cal/g
Calor latente de vaporização	$L_V$	540cal/g
Calor latente de solidificação	$L_S$	-80cal/g
Calor latente de condensação	$L_C$	-540cal/g

Quando:

$Q > 0$ : o corpo funde ou vaporiza.

$Q < 0$ : o corpo solidifica ou condensa.

### Exemplo:

Qual a quantidade de calor necessária para que um litro de água vaporize? Dado: densidade da água =  $1\text{g/cm}^3$  e calor latente de vaporização da água =  $540\text{ cal/g}$ .

$$1\text{ litro} = 1\text{dm}^3 = 10^3\text{cm}^3$$

$$d = \frac{m}{v}$$

$$m = d \cdot v$$

$$m = 1 \cdot 10^3\text{g}$$

$$m = 10^3\text{g}$$

Assim:

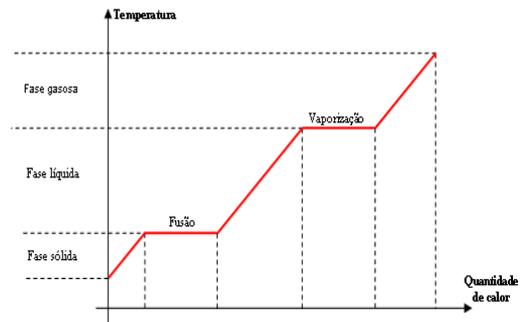
$$Q_L = m \cdot L_V$$

$$Q_L = 10^3 \cdot 540$$

$$Q_L = 540000\text{cal} = 540\text{kcal}$$

### Curva de Aquecimento

Ao estudarmos os valores de calor latente, observamos que estes não dependem da variação de temperatura. Assim podemos elaborar um gráfico de temperatura em função da quantidade de calor absorvida. Chamamos este gráfico de *Curva de Aquecimento*:



### Trocas de Calor

Para que o estudo de trocas de calor seja realizado com maior precisão, este é realizado dentro de um aparelho chamado calorímetro, que consiste em um recipiente fechado incapaz de trocar calor com o ambiente e com seu interior.

Dentro de um calorímetro, os corpos colocados trocam calor até atingir o equilíbrio térmico. Como os corpos não trocam calor com o calorímetro e nem com o meio em que se encontram, toda a energia térmica passa de um corpo ao outro.

Como, ao absorver calor  $Q > 0$  e ao transmitir calor  $Q < 0$ , a soma de todas as energias térmicas é nula, ou seja:

$$\Sigma Q = 0$$

(lê-se que somatório de todas as quantidades de calor é igual a zero)

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = 0$$

Sendo que as quantidades de calor podem ser tanto sensível como latente.

### Exemplo:

Qual a temperatura de equilíbrio entre uma bloco de alumínio de 200g à  $20^\circ\text{C}$  mergulhado em um litro de água à  $80^\circ\text{C}$ ? Dados calor específico: água =  $1\text{cal/g}^\circ\text{C}$  e alumínio =  $0,219\text{cal/g}^\circ\text{C}$ .

$$Q_{\text{ALUMÍNIO}} + Q_{\text{ÁGUA}} = 0$$

$$c_A m_A \Delta\theta_A + c_A m_A \Delta\theta_A = 0$$

$$0,219 \cdot 200 \cdot (\theta - 20) + 1 \cdot 1000 \cdot (\theta - 80) = 0$$

$$43,80\theta - 876 + 1000\theta - 80000 = 0$$

$$1043,80\theta = 80876$$

$$\theta = \frac{80876}{1043,80}$$

$$\theta = 77,48^\circ\text{C}$$

Repare que, neste exemplo, consideramos a massa da água como 1000g, pois temos 1 litro de água.

### Capacidade Térmica

É a quantidade de calor que um corpo necessita receber ou ceder para que sua temperatura varie uma unidade.

Então, pode-se expressar esta relação por:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$
$$C = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{\Delta\theta}$$
$$C = m \cdot c$$

Sua unidade usual é **cal/°C**.

A capacidade térmica de 1g de água é de **1cal/°C** já que seu calor específico é 1cal/g.°C.

### Transmissão de Calor

Em certas situações, mesmo não havendo o contato físico entre os corpos, é possível sentir que algo está mais quente.

Como quando chega-se perto do fogo de uma lareira. Assim, concluímos que de alguma forma o calor emana desses corpos "mais quentes" podendo se propagar de diversas maneiras.

Como já vimos anteriormente, o fluxo de calor acontece no sentido da maior para a menor temperatura.

Este trânsito de energia térmica pode acontecer pelas seguintes maneiras:

- ✓ condução;
- ✓ convecção;
- ✓ irradiação.

### Fluxo de Calor

Para que um corpo seja aquecido, normalmente, usa-se uma fonte térmica de potência constante, ou seja, uma fonte capaz de fornecer uma quantidade de calor por unidade de tempo.

Definimos *fluxo de calor* ( $\Phi$ ) que a fonte fornece de maneira constante como o quociente entre a quantidade de calor ( $Q$ ) e o intervalo de tempo de exposição ( $\Delta t$ ):

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

Sendo a unidade adotada para fluxo de calor, no Sistema Internacional, o Watt (W) que corresponde a Joule por segundo, embora também seja muito usada a unidade caloria/segundo (cal/s) e seus múltiplos – caloria/minuto (cal/min) e a quilocaloria/segundo (kcal/s).

### Exemplo:

Uma fonte de potência constante igual a 100W é utilizada para aumentar a temperatura 100g de mercúrio 30°C. Sendo o calor específico do mercúrio 0,033cal/g.°C e 1 cal=4,186J, quanto tempo a fonte demora para realizar este aquecimento?

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$
$$Q = 100 \cdot 0,033 \cdot 30$$
$$Q = 99 \text{ cal}$$

$$Q = 99 \text{ cal} \cdot \frac{4,187 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 414,513 \text{ J}$$

Aplicando a equação do fluxo de calor:

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$
$$\Delta t = \frac{Q}{\Phi}$$
$$\Delta t = \frac{414,513 \text{ J}}{100 \frac{\text{J}}{\text{s}}}$$
$$\Delta t = 4,145 \text{ s}$$

### Condução Térmica

É a situação em que o calor se propaga através de um "condutor". Ou seja, apesar de não estar em contato direto com a fonte de calor um corpo pode ser modificar sua energia térmica se houver condução de calor por outro corpo, ou por outra parte do mesmo corpo.

Por exemplo, enquanto cozinha-se algo, se deixarmos uma colher encostada na panela, que está sobre o fogo, depois de um tempo ela esquentará também.

Este fenômeno acontece, pois, ao aquecermos a panela, suas moléculas começam a agitar-se mais, como a panela está em contato com a colher, as moléculas em agitação maior provocam uma agitação nas moléculas da colher, causando aumento de sua energia térmica, logo, o aquecimento dela.

Também é por este motivo que, apesar de apenas a parte inferior da panela estar diretamente em contato com o fogo, sua parte superior também esquenta.

### Convecção Térmica

A convecção consiste no movimento dos fluidos, e é o princípio fundamental da compreensão do vento, por exemplo.

O ar que está nas planícies é aquecido pelo sol e pelo solo, assim ficando mais leve e subindo. Então as massas de ar que estão nas montanhas, e que está mais frio que o das planícies, toma o lugar vago pelo ar aquecido, e a massa aquecida se desloca até os lugares mais altos, onde resfriam. Estes movimentos causam, entre outros fenômenos naturais, o vento.

Formalmente, *convecção* é o fenômeno no qual o calor se propaga por meio do movimento de massas fluidas de densidades diferentes.

### Irradiação Térmica

É a propagação de Energia Térmica que não necessita de um meio material para acontecer, pois o calor se propaga através de ondas eletromagnéticas.

Imagine um forno microondas. Este aparelho aquece os alimentos sem haver contato com eles, e ao contrário do forno à gás, não é necessário que ele aqueça o ar. Enquanto o alimento é aquecido há uma emissão de microondas que fazem sua energia térmica aumentar, aumentando a temperatura.

O corpo que emite a energia radiante é chamado emissor ou radiador e o corpo que recebe o receptor.

## Capítulo 3

### Gases

Gases são fluidos no estado gasoso. A característica que os difere dos fluidos líquidos é que, quando colocados em um recipiente, estes têm a capacidade de ocupá-lo totalmente.

A maior parte dos elementos químicos não-metálicos conhecidos são encontrados no seu estado gasoso, em temperatura ambiente.

As moléculas do gás, ao se movimentarem, colidem com as outras moléculas e com as paredes do recipiente onde se encontram, exercendo uma pressão, chamada de pressão do gás.

Esta pressão tem relação com o volume do gás e à temperatura absoluta.

Ao ter a temperatura aumentada, as moléculas do gás aumentam sua agitação, provocando mais colisões.

Ao aumentar o volume do recipiente, as moléculas tem mais espaço para se deslocar, logo, as colisões diminuem, diminuindo a pressão.

Utilizando os princípios da mecânica Newtoniana é possível estabelecer a seguinte relação:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{m \cdot v^2}{V}$$

Onde:

p=pressão

m=massa do gás

v=velocidade média das moléculas

V=volume do gás.

### Gás perfeito ou ideal

É considerado um gás perfeito quando são presentes as seguintes características:

- ✓ o movimento das moléculas é regido pelos princípios da mecânica Newtoniana;
- ✓ os choques entre as moléculas são perfeitamente elásticos, ou seja, a quantidade de movimento é conservada;
- ✓ não há atração e nem repulsão entre as moléculas;
- ✓ o volume de cada molécula é desprezível quando comparado com o volume total do gás.

### Energia Cinética de um Gás

Devido às colisões entre si e com as paredes do recipiente, as moléculas mudam a sua velocidade e direção, ocasionando uma variação de energia

cinética de cada uma delas. No entanto, a energia cinética média do gás permanece a mesma.

Novamente utilizando-se conceitos da mecânica Newtoniana estabelece-se:

$$E_c = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Onde:

n=número molar do gás (nº de mols)

R=constante universal dos gases perfeitos (R=8,31J/mol.K)

T=temperatura absoluta (em Kelvin)

O número de mols do gás é calculado utilizando-se sua massa molar, encontrado em tabelas periódicas e através da *constante de Avogadro*.

$$C_A = 6,02 \cdot 10^{23}$$

Utilizando-se da relação que em 1mol de moléculas de uma substância há  $6,02 \cdot 10^{23}$  moléculas desta substância.

### Transformação Isotérmica

A palavra *isotérmica* se refere à mesma temperatura. Logo, uma *transformação isotérmica de um gás* ocorre quando a temperatura inicial é conservada.

A lei física que expressa essa relação é conhecida com Lei de Boyle e é matematicamente expressa por:

$$p \cdot V = K_1$$

Onde:

p=pressão

V=volume

$K_1$ =constante que depende da massa, temperatura e natureza do gás.

Como esta constante é a mesma para um mesmo gás, ao ser transformado, é válida a relação:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3$$

### Exemplo:

Certo gás contido em um recipiente de  $1m^3$  com êmbolo exerce uma pressão de 250Pa. Ao ser comprimido isotermicamente a um volume de  $0,6m^3$  qual será a pressão exercida pelo gás?

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$250 \cdot 1 = p_2 \cdot 0,6$$

$$p_2 = \frac{250}{0,6} = 416,6 Pa$$

### Transformação Isobárica

Analogamente à transformação isotérmica, quando há uma transformação isobárica, a pressão é conservada.

Regida pela Lei de Charles e Gay-Lussac, esta transformação pode ser expressa por:

$$V = K_2 \cdot T$$

Onde:

V=volume;

T=temperatura absoluta;

$K_2$ =constante que depende da pressão, massa e natureza do gás.

Assim, quando um mesmo gás muda de temperatura ou volume, é válida a relação:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

### Exemplo:

Um gás de volume  $0,5m^3$  à temperatura de  $20^\circ C$  é aquecido até a temperatura de  $70^\circ C$ . Qual será o volume ocupado por ele, se esta transformação acontecer sob pressão constante?

É importante lembrarmos que a temperatura considerada deve ser a temperatura absoluta do gás (escala Kelvin) assim, o primeiro passo para a resolução do exercício é a conversão de escalas termométricas:

Lembrando que:

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$$

$$T(K) = 20 + 273 = 293K$$

$$T(K) = 70 + 273 = 343K$$

Então:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{0,5}{293} = \frac{V_2}{343}$$

$$\frac{0,5 \cdot 343}{293} = V_2$$

$$V_2 = 0,58m^3$$

### Transformação Isométrica

A transformação isométrica também pode ser chamada isocórica e assim como nas outras transformações vistas, a isométrica se baseia em uma relação em que, para este caso, o volume se mantém.

Regida pela Lei de Charles, a transformação isométrica é matematicamente expressa por:

$$p = K_3 \cdot T$$

Onde:

p=pressão;

T=temperatura absoluta do gás;

$K_3$ =constante que depende do volume, massa e da natureza do gás;

Como para um mesmo gás, a constante  $K_3$  é sempre a mesma, garantindo a validade da relação:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$$

### Exemplo:

Um gás que se encontra à temperatura de 200K é aquecido até 300K, sem mudar de volume. Se a pressão exercida no final do processo de aquecimento é 1000Pa, qual era a pressão inicial?

$$\frac{p_1}{200} = \frac{1000}{300}$$

$$p_1 = \frac{1000 \cdot 200}{300} = 666,67 Pa$$

### Equação de Clapeyron

Relacionando as Leis de Boyle, Charles Gay-Lussac e de Charles é possível estabelecer uma equação que relacione as variáveis de estado: pressão (p), volume (V) e temperatura absoluta (T) de um gás.

Esta equação é chamada Equação de Clapeyron, em homenagem ao físico francês Paul Emile Clapeyron que foi quem a estabeleceu.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Onde:

p=pressão;

V=volume;

n=nº de mols do gás;

R=constante universal dos gases perfeitos;

T=temperatura absoluta.

### Exemplo:

(1) Qual é o volume ocupado por um mol de gás perfeito submetido à pressão de 5000N/m<sup>2</sup>, a uma temperatura igual a 50°C?

$$R = 0,082 \frac{atm \cdot \ell}{mol \cdot K}$$

Dado: 1atm=100000N/m<sup>2</sup> e

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$$

$$T(K) = 50 + 273 = 323K$$

$$p = 5000 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{1atm}{100000 \frac{N}{m^2}} = 0,05atm$$

Substituindo os valores na equação de Clapeyron:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

$$V = \frac{1 \cdot 0,082 \cdot 323}{0,05} = 529,72\ell$$

### Lei geral dos Gases Perfeitos

Através da equação de Clapeyron é possível obter uma lei que relaciona dois estados diferentes de uma transformação gasosa, desde que não haja variação na massa do gás.

Considerando um estado (1) e (2) onde:

$$(1) : p_1; V_1; T_1$$

$$(2) : p_2; V_2; T_2$$

Através da lei de Clapeyron:

$$(1) : p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = n \cdot R$$

$$(2) : p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2$$

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = n \cdot R$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Esta equação é chamada de Lei Geral dos Gases Perfeitos.

## Capítulo 4

### Termodinâmica

#### Energia Interna

As partículas de um sistema têm vários tipos de energia, e a soma de todas elas é o que chamamos *Energia interna de um sistema*.

Para que este somatório seja calculado, são consideradas as energias cinéticas de agitação, potencial de agregação, de ligação e nuclear entre as partículas.

Nem todas estas energias consideradas são térmicas. Ao ser fornecida a um corpo energia térmica, provoca-se uma variação na energia interna deste corpo. Esta variação é no que se baseiam os princípios da termodinâmica.

Se o sistema em que a energia interna está sofrendo variação for um gás perfeito, a energia interna será resumida na energia de translação de suas partículas, sendo calculada através da *Lei de Joule*:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Onde:

U: energia interna do gás;

n: número de mol do gás;

R: constante universal dos gases perfeitos;

T: temperatura absoluta (kelvin).

Como, para determinada massa de gás, n e R são constantes, a variação da energia interna dependerá da variação da temperatura absoluta do gás, ou seja,

Quando houver aumento da temperatura absoluta ocorrerá uma variação positiva da energia interna  $\Delta U > 0$ .

Quando houver diminuição da temperatura absoluta, há uma variação negativa de energia interna  $\Delta U < 0$ .

E quando não houver variação na temperatura do gás, a variação da energia interna será igual a zero  $\Delta U = 0$ .

Conhecendo a equação de Clepeyron, é possível compará-la a equação descrita na Lei de Joule, e assim obteremos:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

$$\frac{2}{3} U = n \cdot R \cdot T$$

$$\frac{2}{3} U = p \cdot V$$

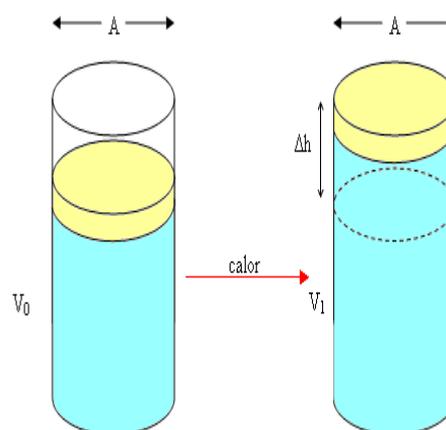
$$U = \frac{3}{2} p \cdot V$$

### Trabalho

#### Trabalho de um Gás

Considere um gás de massa m contido em um cilindro com área de base A, provido de um êmbolo.

Ao ser fornecida uma quantidade de calor Q ao sistema, este sofrerá uma expansão, sob pressão constante, como é garantido pela Lei de Gay-Lussac, e o êmbolo será deslocado.



Assim como para os sistemas mecânicos, o trabalho do sistema será dado pelo produto da força aplicada no êmbolo com o deslocamento do êmbolo no cilindro:

$$\tau = F \cdot \Delta h$$

Mas:

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p \cdot A = F$$

Então:

$$\tau = p \cdot A \cdot \Delta h$$

Mas:

$$\Delta V = A \cdot \Delta h$$

Então:

$$\tau = p \cdot \Delta V$$

$$\tau = p \cdot (V_f - V_0)$$

Assim, o trabalho realizado por um sistema, em uma transformação com pressão constante, é dado pelo produto entre a pressão e a variação do volume do gás.

Quando:

- ✓ o volume aumenta no sistema, o trabalho é positivo, ou seja, é realizado sobre o meio em que se encontra (como por exemplo empurrando o êmbolo contra seu próprio peso);
- ✓ o volume diminui no sistema, o trabalho é negativo, ou seja, é necessário que o sistema receba um trabalho do meio externo;
- ✓ o volume não é alterado, não há realização de trabalho pelo sistema.

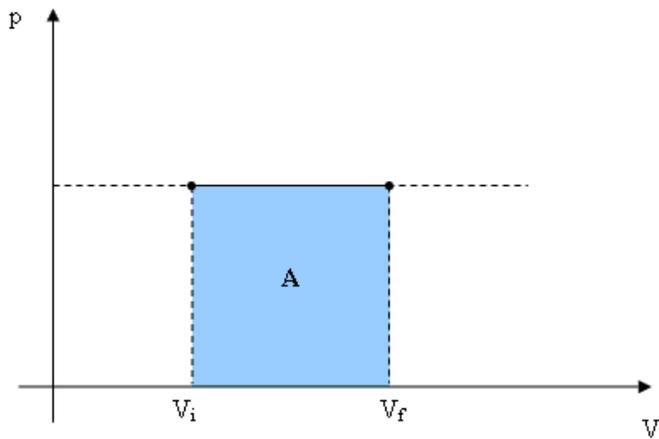
**Exemplo:**

(1) Um gás ideal de volume  $12m^3$  sofre uma transformação, permanecendo sob pressão constante igual a  $250Pa$ . Qual é o volume do gás quando o trabalho realizado por ele for  $2kJ$ ?

$$\begin{aligned} \tau &= p \cdot \Delta V \\ \tau &= p \cdot (V - V_0) \\ \frac{\tau}{p} + V_0 &= V \\ \frac{2000}{250} + 12 &= V \\ V &= 20m^3 \end{aligned}$$

**Diagrama p x V**

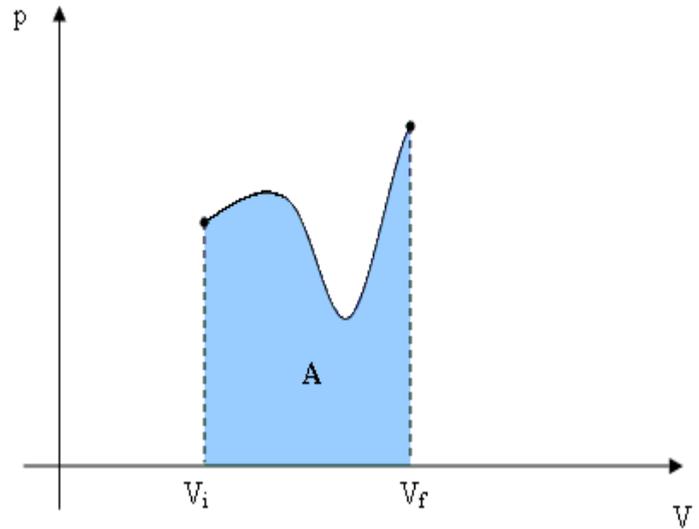
É possível representar a transformação isobárica de um gás através de um diagrama *pressão por volume*:



Comparando o diagrama à expressão do cálculo do trabalho realizado por um gás  $\tau = p \cdot \Delta V$ , é possível verificar que o trabalho realizado é numericamente igual à área sob a curva do gráfico (em azul na figura).

Com esta verificação é possível encontrar o trabalho realizado por um gás com pressão variável durante sua transformação, que é calculado usando

esta conclusão, através de um método de nível acadêmico de cálculo integral, que consiste em uma aproximação dividindo toda a área sob o gráfico em pequenos retângulos e trapézios.



**1ª Lei da Termodinâmica**

Chamamos de 1ª Lei da Termodinâmica o princípio da conservação de energia aplicada à termodinâmica, o que torna possível prever o comportamento de um sistema gasoso ao sofrer uma transformação termodinâmica.

Analisando o princípio da conservação de energia ao contexto da termodinâmica:

Um sistema não pode criar ou consumir energia, mas apenas armazená-la ou transferi-la ao meio onde se encontra, como trabalho, ou ambas as situações simultaneamente, então, ao receber uma quantidade **Q** de calor, esta poderá realizar um trabalho **τ** e aumentar a energia interna do sistema **ΔU**, ou seja, expressando matematicamente:

$$Q = \tau + \Delta U$$

Sendo todas as unidades medidas em Joule (J).

Conhecendo esta lei, podemos observar seu comportamento para cada uma das grandezas apresentadas:

Calor	Trabalho	Energia Interna	$Q/\tau/\Delta U$
Recebe	Realiza	Aumenta	>0
Cede	Recebe	Diminui	<0
não troca	não realiza e nem recebe	não varia	=0

**Exemplo:**

(1) Ao receber uma quantidade de calor  $Q=50J$ , um gás realiza um trabalho igual a  $12J$ , sabendo que a Energia interna do sistema antes de receber calor

era  $U=100J$ , qual será esta energia após o recebimento?

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$50 = 12 + (U - 100)$$

$$50 = 12 - 100 + U$$

$$U = 138J$$

## 2ª Lei da Termodinâmica

Dentre as duas leis da termodinâmica, a segunda é a que tem maior aplicação na construção de máquinas e utilização na indústria, pois trata diretamente do rendimento das máquinas térmicas.

Dois enunciados, aparentemente diferentes ilustram a 2ª Lei da Termodinâmica, os *enunciados de Clausius e Kelvin-Planck*:

### Enunciado de Clausius:

O calor não pode fluir, de forma espontânea, de um corpo de temperatura menor, para um outro corpo de temperatura mais alta.

Tendo como consequência que o sentido natural do fluxo de calor é da temperatura mais alta para a mais baixa, e que para que o fluxo seja inverso é necessário que um agente externo realize um trabalho sobre este sistema.

### Enunciado de Kelvin-Planck:

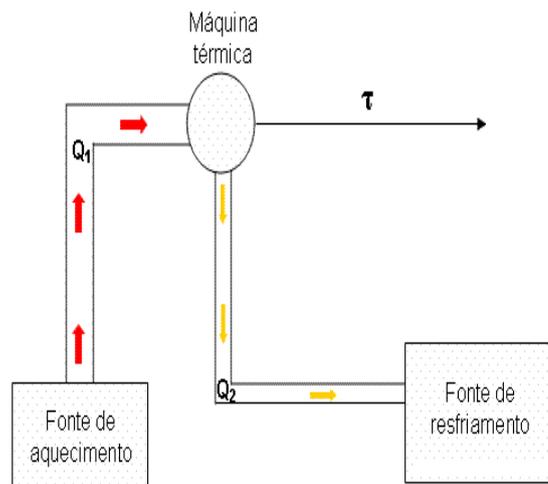
É impossível a construção de uma máquina que, operando em um ciclo termodinâmico, converta toda a quantidade de calor recebido em trabalho.

Este enunciado implica que, não é possível que um dispositivo térmico tenha um rendimento de 100%, ou seja, por menor que seja sempre há uma quantidade de calor que não se transforma em trabalho efetivo.

### Máquinas Térmicas

As máquinas térmicas foram os primeiros dispositivos mecânicos a serem utilizados em larga escala na indústria, por volta do século XVIII. Na forma mais primitiva, era usado o aquecimento para transformar água em vapor, capaz de movimentar um pistão, que por sua vez, movimentava um eixo que tornava a energia mecânica utilizável para as indústrias da época.

Chamamos máquina térmica o dispositivo que, utilizando duas fontes térmicas, faz com que a energia térmica se converta em energia mecânica (trabalho).



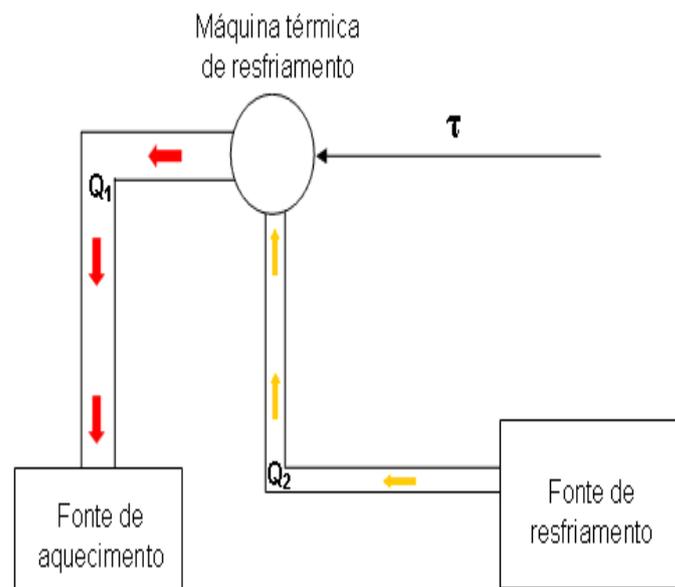
A fonte térmica fornece uma quantidade de calor ( $Q_1$ ) que no dispositivo transforma-se em trabalho ( $\tau$ ) mais uma quantidade de calor que não é capaz de ser utilizado como trabalho ( $Q_2$ ).

Assim é válido que:

$$|\tau| = |Q_1| - |Q_2|$$

Utiliza-se o valor absolutos das quantidades de calor, pois, em uma máquina que tem como objetivo o resfriamento, por exemplo, estes valores serão negativos.

Neste caso, o fluxo de calor acontece da temperatura menor para o a maior. Mas conforme a 2ª Lei da Termodinâmica, este fluxo não acontece espontaneamente, logo é necessário que haja um trabalho externo, assim:



### Rendimento das Máquinas Térmicas

Podemos chamar de rendimento de uma máquina a relação entre a energia utilizada como forma de trabalho e a energia fornecida:

Considerando:

$\eta$  = rendimento;

$\tau$  = trabalho convertido através da energia térmica fornecida;

$Q_1$  = quantidade de calor fornecida pela fonte de aquecimento;

$Q_2$  = quantidade de calor não transformada em trabalho.

$$\eta = \frac{\tau}{|Q_1|}$$

Mas como constatado:

$$\tau = |Q_1| - |Q_2|$$

logo, podemos expressar o rendimento como:

$$\eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|}$$

O valor mínimo para o rendimento é 0 se a máquina não realizar nenhum trabalho, e o máximo 1, se fosse possível que a máquina transformasse todo o calor recebido em trabalho, mas como visto, isto não é possível. Para sabermos este rendimento em percentual, multiplica-se o resultado obtido por 100%.

### Exemplo:

Um motor à vapor realiza um trabalho de 12kJ quando lhe é fornecido uma quantidade de calor igual a 23kJ. Qual a capacidade percentual que o motor tem de transformar energia térmica em trabalho?

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{12000}{23000} \cdot 100\%$$

$$\eta = 0,5217 \cdot 100\%$$

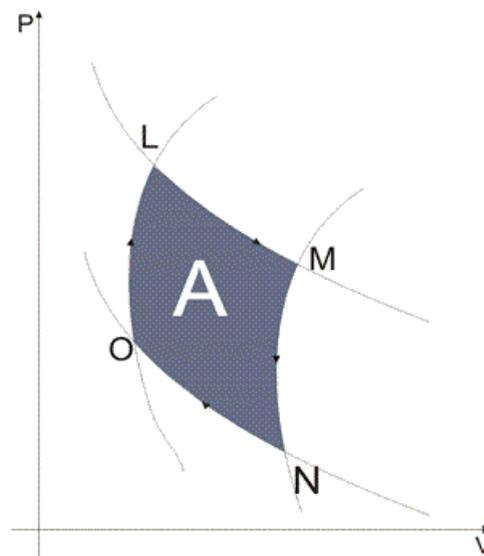
$$\eta = 52,17\%$$

### Ciclo de Carnot

Até meados do século XIX, acreditava-se ser possível a construção de uma máquina térmica ideal, que seria capaz de transformar toda a energia fornecida em trabalho, obtendo um rendimento total (100%).

Para demonstrar que não seria possível, o engenheiro francês Nicolas Carnot (1796-1832) propôs uma máquina térmica teórica que se comportava como uma máquina de rendimento total, estabelecendo um ciclo de rendimento máximo, que mais tarde passou a ser chamado Ciclo de Carnot.

Este ciclo seria composto de quatro processos, independente da substância:



- ✓ Uma expansão isotérmica reversível. O sistema recebe uma quantidade de calor da fonte de aquecimento (L-M)
- ✓ Uma expansão adiabática reversível. O sistema não troca calor com as fontes térmicas (M-N)
- ✓ Uma compressão isotérmica reversível. O sistema cede calor para a fonte de resfriamento (N-O)
- ✓ Uma compressão adiabática reversível. O sistema não troca calor com as fontes térmicas (O-L)

Numa máquina de Carnot, a quantidade de calor que é fornecida pela fonte de aquecimento e a quantidade cedida à fonte de resfriamento são proporcionais às suas temperaturas absolutas, assim:

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}$$

Assim, o rendimento de uma máquina de Carnot é:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1}$$

Logo:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Sendo:

$T_2$  = temperatura absoluta da fonte de resfriamento

$T_1$  = temperatura absoluta da fonte de aquecimento

Com isto se conclui que para que haja 100% de rendimento, todo o calor vindo da fonte de aquecimento deverá ser transformado em trabalho, pois a temperatura absoluta da fonte de resfriamento deverá ser 0K.

Partindo daí conclui-se que o zero absoluto não é possível para um sistema físico.

### Exemplo:

Qual o rendimento máximo teórico de uma máquina à vapor, cujo fluido entra a 560°C e abandona o ciclo a 200°C?

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{(200 + 273)\text{K}}{(560 + 273)\text{K}}$$

$$\eta = 1 - 0,567$$

$$\eta = 0,432 \Rightarrow 43,2\%$$

## Capítulo 5

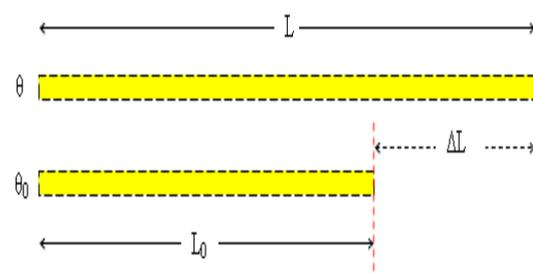
### Dilatação

#### Dilatação Linear

Assim como para os gases, um dos efeitos da variação da temperatura é a variação de dimensões em corpos sólidos e líquidos. Esta variação é o que chamamos *Dilatação Térmica*.

Aplica-se apenas para os corpos em estado sólido, e consiste na variação considerável de apenas uma dimensão. Como, por exemplo, em barras, cabos e fios.

Ao considerarmos uma barra homogênea, por exemplo, de comprimento  $L_0$  a uma temperatura inicial  $\theta_0$ . Quando esta temperatura é aumentada até uma  $\theta$  ( $>\theta_0$ ), observa-se que esta barra passa a ter um comprimento  $L$  ( $>L_0$ ).



Com isso é possível concluir que a dilatação linear ocorre de maneira proporcional à variação de temperatura e ao comprimento inicial  $L_0$ .

Mas ao serem analisadas barras de dimensões iguais, mas feitas de um material diferente, sua variação de comprimento seria diferente, isto porque a dilatação também leva em consideração as propriedades do material com que o objeto é feito, este é a constante de proporcionalidade da expressão, chamada de **coeficiente de dilatação linear** ( $\alpha$ ).

Assim podemos expressar:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

A unidade usada para  $\alpha$  é o inverso da unidade de temperatura, como:  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

Alguns valores usuais de coeficientes de dilatação linear:

Substância	$\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$
Chumbo	$27 \cdot 10^{-6}$
Zinco	$26 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$22 \cdot 10^{-6}$
Prata	$19 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17 \cdot 10^{-6}$
Ouro	$15 \cdot 10^{-6}$

Ferro	$12 \cdot 10^{-6}$
Platina	$9 \cdot 10^{-6}$
Vidro (comum)	$8 \cdot 10^{-6}$
Tungstênio	$4,3 \cdot 10^{-6}$
Vidro (pyrex)	$3 \cdot 10^{-6}$

### Lâmina Bimetálica

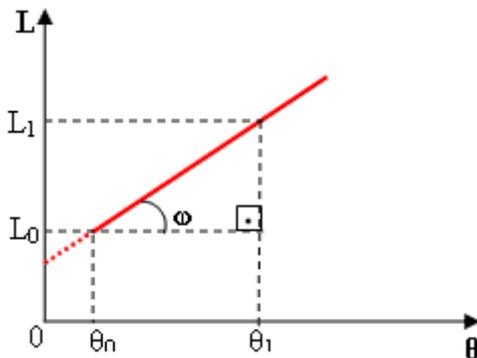
Uma das aplicações da dilatação linear mais utilizadas no cotidiano é para a construção de lâminas bimetálicas, que consistem em duas placas de materiais diferentes, e, portanto, coeficientes de dilatação linear diferentes, soldadas. Ao serem aquecidas, as placas aumentam seu comprimento de forma desigual, fazendo com que esta lâmina soldada entorte.

As lâminas bimetálicas são encontradas principalmente em dispositivos elétricos e eletrônicos, já que a corrente elétrica causa aquecimento dos condutores, que não podem sofrer um aquecimento maior do que foram construídos para suportar.

Quando é curvada a lâmina tem o objetivo de interromper a corrente elétrica, após um tempo em repouso a temperatura do condutor diminui, fazendo com que a lâmina volte ao seu formato inicial e reabilitando a passagem de eletricidade.

### Representação gráfica

Podemos expressar a dilatação linear de um corpo através de um gráfico de seu comprimento (**L**) em função da temperatura (**θ**), desta forma:



O gráfico deve ser um segmento de reta que não passa pela origem, já que o comprimento inicial não é igual a zero.

Considerando um ângulo  $\varphi$  como a inclinação da reta em relação ao eixo horizontal. Podemos relacioná-lo com:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

Pois:

$$L_0 \cdot \alpha = \frac{\Delta L}{\Delta \theta} \quad e \quad \tan \varphi = \frac{\Delta L}{\Delta \theta}$$

Logo:

$$\tan \varphi = L_0 \cdot \alpha$$

### Dilatação Superficial

Esta forma de dilatação consiste em um caso onde há dilatação linear em duas dimensões.

Considere, por exemplo, uma peça quadrada de lados  $L_0$  que é aquecida uma temperatura  $\Delta \theta$ , de forma que esta sofra um aumento em suas dimensões, mas como há dilatação igual para os dois sentidos da peça, esta continua quadrada, mas passa a ter lados  $L$ .

Podemos estabelecer que:

$$A_0 = L_0^2$$

assim como:

$$A = L^2$$

E relacionando com cada lado podemos utilizar:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

$$L - L_0 = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

$$L = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

$$L = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \theta)$$

Para que possamos analisar as superfícies, podemos elevar toda a expressão ao quadrado, obtendo uma relação com suas áreas:

$$L^2 = L_0^2 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \theta)^2$$

$$A = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta + \alpha^2 \cdot \Delta \theta^2)$$

Mas a ordem de grandeza do coeficiente de dilatação linear ( $\alpha$ ) é  $10^{-5}$ , o que ao ser elevado ao quadrado passa a ter grandeza  $10^{-10}$ , sendo imensamente menor que  $\alpha$ . Como a variação da temperatura ( $\Delta \theta$ ) dificilmente ultrapassa um valor de  $10^3$ °C para corpos no estado sólido, podemos considerar o termo  $\alpha^2 \Delta \theta^2$  desprezível em comparação com  $2\alpha \Delta \theta$ , o que nos permite ignorá-lo durante o cálculo, assim:

$$A = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta)$$

Mas, considerando-se:

$$2\alpha = \beta$$

Onde,  $\beta$  é o coeficiente de dilatação superficial de cada material, têm-se que:

$$A = A_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\theta)$$

$$A = A_0 + A_0 \cdot \beta \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta\theta$$

Observe que esta equação é aplicável para qualquer superfície geométrica, desde que as áreas sejam obtidas através das relações geométricas para cada uma, em particular (circular, retangular, trapezoidal, etc.).

### Exemplo:

(1) Uma lâmina de ferro tem dimensões 10m x 15m em temperatura normal. Ao ser aquecida 500°C, qual será a área desta superfície?

Dado  $\alpha_{Fe} = 13 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

$$A_0 = 10 \cdot 15 = 150 \text{ m}^2$$

$$\Delta\theta = 500 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\beta = 2\alpha = 26 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta\theta$$

$$A - A_0 = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta\theta$$

$$A = A_0 + A_0 \cdot \beta \cdot \Delta\theta$$

$$A = (10 \cdot 15) + (10 \cdot 15) \cdot (26 \cdot 10^{-6}) \cdot 500$$

$$A = 150 + (150 \cdot 26 \cdot 10^{-6} \cdot 500)$$

$$A = 150 + 1,95$$

$$A = 151,95 \text{ m}^2$$

### Dilatação Volumétrica

Assim como na dilatação superficial, este é um caso da dilatação linear que acontece em três dimensões, portanto tem dedução análoga à anterior.

Consideremos um sólido cúbico de lados  $L_0$  que é aquecido uma temperatura  $\Delta\theta$ , de forma que este sofra um aumento em suas dimensões, mas como há dilatação em três dimensões o sólido continua com o mesmo formato, passando a ter lados  $L$ .

Inicialmente o volume do cubo é dado por:

$$V_0 = L_0^3$$

Após haver aquecimento, este passa a ser:

$$V = L^3$$

Ao relacionarmos com a equação de dilatação linear:

$$L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

$$L^3 = L_0^3(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3$$

$$V = V_0(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3$$

$$V = V_0(1^3 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta + 3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta\theta^2 + \alpha^3 \cdot \Delta\theta^3)$$

Pelos mesmos motivos do caso da Dilatação Superficial, podemos desprezar

$3\alpha^2\Delta\theta^2$  e  $\alpha^3\Delta\theta^3$  quando comparados a  $3\alpha\Delta\theta$ . Assim a relação pode ser dado por:

$$V = V_0(1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta)$$

Podemos estabelecer que o coeficiente de dilatação volumétrica ou cúbica é dado por:

$$\gamma = 3\alpha$$

Assim:

$$V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta\theta)$$

$$V = V_0 + V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

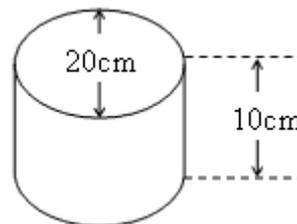
Assim como para a dilatação superficial, esta equação pode ser utilizada para qualquer sólido, determinando seu volume conforme sua geometria. Sendo  $\beta=2\alpha$  e  $\gamma=3\alpha$ , podemos estabelecer as seguintes relações:

$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

### Exemplo:

O cilindro circular de aço do desenho abaixo se encontra em um laboratório a uma temperatura de -100°C. Quando este chegar à temperatura ambiente (20°C), quanto ele terá dilatado? Dado

que  $\alpha_{Aço} = 11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$



Sabendo que a área do cilindro é dada por:

$$V = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

sendo  $r = \frac{\text{diâmetro}}{2}$

$$V = \pi \cdot \left(\frac{20}{2}\right)^2 \cdot 10$$

$$V = 1000 \cdot \pi \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta = V_0 \cdot (3 \cdot \alpha) \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta V = 1000 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot [20 - (-100)]$$

$$\Delta V = 12,44 \text{ cm}^3$$

## Dilatação Volumétrica dos Líquidos

A dilatação dos líquidos tem algumas diferenças da dilatação dos sólidos, a começar pelos seus coeficientes de dilatação consideravelmente maiores e que para que o volume de um líquido seja medido, é necessário que este esteja no interior de um recipiente.

A lei que rege a dilatação de líquidos é fundamentalmente igual à dilatação volumétrica de sólidos, já que estes não podem dilatar-se linearmente e nem superficialmente, então:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \theta$$

Mas como o líquido precisa estar depositado em um recipiente sólido, é necessário que a dilatação deste também seja considerada, já que ocorre simultaneamente.

Assim, a dilatação real do líquido é a soma das dilatações aparente e do recipiente.

Para medir a dilatação aparente costuma-se utilizar um recipiente cheio até a borda. Ao aquecer este sistema (recipiente + líquido) ambos dilatarão e, como os líquidos costumam dilatar mais que os sólidos, uma quantidade do líquido será derramada, esta quantidade mede a **dilatação aparente do líquido**.

Assim:

$$\Delta V_{real} = \Delta V_{recipiente} + \Delta V_{aparente}$$

Utilizando-se a expressão da dilatação volumétrica,  $\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \theta$ , e admitindo que os volumes iniciais do recipiente e do líquido são iguais, podemos expressar:

$$\Delta V = \Delta V_{rec} + \Delta V_{ap}$$

$$V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \theta = V_0 \cdot \gamma_{rec} \cdot \Delta \theta + V_0 \cdot \gamma_{ap} \cdot \Delta \theta$$

$$\gamma(V_0 \cdot \Delta \theta) = (\gamma_{rec} + \gamma_{ap}) \cdot (V_0 \cdot \Delta \theta)$$

$$\gamma \frac{(V_0 \cdot \Delta \theta)}{(V_0 \cdot \Delta \theta)} = (\gamma_{rec} + \gamma_{ap})$$

$$\gamma = \gamma_{rec} + \gamma_{ap}$$

Ou seja, o coeficiente de dilatação real de um líquido é igual à soma de dilatação aparente com o coeficiente de dilatação do frasco onde este se encontra.

### Exemplo:

(1) Um copo graduado de capacidade  $10\text{dm}^3$  é preenchido com álcool etílico, ambos inicialmente à mesma temperatura, e são aquecidos em  $100^\circ\text{C}$ . Qual foi a dilatação real do álcool?

$$\gamma_{alcohol} = 11 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\gamma_{copo} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Dados:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta V = V_0 \cdot (\gamma_{Alcohol} + \gamma_{Copo}) \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta V = 10 \cdot (11 \cdot 10^{-4} + 12 \cdot 10^{-6}) \cdot 100$$

$$\Delta V = 10 \cdot 11,12 \cdot 10^{-4} \cdot 100$$

$$\Delta V = 1,112\text{dm}^3$$

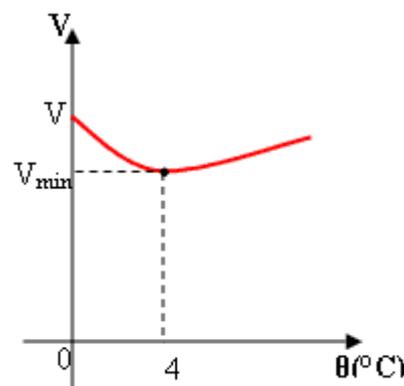
## Dilatação da Água

Certamente você já deve ter visto, em desenhos animados ou documentários, pessoas pescando em buracos feitos no gelo. Mas como vimos, os líquidos sofrem dilatação da mesma forma que os sólidos, ou seja, de maneira uniforme, então como é possível que haja água em estado líquido sob as camadas de gelo com temperatura igual ou inferior a  $0^\circ\text{C}$ ?

Este fenômeno ocorre devido ao que chamamos de *dilatação anômala* da água, pois em uma temperatura entre  $0^\circ\text{C}$  e  $4^\circ\text{C}$  há um fenômeno inverso ao natural e esperado. Neste intervalo de temperatura a água, ao ser resfriada, sofre uma expansão no seu volume, e ao ser aquecida, uma redução. É isto que permite a existência de vida dentro da água em lugares extremamente gelados, como o Pólo Norte.

A camada mais acima da água dos lagos, mares e rios se resfria devido ao ar gelado, aumentando sua massa específica e tornando-o mais pesado, então ocorre um processo de convecção até que toda a água atinja uma temperatura igual a  $4^\circ\text{C}$ , após isso o congelamento ocorre no sentido da superfície para o fundo.

Podemos representar o comportamento do volume da água em função da temperatura:



Como é possível perceber, o menor volume para a água acontece em  $4^\circ\text{C}$ .

## Capítulo 6

### Entropia

Em Termodinâmica, entropia é a medida de desordem das partículas em um sistema físico. Utiliza-se a letra S para representar esta grandeza.

Comparando este conceito ao cotidiano, podemos pensar que, uma pessoa ao iniciar uma atividade tem seus objetos organizados, e a medida que ela vai os utilizando e desenvolvendo suas atividades, seus objetos tendem a ficar cada vez mais desorganizados.

Voltando ao contexto das partículas, como sabemos, ao sofrerem mudança de temperatura, os corpos alteram o estado de agitação de suas moléculas. Então ao considerarmos esta agitação como a desordem do sistema, podemos concluir que:

- ✓ quando um sistema recebe calor  $Q > 0$ , sua entropia aumenta;
- ✓ quando um sistema cede calor  $Q < 0$ , sua entropia diminui;
- ✓ se o sistema não troca calor  $Q = 0$ , sua entropia permanece constante.

Segundo Rudolf Clausius, que utilizou a idéia de entropia pela primeira vez em 1865, para o estudo da entropia como grandeza física é mais útil conhecer sua variação do que seu valor absoluto. Assim, Clausius definiu que a *variação de entropia* ( $\Delta S$ ) em um sistema como:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Para processos onde as temperaturas absolutas (T) são constantes.

Para o caso onde a temperatura absoluta se altera durante este processo, o cálculo da variação de entropia envolve cálculo integral, sendo que sua resolução é dada por:

$$\Delta S = \int_A \frac{1}{T(Q)} dQ$$

Observando a natureza como um sistema, podemos dizer que o Universo está constantemente recebendo energia, mas não tem capacidade de cedê-la, concluindo então que a *entropia do Universo* está aumentando com o passar do tempo.

## Capítulo 7

### Óptica - Fundamentos

#### Luz - Comportamento e Princípios

A luz, ou luz visível como é fisicamente caracterizada, é uma forma de energia radiante. É o agente físico que, atuando nos órgãos visuais, produz a sensação da visão.

#### Para saber mais...

Energia radiante é aquela que se propaga na forma de ondas eletromagnéticas, dentre as quais se pode destacar as ondas de rádio, TV, micro-ondas, raios X, raios gama, radar, raios infravermelho, radiação ultravioleta e luz visível.

Uma das características das ondas eletromagnéticas é a sua velocidade de propagação, que no vácuo tem o valor de aproximadamente 300 mil quilômetros por segundo, ou seja:

$$c \approx 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Podendo ter este valor reduzido em meios diferentes do vácuo, sendo a menor velocidade até hoje medida para tais ondas quando atravessam um composto chamado *condensado de Bose-Einstein*, comprovada em uma experiência recente.

A luz que percebemos tem como característica sua frequência que vai da faixa de  $4 \cdot 10^{14}$  Hz (vermelho) até  $8 \cdot 10^{14}$  Hz (violeta). Esta faixa é a de maior emissão do Sol, por isso os órgãos visuais de todos os seres vivos estão adaptados a ela, e não podem ver além desta, como por exemplo, a radiação ultravioleta e infravermelha.

#### Divisões da Óptica

**Óptica Física** – estuda os fenômenos ópticos que exigem uma teoria sobre a natureza das ondas eletromagnéticas.

**Óptica Geométrica** – estuda os fenômenos ópticos em que apresentam interesse as trajetórias seguidas pela luz. Fundamenta-se na noção de raio de luz e nas leis que regulamentam seu comportamento. O estudo em nível de Ensino Médio restringe-se apenas a esta parte da óptica.

## Conceitos Básicos

### Raios de luz

São a representação geométrica da trajetória da luz, indicando sua direção e o sentido da sua propagação. Por exemplo, em uma fonte puntiforme são emitidos infinitos raios de luz, embora apenas alguns deles cheguem a um observador.

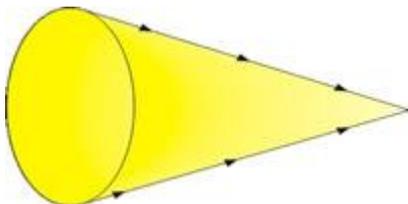
Representa-se um raio de luz por um segmento de reta orientado no sentido da propagação.



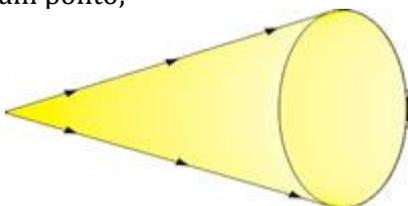
### Feixe de luz

É um conjunto de infinitos raios de luz; um feixe luminoso pode ser:

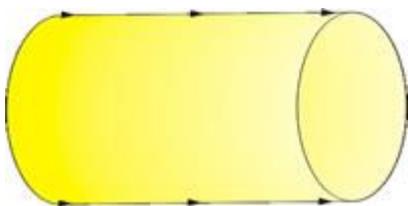
**Cônico Convergente** – os raios de luz convergem para um ponto;



**Cônico Divergente** – os raios de luz divergem a partir de um ponto;



**Cilíndrico Paralelo** – os raios de luz são paralelos entre si.



### Fontes de Luz

Tudo o que pode ser detectado por nossos olhos, e por outros instrumentos de fixação de imagens como câmeras fotográficas, é a luz de corpos luminosos que é refletida de forma difusa pelos corpos que nos cercam.

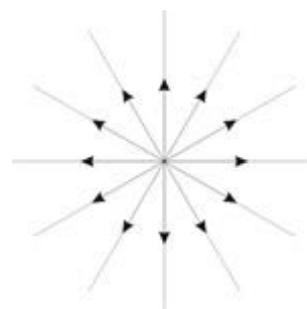
**Fonte de Luz** são todos os corpos dos quais se podem receber luz, podendo ser fontes primárias ou secundárias.

**Fontes Primárias** – Também chamadas de corpos luminosos, são corpos que emitem luz própria, como por exemplo, o Sol, as estrelas, a chama de uma vela, uma lâmpada acesa,...

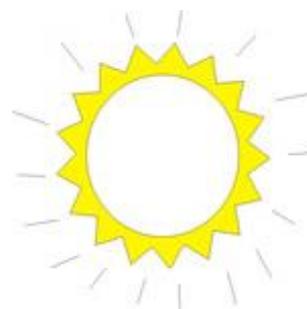
**Fontes Secundárias** – Também chamadas de corpos iluminados, são os corpos que enviam a luz que recebem de outras fontes, como por exemplo, a Lua, os planetas, as nuvens, os objetos visíveis que não têm luz própria,...

Quanto às suas dimensões, uma fonte pode ser classificada como:

**Pontual ou Puntiforme** – uma fonte sem dimensões consideráveis que emite infinitos raios de luz.



**Extensa** – uma fonte com dimensões consideráveis em relação ao ambiente.



Continua após a publicidade

### Meios de propagação da luz

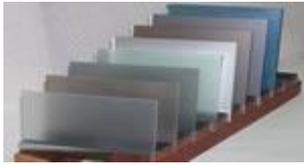
Os diferentes meios materiais comportam-se de forma diferente ao serem atravessados pelos raios de luz, por isso são classificados em:

#### Meio Transparente

É um meio óptico que permite a propagação regular da luz, ou seja, o observador vê um objeto com nitidez através do meio. Exemplos: ar, vidro comum, papel celofane, etc...

#### Meio Translúcido

É um meio óptico que permite apenas uma propagação irregular da luz, ou seja, o observador vê o objeto através do meio, mas sem nitidez.



## Meio Opaco

É um meio óptico que não permite que a luz se propague, ou seja, não é possível ver um objeto através do meio.

## Fenômenos Ópticos

Ao incidir sobre uma superfície que separa dois meios de propagação, a luz sofre algum, ou mais do que um, dos fenômenos a seguir:

### Reflexão Regular

A luz que incide na superfície e retorna ao mesmo meio, regularmente, ou seja, os raios incidentes e refletidos são paralelos. Ocorre em superfícies metálicas bem polidas, como espelhos.

### Reflexão Difusa

A luz que incide sobre a superfície volta ao mesmo meio, de forma irregular, ou seja, os raios incidentes são paralelos, mas os refletidos são irregulares. Ocorre em superfícies rugosas, e é responsável pela visibilidade dos objetos.

### Refração

A luz incide e atravessa a superfície, continuando a se propagar no outro meio. Ambos os raios (incidentes e refratados) são paralelos, no entanto, os raios refratados seguem uma trajetória inclinada em relação aos incididos. Ocorre quando a superfície separa dois meios transparentes.

### Absorção

A luz incide na superfície, no entanto não é refletida e nem refratada, sendo absorvida pelo corpo, e aquecendo-o. Ocorre em corpos de superfície escura.

## Princípio da Independência dos Raios de Luz

Quando os raios de luz se cruzam, estes seguem independentemente, cada um a sua trajetória.



## Princípio da Propagação Retilínea da Luz

Todo o raio de luz percorre trajetórias retilíneas em meios transparentes e homogêneos.

### Para saber mais...

Um meio *homogêneo* é aquele que apresenta as mesmas características em todos os elementos de volume.

Um meio *isótropo*, ou *isotrópico*, é aquele em que a velocidade de propagação da luz e as demais propriedades ópticas independem da direção em que é realizada a medida.

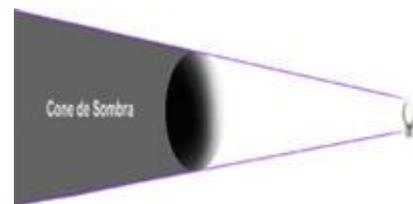
Um meio *ordinário* é aquele que é, ao mesmo tempo, transparente, homogêneo e isótropo, como por exemplo, o vácuo.

## Sombra e Penumbra

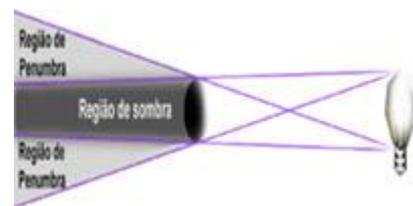
Quando um corpo opaco é colocado entre uma fonte de luz e um anteparo, é possível delimitar regiões de sombra e penumbra.

A sombra é a região do espaço que não recebe luz direta da fonte. Penumbra é a região do espaço que recebe apenas parte da luz direta da fonte, sendo encontrada apenas quando o corpo opaco é posto sob influência de uma fonte extensa. Ou seja:

### Fonte de Luz Puntiforme



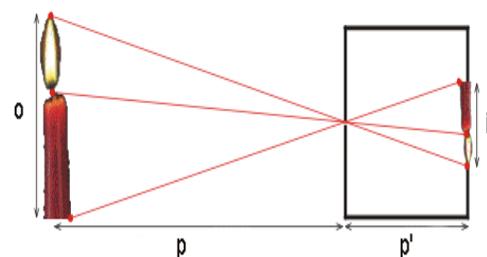
### Fonte de Luz Extensa



## Câmara Escura de Orifício

Uma câmara escura de orifício consiste em um equipamento formado por uma caixa de paredes totalmente opacas, sendo que no meio de uma das faces existe um pequeno orifício.

Ao colocar-se um objeto, de tamanho  $o$ , de frente para o orifício, a uma distância  $p$ , nota-se que uma imagem refletida, de tamanho  $i$ , aparece na face oposta da caixa, a uma distância  $p'$ , mas de forma invertida. Conforme ilustra a figura:



Desta forma, a partir de uma semelhança geométrica pode-se expressar a seguinte equação:

$$\frac{o}{i} = \frac{p}{p'}$$

Esta é conhecida como a equação da câmara escura.

## Tipos de Reflexão e Refração

Reflexão é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir sobre uma superfície de separação entre dois meios.

Refração é o fenômeno que consiste no fato de a luz passar de um meio para outro diferente.

Durante uma reflexão são conservadas a frequência e a velocidade de propagação, enquanto durante a refração, apenas a frequência é mantida constante.

### Reflexão e Refração Regular

Acontece quando, por exemplo, um feixe cilíndrico de luz atinge uma superfície totalmente lisa, ou tranquila, desta forma, os feixes refletidos e refratados também serão cilíndricos, logo os raios de luz serão paralelos entre si.

### Reflexão e Refração Difusa

Acontece quando, por exemplo, um feixe cilíndrico de luz atinge uma superfície rugosa, ou agitada, fazendo com que os raios de luz refletidos e refratados tenham direção aleatória por todo o espaço.

### Reflexão e Refração Seletiva

A luz branca que recebemos do sol, ou de lâmpadas fluorescentes, por exemplo, é policromática, ou seja, é formada por mais de uma luz monocromática, no caso do sol, as sete do arco-íris: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Sendo assim, um objeto ao ser iluminado por luz branca "seleciona" no espectro solar as cores que vemos, e as refletem de forma difusa, sendo assim, vistas por nós.

Se um corpo é visto branco, é porque ele reflete todas as cores do espectro solar.

Se um corpo é visto vermelho, por exemplo, ele absorve todas as outras cores do espectro, refletindo apenas o vermelho.

Se um corpo é "visto" negro, é por que ele absorve todas as cores do espectro solar.

Chama-se *filtro de luz* a peça, normalmente acrílica, que deixa passar apenas um das cores do espectro solar, ou seja, um filtro vermelho, faz com

que a única cor refratada de forma seletiva seja a vermelha.

### Para saber mais...

É muito comum o uso de filtros de luz na astronomia para observar estrelas, já que estas apresentam diferentes cores, conforme sua temperatura e distância da Terra, principalmente.

## Ponto Imagem e Ponto Objeto

Chama-se ponto objeto, relativamente a um sistema óptico, o vértice do feixe de luz que incide sobre um objeto ou uma superfície, sendo dividido em três tipos principais:

**Ponto Objeto Real (POR)** – é o vértice de um feixe de luz divergente, sendo formado pelo cruzamento efetivo dos raios de luz.

**Ponto Objeto Virtual (POV)** – é o vértice de um feixe de luz convergente, sendo formado pelo cruzamento imaginário do prolongamento dos raios de luz.

**Ponto Objeto Impróprio (POI)** – é o vértice de um feixe de luz cilíndrico, ou seja, se situa no infinito.

Chama-se ponto imagem, relativamente a um sistema óptico, o vértice de um feixe de luz emergente, ou seja, após ser incidido.

**Ponto Imagem Real (PIR)** – é o vértice de um feixe de luz emergente convergente, sendo formado pelo cruzamento efetivo dos raios de luz.

**Ponto Imagem Virtual (PIV)** – é o vértice de um feixe de luz emergente divergente, sendo formado pelo cruzamento imaginário do prolongamento dos raios de luz.

**Ponto Imagem Impróprio (PII)** – é o vértice de um feixe de luz emergente cilíndrico, ou seja, se situa no infinito.

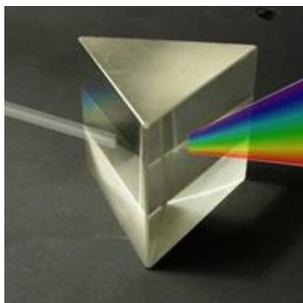
## Sistemas Ópticos

Há dois principais tipos de sistemas ópticos: os refletores e os refratores.

O grupo dos sistemas ópticos refletores consiste principalmente nos espelhos, que são superfícies de um corpo opaco, altamente polidas e com alto poder de reflexão.



No grupo dos sistemas ópticos refratores encontram-se os dioptrios, que são peças constituídas de dois meios transparentes separados por uma superfície regular. Quando associados de forma conveniente os dioptrios funcionam como utensílios ópticos de grande utilidade como lentes e prismas.



Sistemas ópticos estigmáticos, aplanéticos e ortoscópicos

Um sistema óptico é estigmático quando cada ponto objeto conjuga apenas um ponto imagem.

Um sistema óptico é aplanético quando um objeto plano e frontal também conjuga uma imagem plana e frontal.

Um sistema óptico é ortoscópico quando uma imagem é conjugada semelhante a um objeto.

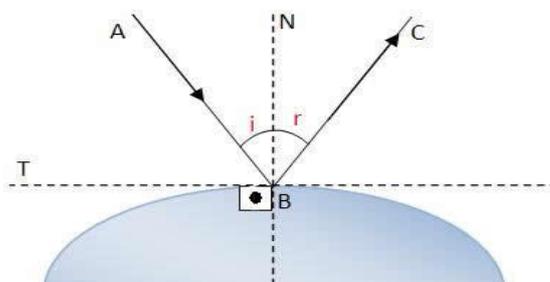
O único sistema óptico estigmático, aplanético e ortoscópico para qualquer posição do objeto é o espelho plano.

## Capítulo 8

### Reflexão da Luz

Reflexão é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir sobre um objeto ou superfície.

É possível esquematizar a reflexão de um raio de luz, ao atingir uma superfície polida, da seguinte forma:



**AB** = raio de luz incidente

**BC** = raio de luz refletido

**N** = reta normal à superfície no ponto B

**T** = reta tangente à superfície no ponto B

**i** = ângulo de incidência, formado entre o raio incidente e a reta normal.

**r** = ângulo refletido, formado entre o raio refletido e a reta normal.

#### Leis da Reflexão

Os fenômenos em que acontecem reflexão, tanto regular quanto difusa e seletiva, obedecem a duas leis fundamentais que são:

##### 1ª lei da Reflexão

O raio de luz refletido e o raio de luz incidente, assim como a reta normal à superfície, pertencem ao mesmo plano, ou seja, são coplanares.

##### 2ª Lei da reflexão

O ângulo de reflexão (**r**) é sempre igual ao ângulo de incidência (**i**).

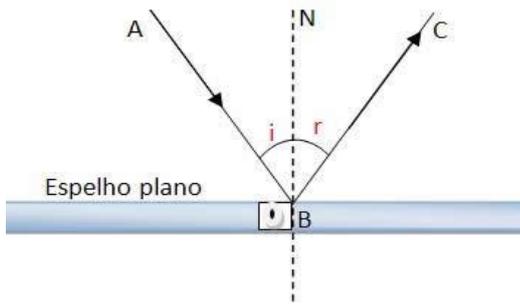
$$i = r$$

#### Espelho Plano

Um espelho plano é aquele em que a superfície de reflexão é totalmente plana.

Os espelhos planos têm utilidades bastante diversificadas, desde as domésticas até como componentes de sofisticados instrumentos ópticos.

Representa-se um espelho plano por:



As principais propriedades de um espelho plano são a simetria entre os pontos objeto e imagem e que a maior parte da reflexão que acontece é regular.

#### Para saber mais...

Os espelhos geralmente são feitos de uma superfície metálica bem polida. É comum usar-se uma placa de vidro, onde se deposita uma fina camada de prata ou alumínio em uma das faces, tornando a outra um espelho.

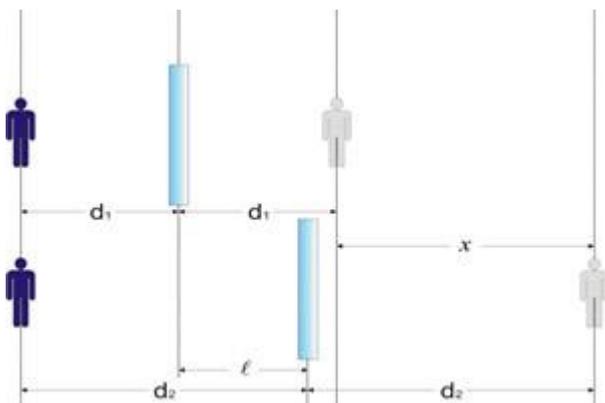
### Construção das imagens em um Espelho Plano

Para se determinar a imagem em um espelho plano, basta imaginarmos que o observador vê um objeto que parece estar atrás do espelho. Isto ocorre porque o prolongamento do raio refletido passa por um ponto imagem virtual (PIV), "atrás" do espelho.

Nos espelhos planos, o objeto e a respectiva imagem têm sempre naturezas opostas, ou seja, quando um é real o outro deve ser virtual. Portanto, para se obter geometricamente a imagem de um objeto pontual, basta traçar por ele, através do espelho, uma reta e marcar simetricamente o ponto imagem.

### Translação de um Espelho Plano

Considerando a figura:



A parte superior do desenho mostra uma pessoa a uma distância  $d_1$  do espelho, logo a imagem aparece a uma distância  $d_1$  em relação ao espelho.

Na parte inferior da figura, o espelho é transladado  $\ell$  para a direita, fazendo com que o observador esteja a uma distância  $d_2$  do espelho, fazendo com que a imagem seja deslocada  $x$  para a direita.

Pelo desenho podemos ver que:

$$x = 2d_2 - 2d_1$$

Que pode ser reescrito como:

$$x = 2(d_2 - d_1)$$

Mas pela figura, podemos ver que:

$$\ell = d_2 - d_1$$

Logo:

$$x = 2\ell$$

Assim pode-se concluir que sempre que um espelho é transladado paralelamente a si mesmo, a imagem de um objeto fixo sofre translação no mesmo sentido do espelho, mas com comprimento equivalente ao dobro do comprimento da translação do espelho.

Se utilizarmos esta equação, e medirmos a sua taxa de variação em um intervalo de tempo, podemos escrever a velocidade de translação do espelho e da imagem da seguinte forma:

$$\frac{x}{\Delta t} = 2 \frac{\ell}{\Delta t}$$

$$v_i = 2v_e$$

Ou seja, a velocidade de deslocamento da imagem é igual ao dobro da velocidade de deslocamento do espelho.

Quando o observador também se desloca, a velocidade ao ser considerada é a velocidade relativa entre o observador e o espelho, ao invés da velocidade de translação do espelho, ou seja:

$$v_i = 2v_r$$

### Associação de dois Espelhos Planos

Dois espelhos planos podem ser associados, com as superfícies refletoras se defrontando e formando um ângulo  $\alpha$  entre si, com valores entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

Por razões de simetria, o ponto objeto e os pontos imagem ficam situados sobre uma circunferência.

Para se calcular o número de imagens que serão vistas na associação usa-se a fórmula:

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

Sendo  $\alpha$  o ângulo formado entre os espelhos.

Por exemplo, quando os espelhos encontra-se perpendicularmente, ou seja  $\alpha = 90^\circ$ :

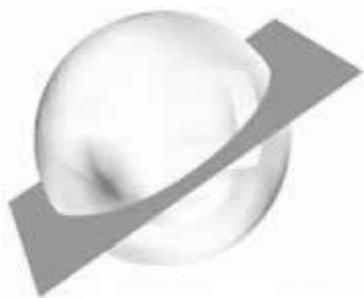
$$n = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1$$

$$n = 4 - 1 = 3$$

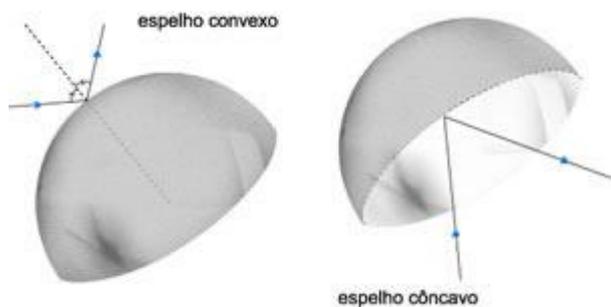
Portanto, nesta configuração são vistas 3 pontos imagem.

### Espelhos Esféricos

Chamamos Espelho Esférico, qualquer calota esférica que seja polida e possua alto poder de reflexão.

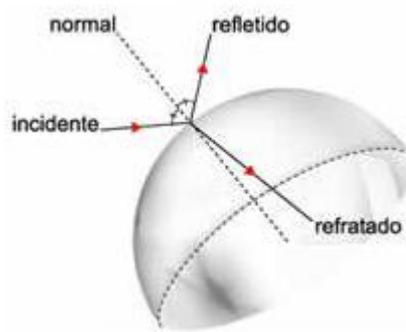


É fácil observar-se que a esfera da qual a calota acima faz parte tem duas faces, uma interna e outra externa. Quando a superfície refletiva considerada for a interna, o espelho é chamado côncavo. Já nos casos onde a face refletiva é a externa, o espelho é chamado convexo.



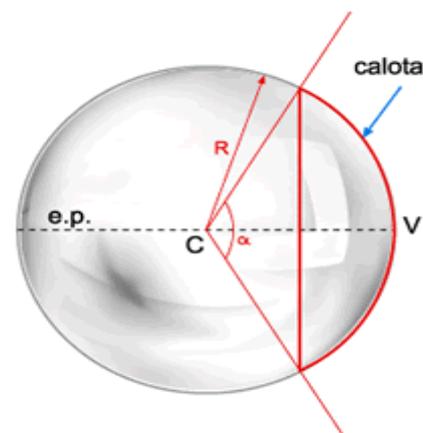
### Reflexão da Luz em Espelhos Esféricos

Assim como para espelhos planos, as duas leis da reflexão também são obedecidas nos espelhos esféricos, ou seja, os ângulos de incidência e reflexão são iguais, e os raios incididos, refletidos e a reta normal ao ponto incidido.



### Aspectos Geométricos dos Espelhos Esféricos

Para o estudo dos espelhos esféricos é útil o conhecimento dos elementos que os compõe, esquematizados na figura abaixo:



C é o centro da esfera;

V é o vértice da calota;

O eixo que passa pelo centro e pelo vértice da calota é chamado eixo principal.

As demais retas que cruzam o centro da esfera são chamadas eixos secundários.

O ângulo  $\alpha$ , que mede a distância angular entre os dois eixos secundários que cruzam os dois pontos mais externos da calota, é a abertura do espelho.

O raio da esfera R que origina a calota é chamado raios de curvatura do espelho.

Um sistema óptico que consegue conjugar a um ponto objeto, um único ponto como imagem é dito estigmático. Os espelhos esféricos normalmente não são estigmáticos, nem aplanéticos ou ortoscópicos, como os espelhos planos.

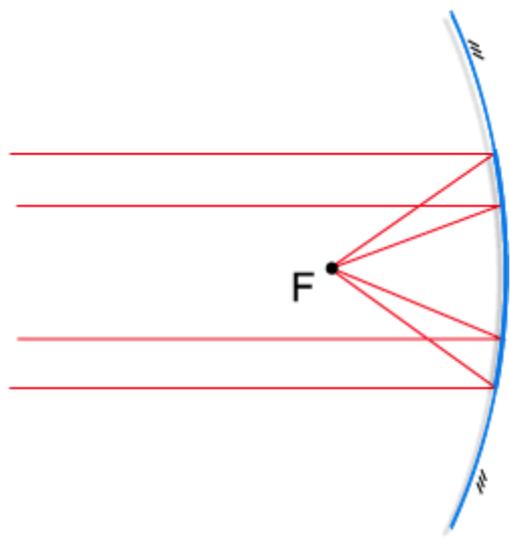
No entanto, espelhos esféricos só são estigmáticos para os raios que incidem próximos do seu vértice V e com uma pequena inclinação em relação ao eixo principal. Um espelho com essas propriedades é conhecido como espelho de Gauss.

Um espelho que não satisfaz as condições de Gauss (incidência próxima do vértice e pequena

inclinação em relação ao eixo principal) é dito astigmático. Um espelho astigmático conjuga a um ponto uma imagem parecendo uma mancha.

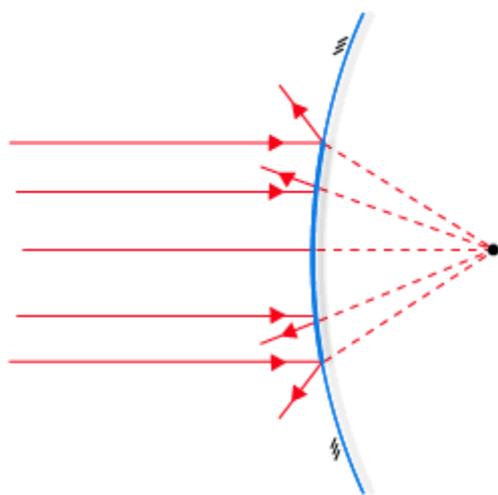
### Focos dos Espelhos Esféricos

Para os espelhos côncavos de Gauss, pode-se verificar que todos os raios luminosos que incidirem ao longo de uma direção paralela ao eixo secundário passam por (ou convergem para) um mesmo ponto F - o foco principal do espelho.



espelho côncavo

No caso dos espelhos convexos, a continuação do raio refletido é que passa pelo foco. Tudo se passa como se os raios refletidos se originassem do foco.



espelho convexo

### Determinação de Imagens

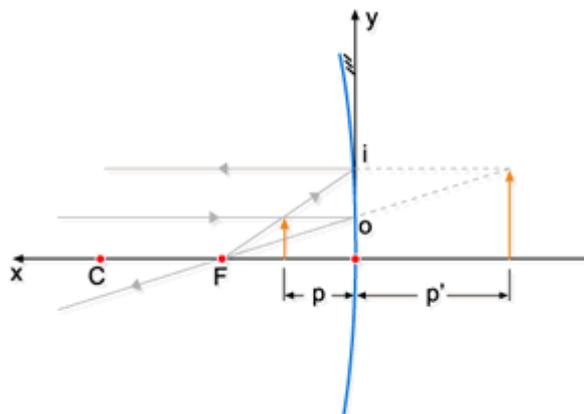
Analisando objetos diante de um espelho esférico, em posição perpendicular ao eixo principal do espelho podemos chegar a algumas conclusões importantes.

Um objeto pode ser real ou virtual. No caso dos espelhos, dizemos que o objeto é virtual se ele se encontra "atrás" do espelho.

No caso de espelhos esféricos a imagem de um objeto pode ser maior, menor ou igual ao tamanho do objeto.

A imagem pode ainda aparecer invertida em relação ao objeto. Se não houver sua inversão dizemos que ela é direita.

### Equação Fundamental dos Espelhos Esféricos



Dadas a distância focal e posição do objeto, é possível determinar analiticamente a posição da imagem através da equação de Gauss, que é expressa por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

## Capítulo 9

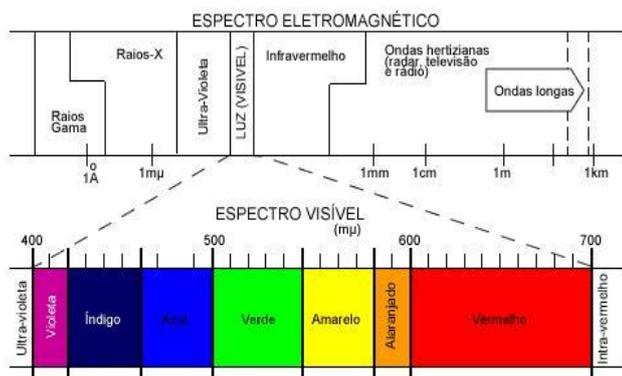
### Refração da Luz

#### Cor e frequência

No intervalo do espectro eletromagnético que corresponde à luz visível, cada frequência equivale à sensação de uma cor.

Conforme a frequência aumenta, diminui o comprimento de onda, assim como mostra a tabela e o trecho do espectro eletromagnético abaixo.

Cor	Comprimento de onda ( $\text{Å} = 10^{-10}m$ )	Frequência ( $10^{14}Hz$ )
Violeta	3900 – 4500	7,69 – 6,65
Anil	4500 – 4550	6,65 – 6,59
Azul	4550 – 4920	6,59 – 6,10
Verde	4920 – 5770	6,10 – 5,20
Amarelo	5770 – 5970	5,20 – 5,03
Alaranjado	5970 – 6220	5,03 – 4,82
Vermelho	6220 – 7800	4,82 – 3,84



Quando recebemos raios de luz de diferentes frequências podemos perceber cores diferentes destas, como combinações. A luz branca que percebemos vinda do Sol, por exemplo, é a combinação de todas as sete cores do espectro visível.

#### Luz Mono e Policromática

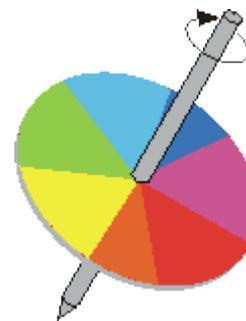
De acordo com sua cor, a luz pode ser classificada como monocromática ou policromática.

Chama-se Luz Monocromática aquela composta de apenas uma cor, como por exemplo, a luz amarela emitida por lâmpadas de sódio.

Chama-se Luz Policromática aquela composta por uma combinação de duas ou mais cores monocromáticas, como por exemplo, a luz branca emitida pelo sol ou por lâmpadas comuns.

Usando-se um prisma, é possível decompor a luz policromática nas luzes monocromáticas que a formam, o que não é possível para as cores monocromáticas, como o vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Um exemplo da composição das cores monocromáticas que formam a luz branca é o disco de Newton, que é uma experiência composta de um disco com as sete cores do espectro visível, que ao girar em alta velocidade, "recompõe" as cores monocromáticas, formando a cor policromática branca.



#### Cor de um corpo

Ao nosso redor é possível distinguir várias cores, mesmo quando estamos sob a luz do Sol, que é branca.

Esse fenômeno acontece, pois quando é incidida luz branca sobre um corpo de cor verde, por exemplo, este absorve todas as outras cores do espectro visível, refletido de forma difusa apenas o verde, o que torna possível distinguir sua cor.

Por isso, um corpo de cor branca é aquele que reflete todas as cores, sem absorver nenhuma, enquanto um corpo de cor preta absorve todas as cores sobre ele incididas, sem refletir nenhuma, o que causa aquecimento.

#### Luz - Velocidade

Há muito tempo sabe-se que a luz faz parte de um grupo de ondas, chamado de ondas eletromagnéticas, sendo uma das características que reúne este grupo a sua velocidade de propagação.

A velocidade da luz no vácuo, mas que na verdade se aplica a diversos outros fenômenos eletromagnéticos como raios-x, raios gama, ondas de rádio e TV, é caracterizada pela letra **c**, e tem um valor aproximado de 300 mil quilômetros por segundo, ou seja:

$$c = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

No entanto, nos meios materiais, a luz se comporta de forma diferente, já que interage com a matéria existente no meio. Em qualquer um destes meios a velocidade da luz **v** é menor que **c**.

Em meios diferentes do vácuo também diminui a velocidade conforme aumenta a frequência. Assim a velocidade da luz vermelha é maior que a velocidade da luz violeta, por exemplo.

## Índice de Refração Absoluto

Para o entendimento completo da refração convém a introdução de uma nova grandeza que relacione a velocidade da radiação monocromática no vácuo e em meios materiais, esta grandeza é o índice de refração da luz monocromática no meio apresentado, e é expressa por:

$$n = \frac{c}{v}$$

Onde  $n$  é o índice de refração absoluto no meio, sendo uma grandeza adimensional.

É importante observar que o índice de refração absoluto nunca pode ser menor do que 1, já que a maior velocidade possível em um meio é  $c$ , se o meio considerado for o próprio vácuo.

Para todos os outros meios materiais  $n$  é sempre maior que 1.

Alguns índices de refração usuais

Material	$n$
Ar seco (0°C, 1atm)	$\approx 1$ (1,000292)
Gás carbônico (0°C, 1atm)	$\approx 1$ (1,00045)
Gelo (-8°C)	1,310
Água (20°C)	1,333
Etanol (20°C)	1,362
Tetracloroeto de carbono	1,466
Glicerina	1,470
Monoclorobenzeno	1,527
Vidros	de 1,4 a 1,7
Diamante	2,417
Sulfeto de antimônio	2,7

## Índice de Refração Relativo entre dois meios

Chama-se índice de refração relativo entre dois meios, a relação entre os índices de refração absolutos de cada um dos meios, de modo que:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Mas como visto:

$$n = \frac{c}{v}$$

Então podemos escrever:

$$n_{1,2} = \frac{\frac{c}{v_1}}{\frac{c}{v_2}} = \frac{v_2}{v_1}$$

Ou seja:

$$n_{1,2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Observe que o índice de refração relativo entre dois meios pode ter qualquer valor positivo, inclusive menores ou iguais a 1.

## Refringência

Dizemos que um meio é mais refringente que outro quando seu índice de refração é maior que do outro. Ou seja, o etanol é mais refringente que a água.

De outra maneira, podemos dizer que um meio é mais refringente que outro quando a luz se propaga por ele com velocidade menor que no outro.

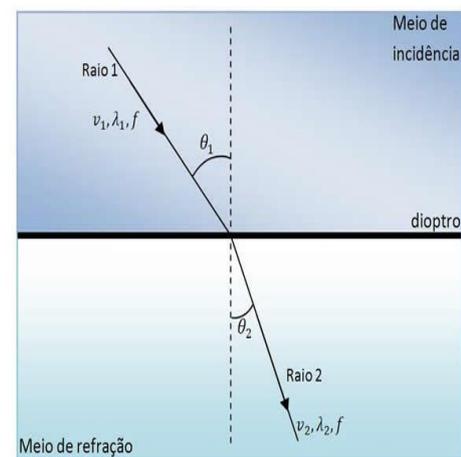
## Leis da Refração da Luz

Chamamos de refração da luz o fenômeno em que ela é transmitida de um meio para outro diferente.

Nesta mudança de meios a frequência da onda luminosa não é alterada, embora sua velocidade e o seu comprimento de onda sejam.

Com a alteração da velocidade de propagação ocorre um desvio da direção original.

Para se entender melhor este fenômeno, imagine um raio de luz que passa de um meio para outro de superfície plana, conforme mostra a figura abaixo:



Onde:

- ✓ Raio 1 é o raio incidente, com velocidade e comprimento de onda característico;
- ✓ Raio 2 é o raio refratado, com velocidade e comprimento de onda característico;
- ✓ A reta tracejada é a linha normal à superfície;
- ✓ O ângulo formado entre o raio 1 e a reta normal é o ângulo de incidência;
- ✓ O ângulo formado entre o raio 2 e a reta normal é o ângulo de refração;

A fronteira entre os dois meios é um dióptro plano.

Conhecendo os elementos de uma refração podemos entender o fenômeno através das duas leis que o regem.

### 1ª Lei da Refração

A 1ª lei da refração diz que o raio incidente (raio 1), o raio refratado (raio 2) e a reta normal ao ponto de incidência (reta tracejada) estão contidos no mesmo plano, que no caso do desenho acima é o plano da tela.

### 2ª Lei da Refração - Lei de Snell

A 2ª lei da refração é utilizada para calcular o desvio dos raios de luz ao mudarem de meio, e é expressa por:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

No entanto, sabemos que:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 f}{\lambda_2 f} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Além de que:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ao agruparmos estas informações, chegamos a uma forma completa da Lei de Snell:

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

### Dióptro

É todo o sistema formado por dois meios homogêneos e transparentes.

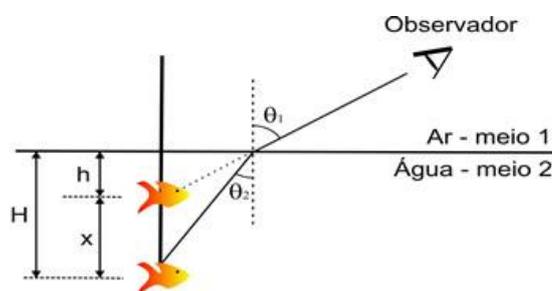
Quando esta separação acontece em um meio plano, chamamos então, dióptro plano.

A figura abaixo representa um dióptro plano, na separação entre a água e o ar, que são dois meios homogêneos e transparentes.



### Formação de imagens através de um Dióptro

Considere um pescador que vê um peixe em um lago. O peixe encontra-se a uma profundidade  $H$  da superfície da água. O pescador o vê a uma profundidade  $h$ . Conforme mostra a figura abaixo:



A fórmula que determina esta distância é:

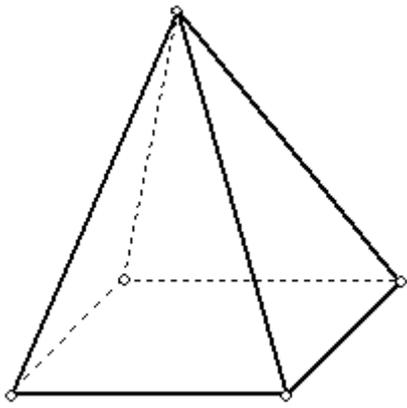
$$\frac{H}{h} = \frac{n_2}{n_1}$$

### Prisma

Um prisma é um sólido geométrico formado por uma face superior e uma face inferior paralelas e congruentes (também chamadas de bases) ligadas por arestas. As laterais de um prisma são paralelogramos.

No entanto, para o contexto da óptica, é chamado prisma o elemento óptico transparente com superfícies retas e polidas que é capaz de refratar a luz nele incidida.

O formato mais usual de um prisma óptico é o de pirâmide com base quadrangular e lados triangulares.



A aplicação usual dos prismas ópticos é seu uso para separar a luz branca policromática nas sete cores monocromáticas do espectro visível, além de que, em algumas situações poder refletir tais luzes.

### Funcionamento do Prisma

Quando a luz branca incide sobre a superfície do prisma, sua velocidade é alterada, no entanto, cada cor da luz branca tem um índice de refração diferente, e logo ângulos de refração diferentes, chegando à outra extremidade do prisma separadas.

### Tipos de Prismas

- ✓ Prismas Dispersivos são usados para separar a luz em suas cores de espectro.
- ✓ Prismas Refletivos são usados para refletir a luz.
- ✓ Prismas Polarizados podem dividir o feixe de luz em componentes de variadas polaridades.

## Capítulo 10

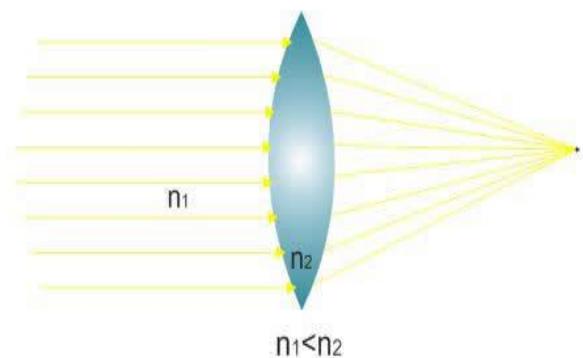
### Lentes Esféricas

#### Lentes Convergentes

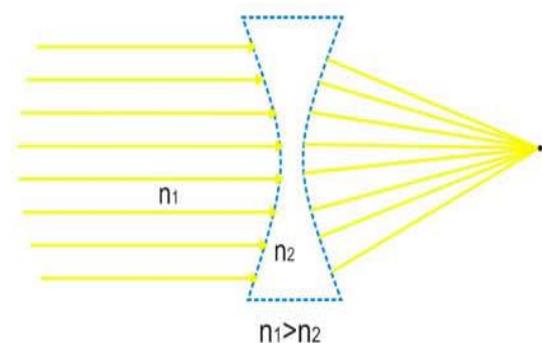
Em uma lente esférica com comportamento convergente, a luz que incide paralelamente entre si é refratada, tomando direções que convergem a um único ponto.

Tanto lentes de bordas finas como de bordas espessas podem ser convergentes, dependendo do seu índice de refração em relação ao do meio externo.

O caso mais comum é o que a lente tem índice de refração maior que o índice de refração do meio externo. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento convergente é o de uma lente biconvexa (com bordas finas):



Já o caso menos comum ocorre quando a lente tem menor índice de refração que o meio. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento convergente é o de uma lente bicôncava (com bordas espessas):



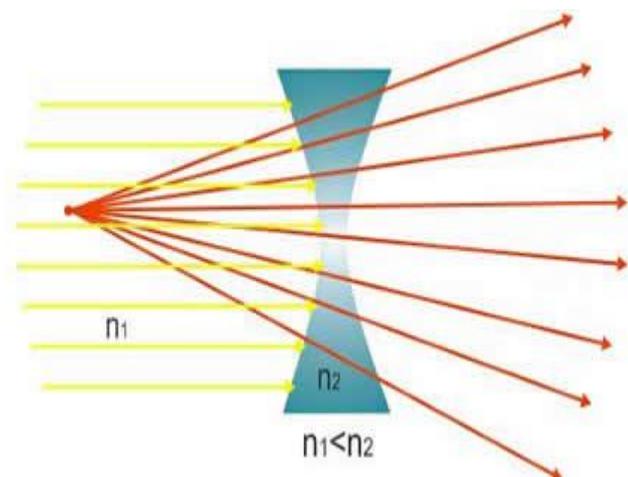
#### Lentes Esféricas Divergentes

Em uma lente esférica com comportamento divergente, a luz que incide paralelamente entre si é refratada, tomando direções que divergem a partir de um único ponto.

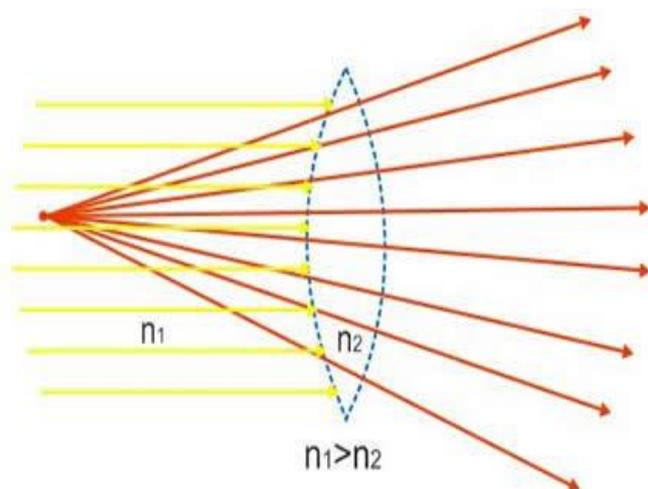
Tanto lentes de bordas espessas como de bordas finas podem ser divergentes, dependendo do seu índice de refração em relação ao do meio externo.

O caso mais comum é o que a lente tem índice de refração maior que o índice de refração do meio externo. Nesse caso, um exemplo de lente com

comportamento divergente é o de uma lente bicôncava (com bordas espessas):



Já o caso menos comum ocorre quando a lente tem menor índice de refração que o meio. Nesse caso, um exemplo de lente com comportamento divergente é o de uma lente biconvexa (com bordas finas):



## Vergência

### Focos de uma Lente

#### Focos Principais

Uma lente possui um par de focos principais: foco principal objeto (**F**) e foco principal imagem (**F'**). Ambos localizam-se a sobre o eixo principal e são simétricos em relação à lente, ou seja, a distância **OF** é igual a distância **OF'**.

#### Foco Imagem (**F'**)

É o ponto ocupado pelo foco imagem, podendo ser real ou virtual.

#### Foco Objeto (**F**)

É o ponto ocupado pelo foco objeto, podendo ser real ou virtual.

## Distância Focal

É a medida da distância entre um dos focos principais e o centro óptico, esta medida é caracterizada pela letra **f**.

## Pontos Antiprincipais

São pontos localizados a uma distância igual a **2f** do centro óptico (**O**), ou seja, a uma distância **f** de um dos focos principais (**F** ou **F'**). Esta medida é caracterizada por **A** (para o ponto antiprincipal objeto) e **A'** (para o ponto antiprincipal imagem).

## Vergência

Dada uma lente esférica em determinado meio, chamamos vergência da lente (**V**) a unidade caracterizada como o inverso da distância focal, ou seja:

$$V = \frac{1}{f}$$

A unidade utilizada para caracterizar a vergência no Sistema Internacional de Medidas é a **dioptria**, simbolizado por **di**.

Um **dioptria** equivale ao inverso de um metro, ou seja:

$$1 \text{ di} = 1 \text{ m}^{-1}$$

Uma unidade equivalente a dioptria, muito conhecida por quem usa óculos, é o "Grau".

$$1 \text{ di} = 1 \text{ grau}$$

Quando a lente é **convergente** usa-se distância focal positiva (**f > 0**) e para uma lente **divergente** se usa distância focal negativa (**f < 0**).

### Por exemplo:

1) Considere uma lente convergente de distância focal 25cm = 0,25m.

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{+0,25} = +4 \text{ di}$$

Neste caso, é possível dizer que a lente tem vergência de +4di ou que ela tem *convergência* de 4di.

2) Considere uma lente divergente de distância focal 50cm = 0,5m.

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,5} = -2 \text{ di}$$

Neste caso, é possível dizer que a lente tem vergência de -2di ou que ela tem *divergência* de 2di.

## Associação de Lentes

Duas lentes podem ser colocadas de forma que funcionem como uma só, desde que sejam postas *coaxialmente*, isto é, com eixos principais coincidentes.

Neste caso, elas serão chamadas de **justapostas**, se estiverem encostadas, ou **separadas**, caso haja uma distância **d** separando-as.

Estas associações são importantes para o entendimento dos instrumentos ópticos.

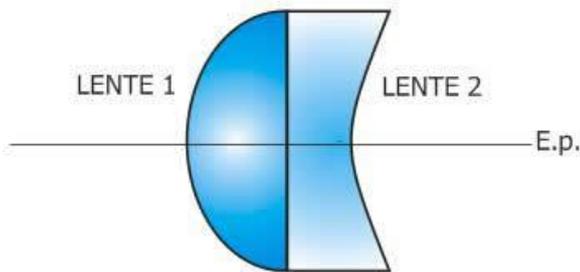
Quando duas lentes são associadas é possível obter uma **lente equivalente**. Esta terá a mesma característica da associação das duas primeiras.

Lembrando que se a lente equivalente tiver vergência positiva será convergente e se tiver vergência negativa será divergente.

### Associação de Lentes Justapostas

Quando duas lentes são associadas de forma justaposta, utiliza-se o teorema das vergências para definir uma lente equivalente.

Como exemplo de Associação Justaposta temos:



Este teorema diz que a vergência da lente equivalente à associação é igual à soma algébrica das vergências das lentes componentes. Ou seja:

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

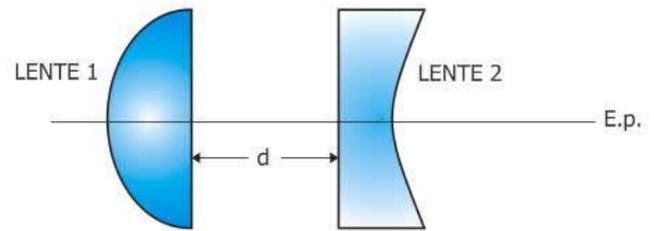
Que também pode ser escrita como:

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

### Associação de Lentes Separadas

Quando duas lentes são associadas de forma separada, utiliza-se uma generalização do Teorema das Vergências para definir uma lente equivalente.

Um exemplo de associação separada é:



A generalização do teorema diz que a vergência da lente equivalente à tal associação é igual a soma algébrica das vergências dos componentes menos o produto dessas vergências pela distância que separa as lentes. Desta forma:

$$V_{eq} = V_1 + V_2 - V_1 V_2 d$$

Que também pode ser escrito como:

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

## Capítulo 11

### Instrumentos Ópticos

#### Câmera Fotográfica

A câmera fotográfica é um equipamento capaz de projetar e armazenar uma imagem em um anteparo.

Nos antigos equipamentos, onde um filme deve ser posto dentro da câmera, o anteparo utilizado é um filme fotossensível capaz de propiciar uma reação química entre os sais do filme e a luz que incide nele.

No caso das câmeras digitais, uma das partes do anteparo consiste em um dispositivo eletrônico, conhecido como CCD (Charge-Coupled Device), que converte as intensidades de luz que incidem sobre ele em valores digitais armazenáveis na forma de Bits (pontos) e Bytes (dados).

O funcionamento óptico da câmera fotográfica é basicamente equivalente ao de uma câmera escura, com a particularidade que, no lugar do orifício uma lente convergente é utilizada. No fundo da câmera encontra-se o anteparo no qual a imagem será gravada.



#### Projetor

Um projetor é um equipamento provido de uma lente convergente (objetiva) que é capaz de fornecer imagens reais, invertidas e maiores que o objeto, que pode ser um slide ou filme.

Normalmente, os slides ou filmes são colocados invertidos, assim a imagem projetada será vista de forma direta.



#### Lupa

A Lupa é o mais simples instrumento óptico de observação. Também é chamada de lente de aumento.

Uma lupa é constituída por uma lente convergente com distância focal na ordem de centímetros, capaz de conjugar uma imagem virtual, direta e maior que o objeto.

No entanto, este instrumento se mostra eficiente apenas quando o objeto observado estiver colocado entre o foco principal objeto e o centro óptico.



Quando uma lupa é presa a um suporte recebe a denominação de **microscópio simples**.

#### Microscópio Composto

Um microscópio composto é um instrumento óptico composto fundamentalmente por um tubo delimitado nas suas extremidades por lentes esféricas convergentes, formando uma associação de lentes separadas.

A lente mais próxima do objeto observado é chamada objetiva, e é uma lente com distância focal na ordem de milímetros. A lente próxima ao observador é chamada ocular, e é uma lente com distância focal na ordem de centímetros.

O funcionamento de um microscópio composto é bastante simples. A objetiva fornece uma imagem real, invertida e maior que o objeto. Esta imagem funciona como objeto para o ocular, que funciona como uma lupa, fornecendo uma imagem final virtual, direta e maior.

Ou seja, o objeto é aumentado duplamente, fazendo com que objetos muito pequenos sejam melhores observados.



Este microscópio composto também é chamado Microscópio Óptico sendo capaz de aumentar até 2 000 vezes o objeto observado. Existem também Microscópio Eletrônicos capazes de proporcionar aumentos de até 100 000 vezes e Microscópios de Varredura que produzem aumentos superiores a 1 milhão de vezes.

### Luneta

Lunetas são instrumentos de observação a grandes distâncias, sendo úteis para observação de astros (**luneta astronômica**) ou para observação da superfície terrestre (**luneta terrestre**).

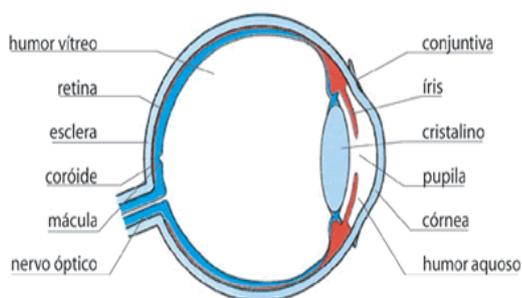
Uma luneta é basicamente montada da mesma forma que um microscópio composto, com objetiva e ocular, no entanto a objetiva da luneta tem distância focal na ordem de metros, sendo capaz de observar objetos afastados.



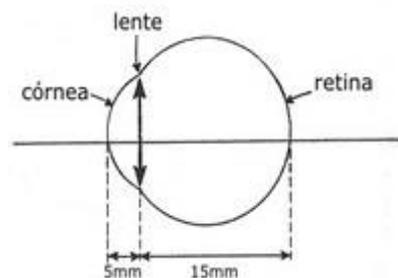
### Olho Humano

O olho humano é um sistema óptico complexo, formado por vários meios transparentes além de um sistema fisiológico com inúmeros componentes.

Todo o conjunto que compõe a visão humana é chamado globo ocular. A luz incide na córnea e converge até a retina, formando as imagens.



Para esta formação de imagem acontecem vários fenômenos fisiológicos. No entanto, para o estudo da óptica podemos considerar o olho como uma lente convergente, com distância focal variável, sendo representado da seguinte forma:



Tal representação é chamada **olho reduzido**, e traz a representação das distâncias entre a córnea e a lente e entre a lente e a retina, sendo a última a distância da imagem produzida em relação a lente ( $p'$ ).

### Adaptação Visual

Chama-se adaptação visual a capacidade apresentada pela pupila de se adequar à luminosidade de cada ambiente, comprimindo-se ou dilatando-se.

Em ambientes com grande luminosidade, a pupila pode atingir um diâmetro de até 1,5mm, fazendo com que entre menos luz no globo ocular, protegendo a retina de um possível ofuscamento.

Já em ambientes mais escuros, a pupila se dilata, atingindo diâmetro de até 10mm. Assim, a incidência de luminosidade aumenta no globo ocular, possibilitando a visão em tais ambientes.

### Acomodação Visual

As pessoas que têm visão considerada normal, **emétropes**, têm a capacidade de acomodar objetos de distâncias de 25 cm em média, até distâncias no infinito visual.

### Ponto Próximo

A primeira distância (25cm) corresponde ao ponto próximo, que é a mínima distância que um pessoa pode enxergar corretamente. O que caracteriza esta situação é que os músculos ciliares encontram-se totalmente contraídos.

Neste caso, pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Considerando o olho com distância entre a lente e a retina de 15mm, ou seja,  $p'=15\text{mm}$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{250} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{f} = 0,0766$$

$$f = 14,1\text{mm}$$

Neste caso, o foco da imagem será encontrado 14,1mm distante da lente.

#### Ponto Remoto

Quanto à distância infinita, corresponde ao ponto remoto, que é a distância máxima alcançada para uma imagem focada. Nesta situação, os músculos ciliares encontram-se totalmente relaxados.

Da mesma forma que para o ponto próximo, podemos utilizar a equação de Gauss, para determinar o foco da imagem.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{f}$$

No entanto,  $\infty$  é um valor indeterminado, mas se pensarmos que infinito corresponde a um valor muito alto, veremos que esta divisão resultará em um valor muito pequeno, podendo ser desprezado.

Assim, teremos que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{15} \\ f &= 15\text{mm} \end{aligned}$$

#### Ilusão de Óptica

Ilusão de óptica são imagens que enganam momentaneamente o cérebro, deixando-o inconsciente confuso e fazendo com que este capte ideias falsas, preenchendo espaços que não ficam claros à primeira vista.

Podem ser fisiológicas quando surgem naturalmente ou cognitivas, quando se criam com artifícios visuais.

Uma das mais famosas imagens que causa ilusão de óptica foi criada em 1915 pelo cartunista W. E. Hill. Nesta figura, duas imagens podem ser vistas. Uma é uma garota, posicionada de perfil olhando para longe, a outra é o rosto de uma senhora idosa que olha para o chão.



## Capítulo 12

### Ondulatória

#### MHS

#### Movimento Periódico e Oscilatório

No estudo dos movimentos oscilatórios estão fundamentados alguns dos maiores avanços para a ciência, como a primeira medição com precisão da aceleração da gravidade, a comprovação científica da rotação da Terra, além de inúmeros benefícios tecnológicos, como a invenção dos primeiros relógios mecânicos.

#### Movimento Periódico

Um movimento periódico é caracterizado quando a posição, velocidade e aceleração de um corpo móvel se repetem em intervalos de tempo iguais, como por exemplo, o movimento dos ponteiros dos relógios, de um ponto qualquer demarcado em um aro de uma bicicleta que anda com velocidade constante ou até o movimento realizado pelos planetas em torno do Sol.

Chamamos Período do Movimento (**T**) o intervalo de tempo que estes ciclos levam até se repetirem. Assim, ao decorrerem-se um número (**n**) de repetições em um determinado intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), seu período será dado pela expressão:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

Como  $n$  é uma grandeza adimensional, o período tem unidade igual à unidade de tempo. No SI, é medido em segundos (s).

Além do período, em um movimento periódico, é considerada uma grandeza chamada frequência ( $f$ ), que corresponde ao número de repetições do movimento ( $n$ ) em um determinado intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), ou seja:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Analisando as unidades da relação, a frequência é medida pelo inverso de unidade de tempo, ou seja, 1/s que recebe o nome de hertz (Hz) no SI.

Comparando-se as equações do período e da frequência, podemos definir a relação entre elas como:

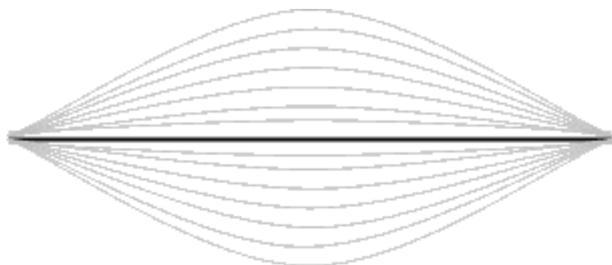
$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f}$$

#### Movimento Oscilatório

Um movimento oscilatório acontece quando o sentido do movimento se alterna periodicamente, porém a trajetória é a mesma para ambos os

sentidos. É o caso dos pêndulos e das cordas de guitarras e violões, por exemplo.

A figura abaixo representa uma corda em vibração, observe que mesmo se deslocando para baixo e para cima do ponto de origem ela sempre mantém distâncias iguais de afastamento deste ponto.



Se considerarmos que o corpo começa a vibrar partindo da linha mais escura, cada vez que a corda passar por esta linha, após percorrer todas as outras linhas consideradas, dizemos que ela completou um *ciclo*, uma *oscilação* ou uma *vibração*.

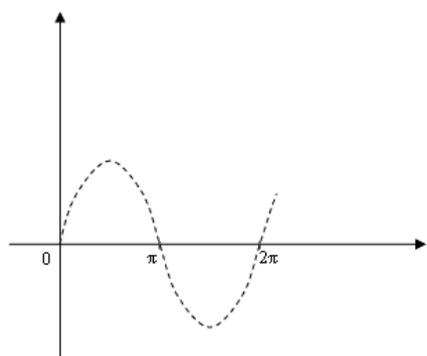
Da mesma forma que para o movimento periódico, o intervalo decorrido para que se complete um ciclo é chamado *período do movimento (T)* e o número de ciclos completos em uma unidade de tempo é a *frequência de oscilação*.

Se você já esteve em um prédio alto, deve ter percebido que em dias de muito vento a sua estrutura balança. Não é só impressão! Algumas construções de grandes estruturas como edifícios e pontes costumam balançar em decorrência do vento. Estas vibrações, porém, acontecem com período de oscilação superior a 1 segundo, o que não causa preocupação. Uma construção só poderia ser prejudicada caso tivesse uma vibração natural com período igual à vibração do vento no local.

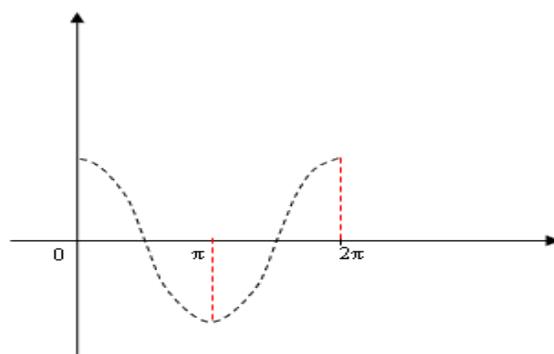
### Funções Horárias do Movimento Harmônico Simples

Chamamos um movimento de harmônico quando este pode ser descrito por funções horárias harmônicas (seno ou cosseno), que são assim chamadas devido à sua representação gráfica:

#### Função Seno



#### Função Cosseno

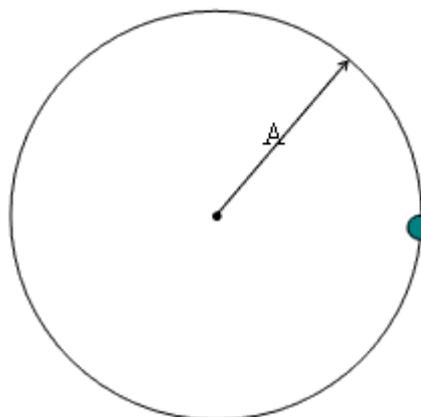


Quando isto acontece, o movimento é chamado Movimento Harmônico Simples (MHS).

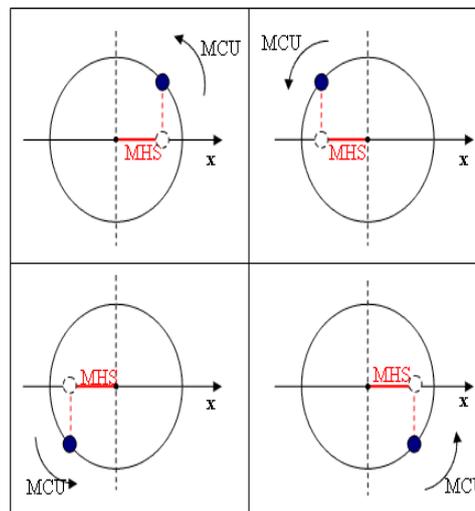
Para que o estudo desse movimento seja simplificado, é possível analisá-lo como uma projeção de um movimento circular uniforme sobre um eixo. Assim:

#### Função Horária da Elongação

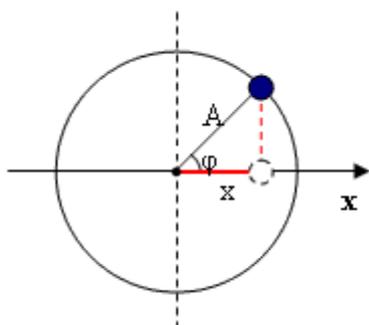
Imagine uma partícula se deslocando sobre uma circunferência de raio  $A$  que chamaremos Amplitude de Oscilação.



Colocando o eixo  $x$  no centro do círculo que descreve o Movimento Curvilíneo Uniforme e comparando o deslocamento no Movimento Harmônico Simples:



Usando o que já conhecemos sobre MCU e projetando o deslocamento angular no eixo x podemos deduzir a função horária do deslocamento no Movimento Harmônico Simples:



Usando a Relação Trigonométrica do cosseno do ângulo para obter o valor de x:

$$\cos \varphi = \frac{x}{A}$$

$$x = A \cdot \cos \varphi$$

Esta é a posição exata em que se encontra a partícula na figura mostrada, se considerarmos que, no MCU, este ângulo varia com o tempo, podemos escrever  $\varphi$  em função do tempo, usando a função horária do deslocamento angular:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

Então, podemos substituir esta função na equação do MCU projetado no eixo x e teremos a função horária da elongação, que calcula a posição da partícula que descreve um MHS em um determinado instante t.

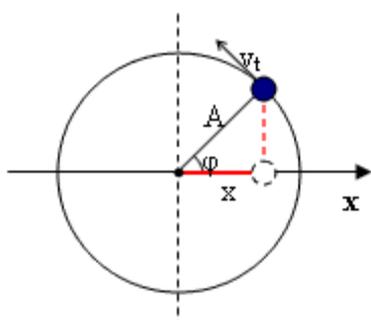
$$x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$

$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

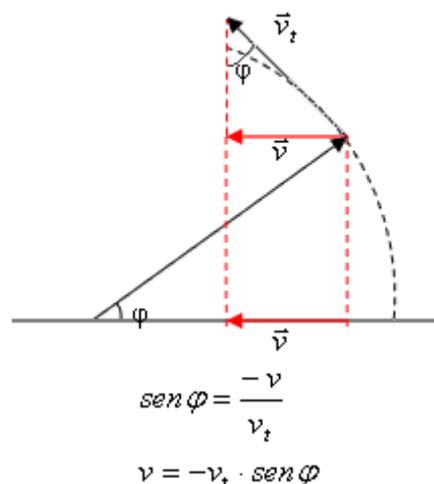
### Função Horária da Velocidade

Partindo da função horária da elongação podemos seguir pelo menos dois caminhos diferentes para determinar a função horária da velocidade. Um deles é utilizar cálculo diferencial e derivar esta equação em função do tempo obtendo uma equação para a velocidade no MHS.

Outra forma é continuar utilizando a comparação com o MCU, lembrando que, para o movimento circular, a velocidade linear é descrita como um vetor tangente à trajetória:



Decompondo o Vetor Velocidade Tangencial:



Repare que o sinal de v é negativo pois o vetor tem sentido contrário ao vetor elongação, logo, o movimento é retrógrado.

Mas sabemos que em um MCU:

$$v_t = \omega \cdot A_e$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

Assim, podemos substituir estas igualdades e teremos a função horária da velocidade no MHS:

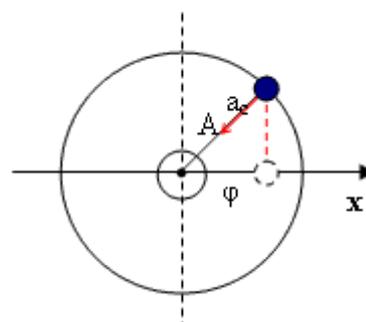
$$v = -v_t \cdot \text{sen } \varphi$$

$$v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

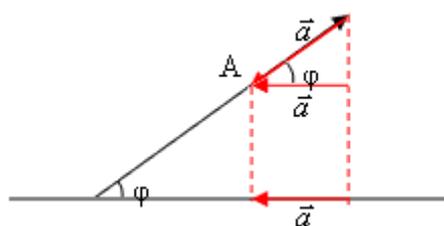
### Função Horária da Aceleração

Analogamente à função horária da velocidade, a função horária da aceleração pode ser obtida utilizando cálculo diferencial, ao derivar a velocidade em função do tempo.

Mas também pode ser calculada usando a comparação com o MCU, lembrando que quando o movimento é circular uniforme a única aceleração pela qual um corpo está sujeito é aquela que o faz mudar de sentido, ou seja, a aceleração centrípeta.



## Decompondo o Vetor Aceleração Centrípeta



$$\cos \varphi = \frac{-a}{a_c}$$

$$a = -a_c \cdot \cos \varphi$$

Repare que o sinal de  $a$  é negativo, pois o vetor tem sentido contrário ao vetor elongação, logo, o movimento é retrógrado.

Mas sabemos que em um MCU:

$$a_c = \omega^2 \cdot A$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

Podemos substituir estas igualdades e teremos a função horária da aceleração no MHS:

$$a = -a_c \cdot \cos \varphi$$

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

ou

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

## Algumas observações importantes

A fase  $(\omega \cdot t + \varphi_0)$  é sempre medida em radianos.

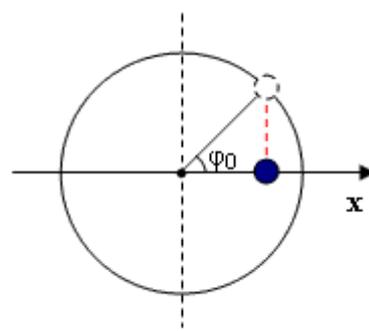
A pulsação  $(\omega)$  pode ser definida por:

$$\frac{2\pi}{T}$$

A fase inicial  $(\varphi_0)$  é o igual ao ângulo inicial do movimento em um ciclo trigonométrico, ou seja, é o ângulo de defasagem da onda senoidal.

Por exemplo, no instante  $t=0$ , uma partícula que

descreve um MHS está na posição  $\frac{3A}{4}$ , então determina-se sua fase inicial representando o ponto dado projetado no ciclo trigonométrico:



## Exemplos:

(1) Uma partícula em MHS, com amplitude 0,5m, tem pulsação igual a  $\frac{\pi \text{ rad/s}}{8}$  e fase inicial  $\frac{\pi}{2}$ , qual sua elongação, velocidade e aceleração após 2 segundos do início do movimento?

$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$x = 0,5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8} \cdot 2 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x = -0,35\text{m}$$

$$v = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$v = -\frac{\pi}{8} \cdot 0,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8} \cdot 2 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = -0,138\text{m/s}$$

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

$$a = -\left(\frac{\pi}{8}\right)^2 \cdot (-0,35)$$

$$a = 0,0539\text{m/s}^2$$

## Força no Movimento Harmônico Simples

Assim como visto anteriormente, o valor da aceleração para uma partícula em MHS é dada por:

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Então, pela 2ª Lei de Newton, sabemos que a força resultante sobre o sistema é dada pelo produto de sua massa e aceleração, logo:

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot (-\omega^2 \cdot x)$$

$$F = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Como a massa e a pulsação são valores constantes para um determinado MHS, podemos substituir o produto  $m\omega^2$  pela constante  $k$ , denominada constante de força do MHS.

Obtendo:

$$F = -k \cdot x$$

Com isso concluímos que o valor algébrico da força resultante que atua sobre uma partícula que descreve um MHS é proporcional à elongação, embora tenham sinais opostos.

Esta é a característica fundamental que determina se um corpo realiza um movimento harmônico simples.

Chama-se a força que atua sobre um corpo que descreve MHS de *força restauradora*, pois ela atua de modo a garantir o prosseguimento das oscilações, restaurando o movimento anterior.

Sempre que a partícula passa pela posição central, a força tem o efeito de retardá-la para depois poder trazê-la de volta.

### Ponto de equilíbrio do MHS

No ponto médio da trajetória, a elongação é numericamente igual a zero ( $x=0$ ), conseqüentemente a força resultante que atua neste momento também é nula ( $F=0$ ).

Este ponto onde a força é anulada é denominado *ponto de equilíbrio* do movimento.

### Período do MHS

Grande parte das utilidades práticas do MHS está relacionado ao conhecimento de seu período ( $T$ ), já que experimentalmente é fácil de medi-lo e partindo dele é possível determinar outras grandezas.

Como definimos anteriormente:

$$k = m\omega^2$$

A partir daí podemos obter uma equação para a pulsação do MHS:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Mas, sabemos que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Então, podemos chegar a expressão:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

⇓

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Como sabemos, a frequência é igual ao inverso do período, logo:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

### Exemplo:

(1) Um sistema é formado por uma mola pendurada verticalmente a um suporte em uma extremidade e a um bloco de massa 10 kg. Ao ser posto em movimento o sistema repete seus movimentos após cada 6 segundos. Qual a constante da mola e a frequência de oscilação?

Para um sistema formado por uma massa e uma mola, a constante  $k$  é equivalente à constante elástica da mola, assim:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{k}$$

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2}$$

$$k = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot 10}{36}$$

$$k = 10,96 \text{ N/m}$$

### Oscilador Massa-Mola

Um oscilador massa-mola ideal é um modelo físico composto por uma mola sem massa que possa ser deformada sem perder suas propriedades elásticas, chamada *mola de Hooke*, e um corpo de massa  $m$  que não se deforme sob ação de qualquer força.

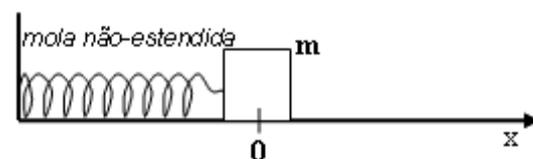
Este sistema é fisicamente impossível já que uma mola, por mais leve que seja, jamais será considerada um corpo sem massa e após determinada deformação perderá sua elasticidade. Enquanto um corpo de qualquer substância conhecida, quando sofre a aplicação de uma força, é deformado, mesmo que seja de medidas desprezíveis.

Mesmo assim, para as condições que desejamos calcular, este é um sistema muito eficiente. E sob determinadas condições, é possível obtermos, com muita proximidade, um oscilador massa-mola.

Assim podemos descrever dois sistemas massa-mola básicos, que são:

### Oscilador Massa-Mola Horizontal

É composto por uma mola com constante elástica  $K$  de massa desprezível e um bloco de massa  $m$ , postos sobre uma superfície sem atrito, conforme mostra a figura abaixo:



Como a mola não está deformada, diz-se que o bloco encontra-se em posição de equilíbrio.

Ao modificar-se a posição do bloco para um ponto em  $x$ , este sofrerá a ação de uma força restauradora, regida pela lei de Hooke, ou seja:

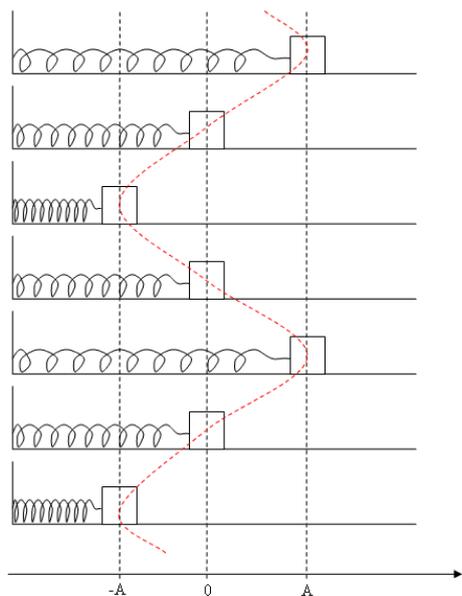
$$F = -K \cdot x$$

Como a superfície não tem atrito, esta é a única força que atua sobre o bloco, logo é a força resultante, caracterizando um MHS.

Sendo assim, o período de oscilação do sistema é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Ao considerar a superfície sem atrito, o sistema passará a oscilar com amplitude igual à posição em que o bloco foi abandonado em  $x$ , de modo que:

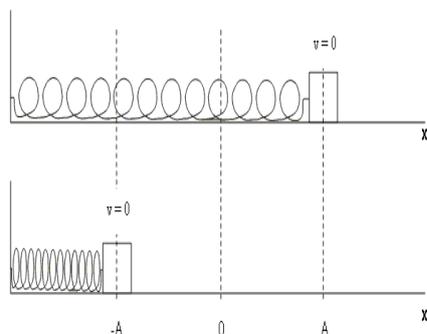


Assim podemos fazer algumas observações sobre este sistema:

- ✓ O bloco preso à mola executa um MHS;
- ✓ A elongação do MHS é igual à deformação da mola;
- ✓ No ponto de equilíbrio, a força resultante é nula.

### Energia do Oscilador

Analisando a Energia Mecânica do sistema, tem-se que:



Quando o objeto é abandonado na posição  $x=A$ , a energia mecânica do sistema é igual à energia potencial elástica armazenada, pois não há movimento e, conseqüentemente, energia cinética.

Assim:

$$E_M = E_C + E_{PEl}$$

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}KA^2$$

$$v = 0$$

$$E_M = \frac{1}{2}KA^2 = E_{PEl}$$

Ao chegar na posição  $x=-A$ , novamente o objeto ficará momentaneamente parado ( $v=0$ ), tendo sua energia mecânica igual à energia potencial elástica do sistema.

No ponto em que  $x=0$ , ocorrerá o fenômeno inverso ao da máxima elongação, sendo que:

$$E_M = E_C + E_{PEl}$$

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$x = 0$$

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 = E_C$$

Assim podemos concluir que na posição  $x=0$ , ocorre a velocidade máxima do sistema massa-mola, já que toda a energia mecânica é resultado desta velocidade.

Para todos os outros pontos do sistema:

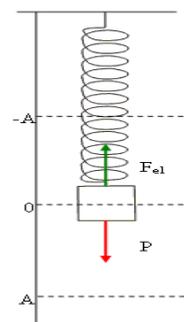
$$E_M = E_C + E_{PEl}$$

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

Como não há dissipação de energia neste modelo, toda a energia mecânica é conservada durante o movimento de um oscilador massa-mola horizontal.

### Oscilador Massa-Mola Vertical

Imaginemos o sistema anterior, de uma mola de constante  $K$  e um bloco de massa  $m$ , que se aproximam das condições de um oscilador massa-mola ideal, com a mola presa verticalmente à um suporte e ao bloco, em um ambiente que não cause resistência ao movimento do sistema:



Podemos observar que o ponto onde o corpo fica em equilíbrio é:

$$\begin{aligned}\sum F &= 0 \\ F_{el} - P &= 0 \\ F_{el} &= P\end{aligned}$$

Ou seja, é o ponto onde a força elástica e a força peso se anulam. Apesar da energia potencial elástica não ser nula neste ponto, considera-se este o ponto inicial do movimento.

Partindo do ponto de equilíbrio, ao ser "puxado" o bloco, a força elástica será aumentada, e como esta é uma força restauradora e não estamos considerando as dissipações de energia, o oscilador deve se manter em MHS, oscilando entre os pontos A e -A, já que a força resultante no bloco será:

$$\begin{aligned}F &= F_{el} - P \\ F &= -Kx - P\end{aligned}$$

Mas, como o peso não varia conforme o movimento, este pode ser considerado como uma constante. Assim, a força varia proporcionalmente à elongação do movimento, portanto é um MHS.

Tendo seu período expresso por:

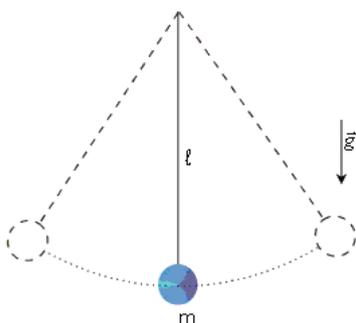
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

## Pêndulos Simples

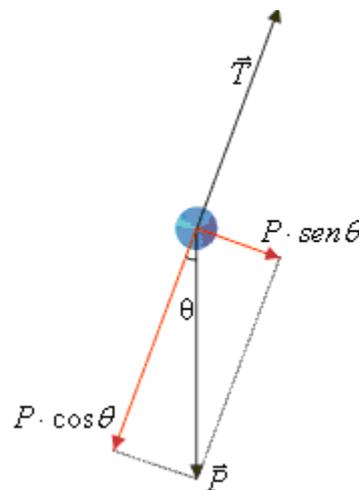
Um pêndulo é um sistema composto por uma massa acoplada a um pivô, que permite sua movimentação livremente. A massa fica sujeita à força restauradora causada pela gravidade.

Existem inúmeros pêndulos estudados por físicos, já que estes descrevem-no como um objeto de fácil previsão de movimentos e que possibilitou inúmeros avanços tecnológicos. Alguns deles são os pêndulos físicos, de torção, cônicos, de Foucault, duplos, espirais, de Karter e invertidos. Mas o modelo mais simples e que tem maior utilização é o pêndulo simples.

Este pêndulo consiste em uma massa presa a um fio flexível e inextensível por uma de suas extremidades e livre por outra, representado da seguinte forma:



Quando afastamos a massa da posição de repouso e a soltamos, o pêndulo realiza oscilações. Ao desconsiderarmos a resistência do ar, as únicas forças que atuam sobre o pêndulo são a tensão com o fio e o peso da massa  $m$ . Desta forma:



A componente da força Peso que é dado por  $P \cdot \cos\theta$  se anulará com a força de Tensão do fio, sendo assim, a única causa do movimento oscilatório é a  $P \cdot \text{sen}\theta$ . Então:

$$F = P \cdot \text{sen}\theta$$

No entanto, o ângulo  $\theta$ , expresso em radianos que por definição é dado pelo quociente do arco descrito pelo ângulo, que no Movimento Oscilatório de um pêndulo é  $x$  e o raio de aplicação do mesmo, no caso, dado por  $\ell$ , assim:

$$\theta = \frac{x}{\ell}$$

Onde ao substituirmos em F:

$$F = P \cdot \text{sen} \frac{x}{\ell}$$

Assim é possível concluir que o movimento de um pêndulo simples não descreve um MHS, já que a força não é proporcional à elongação e sim ao seno dela. No entanto, para ângulos pequenos,  $\theta \geq \frac{\pi}{8} \text{ rad}$ , o valor do seno do ângulo é aproximadamente igual a este ângulo.

Então, ao considerarmos os casos de pequenos ângulos de oscilação:

$$F = P \cdot \text{sen} \frac{x}{\ell} = P \cdot \frac{x}{\ell}$$

$$F = \frac{P}{\ell} \cdot x$$

Como  $P=mg$ , e  $m$ ,  $g$  e  $\ell$  são constantes neste sistema, podemos considerar que:

$$K = \frac{P}{\ell} = \frac{m \cdot g}{\ell}$$

Então, reescrevemos a força restauradora do sistema como:

$$F = K \cdot x$$

Sendo assim, a análise de um pêndulo simples nos mostra que, para pequenas oscilações, um pêndulo simples descreve um MHS.

Como para qualquer MHS, o período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

e como

$$K = \frac{m \cdot g}{\ell}$$

Então o período de um pêndulo simples pode ser expresso por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{\ell}}}$$

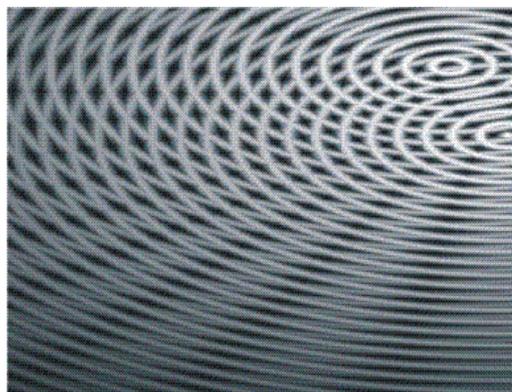
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

## Capítulo 13

### Ondas

Uma onda é um movimento causado por uma perturbação, e esta se propaga através de um meio.

Um exemplo de onda é tido quando joga-se uma pedra em um lago de águas calmas, onde o impacto causará uma perturbação na água, fazendo com que ondas circulares se propagem pela superfície da água.



Também existem ondas que não podemos observar a olho nu, como, por exemplo, ondas de rádio, ondas de televisão, ondas ultravioleta e microondas.

Além destas, existem alguns tipos de ondas que conhecemos bem, mas que não identificamos normalmente, como a luz e o som.

Mas o que elas têm em comum é que todas são energias propagadas através de um meio, e este meio não acompanha a propagação.

#### Classificação das Ondas

Conforme sua natureza as ondas são classificadas em:

**Ondas Mecânicas** – são ondas que necessitam de um meio material para se propagar, ou seja, sua propagação envolve o transporte de energia cinética e potencial e depende da elasticidade do meio. Por isto não é capaz de propagar-se no vácuo. Alguns exemplos são os que acontecem em molas e cordas, sons e em superfícies de líquidos.

**Ondas Eletromagnéticas** – são ondas geradas por cargas elétricas oscilantes e sua propagação não depende do meio em que se encontram, podendo propagar-se no vácuo e em determinados meios materiais. Alguns exemplos são as ondas de rádio, de radar, os raios x e as microondas.

Todas as Ondas Eletromagnéticas tem em comum a sua velocidade de propagação no vácuo, próxima a 300000km/s, que é equivalente a 1080000000km/h.

**Por que as ondas do mar quebram?**

Sabendo que as ondas em geral têm como característica

fundamental propagar energia sem que haja movimentação no meio, como explica-se o fenômeno de quebra das ondas do mar, causando movimentação de água, próximo à costa?

Em águas profundas as ondas do mar não transportam matéria, mas ao aproximar-se da costa, há uma brusca diminuição da profundidade onde se encontram, provocando a quebra destas ondas e causando uma movimentação de toda a massa de água e a formação de correntezas.

Após serem quebradas, as ondas do mar deixam de comportar-se como ondas.

Quanto à direção de propagação as ondas são classificadas como:

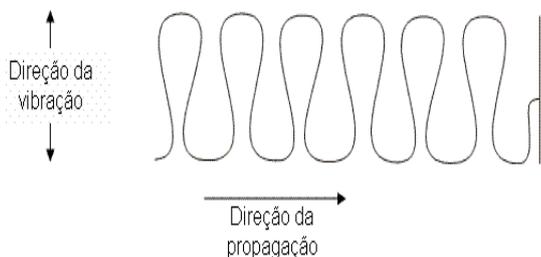
**Unidimensionais** – que se propagam em apenas uma direção, como as ondas em cordas e molas esticadas;

**Bidimensionais** – são aquelas que se propagam por uma superfície, como as água em um lago quando se joga uma pedra;

**Tridimensionais** – são capazes de se propagar em todas as dimensões, como a luz e o som.

Quanto à direção da vibração as ondas podem ser classificadas como:

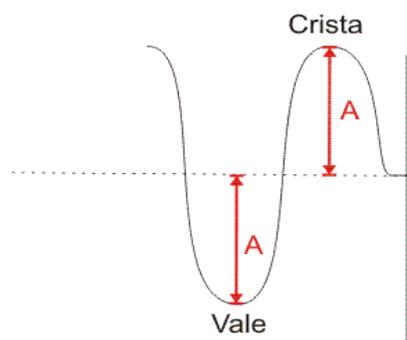
**Transversais** – são as que são causadas por vibrações perpendiculares à propagação da onda, como, por exemplo, em uma corda:



**Longitudinais** – são ondas causadas por vibrações com mesma direção da propagação, como as Ondas Sonoras.

### Componentes de uma Onda

Uma onda é formada por alguns componentes básicos que são:



Sendo A a amplitude da onda.

É denominado comprimento da onda, e expresso pela letra grega lambda ( $\lambda$ ), a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos.

Chamamos período da onda (T) o tempo decorrido até que duas cristas ou dois vales consecutivos passem por um ponto e *frequência da onda* (f) o número de cristas ou vales consecutivos que passam por um mesmo ponto, em uma determinada unidade de tempo.

Portanto, o período e a frequência são relacionados por:

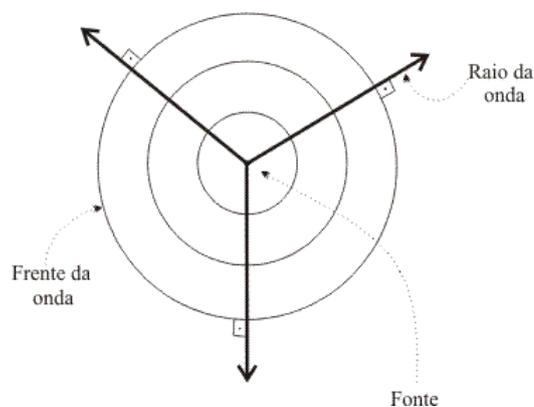
$$f = \frac{1}{T}$$

A unidade internacionalmente utilizada para a frequência é Hertz (Hz) sendo que 1Hz equivale à passagem de uma crista ou de um vale em 1 segundo.

Para o estudo de ondas bidimensionais e tridimensionais são necessários os conceitos de:

**Frente de onda** – é a fronteira da região ainda não atingida pela onda com a região já atingida;

**Raio de onda** – é possível definir como o raio de onda a linha que parte da fonte e é perpendicular às frentes de onda, indicando a direção e o sentido de propagação.

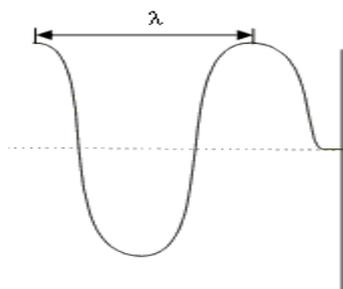


### Velocidade de Propagação das Ondas

Como não transportam matéria em seu movimento, é previsível que as ondas se desloquem com velocidade contínua, logo estas devem ter um deslocamento que valide a expressão:

$$\Delta S = v \cdot \Delta t$$

Que é comum aos movimentos uniformes, mas conhecendo a estrutura de uma onda:



Podemos fazer que  $\Delta S = \lambda$  e que  $\Delta t = T$ . Assim:

$$\lambda = v \cdot T$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\lambda = v \cdot \frac{1}{f}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

Esta é a Equação Fundamental da Ondulatória, já que é válida para todos os tipos de onda.

É comum utilizar-se frequências na ordem de kHz (1quilohertz = 1000Hz) e de MHz (1megahertz = 1000000Hz)

### Exemplo:

(1) Qual a frequência de ondas, se a velocidade desta onde é de 195m/s, e o seu comprimento de onda é de 1cm?

$$1\text{cm} = 0,01\text{m}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{195}{0,01} = 19500\text{Hz}$$

$$f = 19,5\text{kHz}$$

### Reflexão de Ondas

É o fenômeno que ocorre quando uma onda incide sobre um obstáculo e retorna ao meio de propagação, mantendo as características da onda incidente.

Independente do tipo de onda, o módulo da sua velocidade permanece inalterado após a reflexão, já que ela continua propagando-se no mesmo meio.

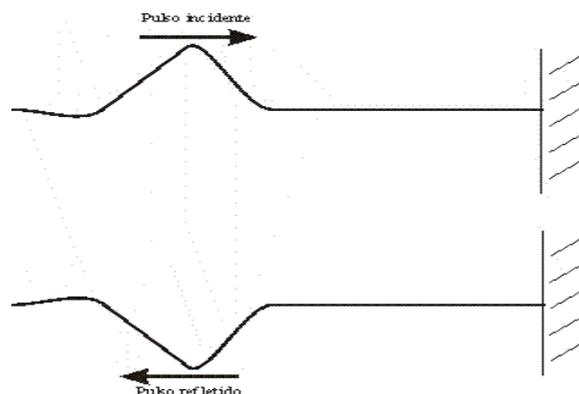
### Reflexão em Ondas Unidimensionais

Esta análise deve ser dividida em oscilações com extremidade fixa e com extremidade livre:

#### Com Extremidade Fixa:

Quando um pulso (meia-onda) é gerado, faz cada ponto da corda subir e depois voltar a posição original, no entanto, ao atingir uma extremidade fixa, como uma parede, a força aplicada nela, pelo

princípio da ação e reação, reage sobre a corda, causando um movimento na direção da aplicação do pulso, com um sentido inverso, gerando um pulso refletido. Assim como mostra a figura abaixo:

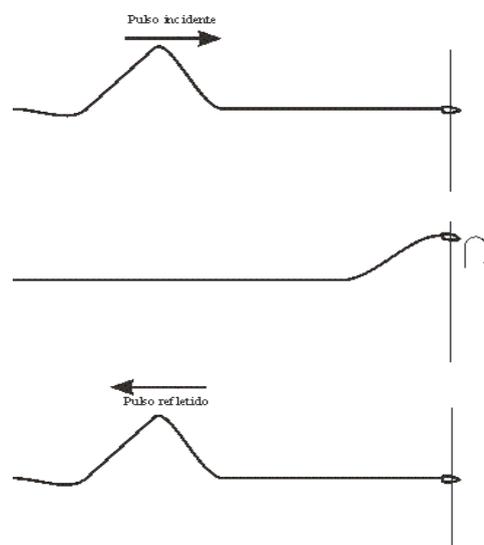


Para este caso costuma-se dizer que há inversão de fase já que o pulso refletido executa o movimento contrário ao do pulso incidente.

#### Com Extremidade Livre:

Considerando uma corda presa por um anel a uma haste idealizada, portanto sem atrito.

Ao atingir o anel, o movimento é continuado, embora não haja deslocamento no sentido do pulso, apenas no sentido perpendicular a este. Então o pulso é refletido em direção da aplicação, mas com sentido inverso. Como mostra a figura:



Para estes casos não há inversão de fase, já que o pulso refletido executa o mesmo movimento do pulso incidente, apenas com sentido contrário.

É possível obter-se a extremidade livre, amarrando-se a corda a um barbante muito leve, flexível e inextensível.

### Reflexão de Ondas Bidimensionais

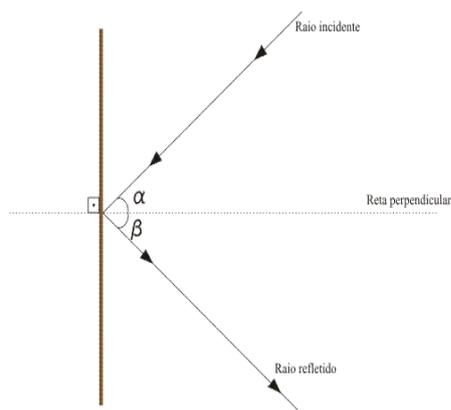
Quando uma frente de onda, propagando-se em superfície líquida, incide sobre um obstáculo, cada ponto da frente reflete-se, então é possível representá-las por seus raios de onda.

A reflexão dos raios de onda é regida por duas leis da reflexão, que são apresentadas como:

**1ª Lei da Reflexão** – O raio incidente, o raio refletido e a reta perpendicular à superfície refletora no ponto de incidência estão contidos sempre no mesmo plano;

**2ª Lei da Reflexão** – Os ângulos formados entre o raio incidente e a reta perpendicular e entre o raio refletido e a reta perpendicular têm sempre a mesma medida.

Assim:

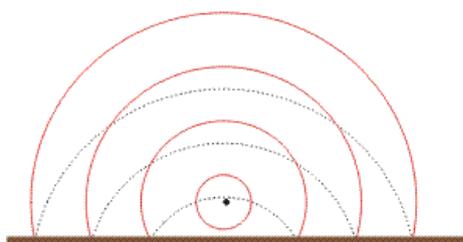


Como afirma a 2ª Lei, os ângulos têm valor igual, portanto:

$$\alpha = \beta$$

Então pode-se imaginar que a reflexão das ondas aconteça como se fosse refletida em um espelho posto perpendicularmente ao ponto de incidência.

Considere a reflexão de Ondas Circulares:



## Refração de Ondas

É o fenômeno que ocorre quando uma onda passa de um meio para outro de características distintas, tendo sua direção desviada.

Independente de cada onda, sua frequência não é alterada na refração, no entanto, a velocidade e o comprimento de onda podem se modificar.

Através da refração é possíveis explicar inúmeros efeitos, como o arco-íris, a cor do céu no pôr-do-sol e a construção de aparelhos astronômicos.

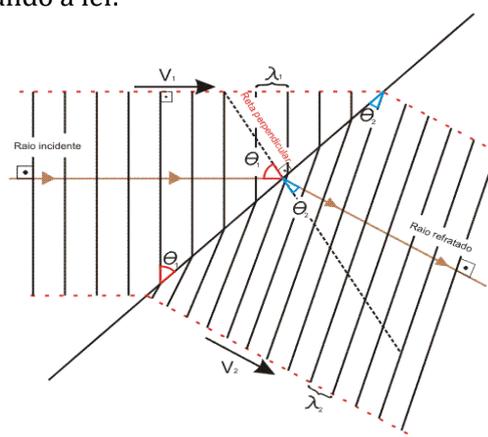
A Refração de Ondas obedece duas leis que são:

**1ª Lei da Refração** – O raio incidente, a reta perpendicular à fronteira no ponto de incidência e o raio refratado estão contidos no mesmo plano.

**Lei de Snell** – Esta lei relaciona os ângulos, as velocidades e os comprimentos de onda de incidência de refração, sendo matematicamente expressa por:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Aplicando a lei:



Conforme indicado na figura:

- $\theta_1$  = ângulo do raio incidente à reta perpendicular
- $\theta_2$  = ângulo do raio refratado à reta perpendicular
- $v_1$  = velocidade da onda incidente
- $v_2$  = velocidade da onda refratada
- $\lambda_1$  = comprimento da onda incidente
- $\lambda_2$  = comprimento da onda refratada

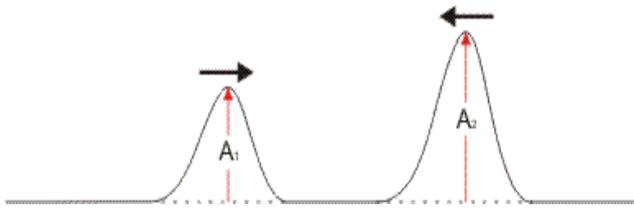
Como exemplos da refração, podem ser usadas ondas propagando-se na superfície de um líquido e passando por duas regiões distintas. É possível verificar experimentalmente que a velocidade de propagação nas superfícies de líquidos pode ser alterada modificando-se a profundidade deste local. As ondas diminuem o módulo de velocidade ao se diminuir a profundidade.

## Superposição de Ondas

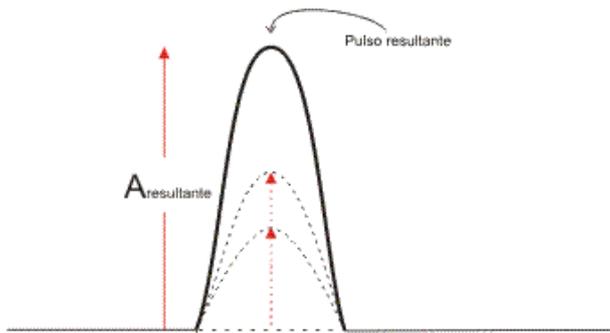
A superposição, também chamada interferência em alguns casos, é o fenômeno que ocorre quando duas ou mais ondas se encontram, gerando uma onda resultante igual à soma algébrica das perturbações de cada onda.

Imagine uma corda esticada na posição horizontal, ao serem produzidos pulsos de mesma largura, mas de diferentes amplitudes, nas pontas da corda, poderá acontecer uma superposição de duas formas:

**Situação 1:** os pulsos são dados em fase.



No momento em que os pulsos se encontram, suas elongações em cada ponto da corda se somam algebricamente, sendo sua amplitude (elongação máxima) a soma das duas amplitudes:

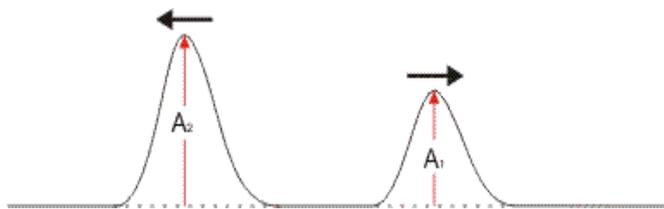


Numericamente:

$$A = A_1 + A_2$$

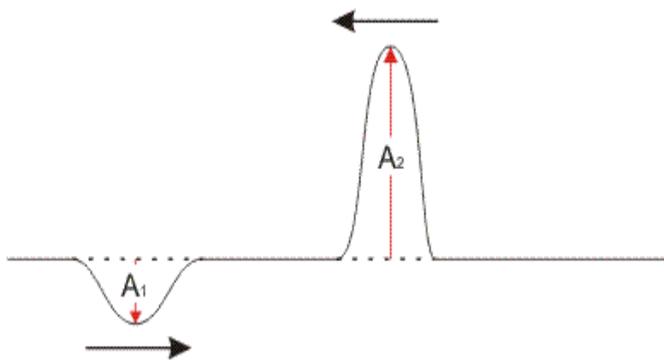
$$x = x_1 + x_2$$

Após este encontro, cada um segue na sua direção inicial, com suas características iniciais conservadas.



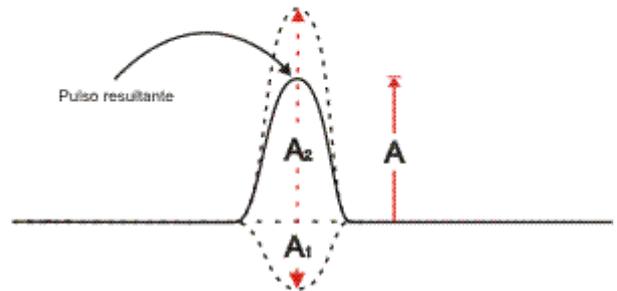
Este tipo de superposição é chamado interferência construtiva, já que a superposição faz com que a amplitude seja momentaneamente aumentada em módulo.

**Situação 2:** os pulsos são dados em oposição de fase.



Novamente, ao se encontrarem as ondas, suas amplitudes serão somadas, mas podemos observar que o sentido da onda de amplitude  $A_1$  é negativo

em relação ao eixo vertical, portanto  $A_1 < 0$ . Logo, o pulso resultante terá amplitude igual a diferença entre as duas amplitudes:



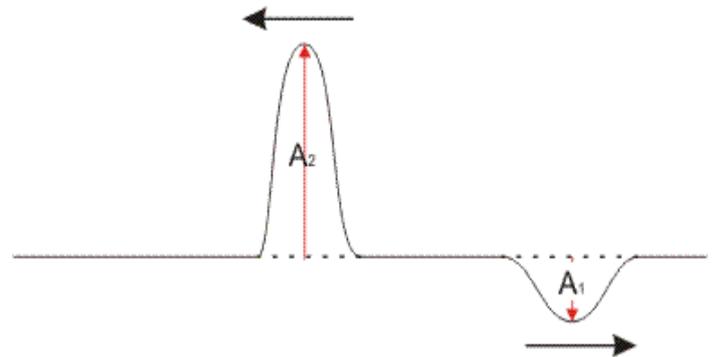
Numericamente:

$$A = -A_1 + A_2$$

$$x = -x_1 + x_2$$

Sendo que o sinal negativo está ligado à amplitude e elongação da onda no sentido negativo.

Após o encontro, cada um segue na sua direção inicial, com suas características iniciais conservadas.

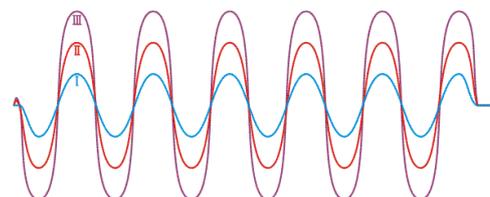


Este tipo de superposição é chamado interferência destrutiva, já que a superposição faz com que a amplitude seja momentaneamente reduzida em módulo.

### Superposição de Ondas Periódicas

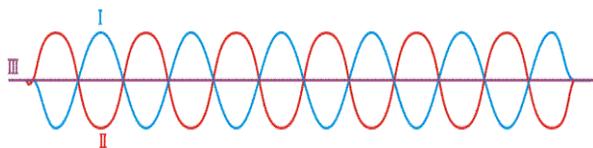
A superposição de duas ondas periódicas ocorre de maneira análoga à superposição de pulsos.

Causando uma onda resultante, com pontos de elongação equivalentes à soma algébrica dos pontos das ondas sobrepostas.



A figura acima mostra a sobreposição de duas ondas com períodos iguais e amplitudes diferentes

(I e II), que, ao serem sobrepostas, resultam em uma onda com amplitude equivalente às suas ondas (III). Este é um exemplo de interferência construtiva.



Já este outro exemplo, mostra uma interferência destrutiva de duas ondas com mesma frequência e mesma amplitude, mas em oposição de fase (I e II) que ao serem sobrepostas resultam em uma onda com amplitude nula (III).

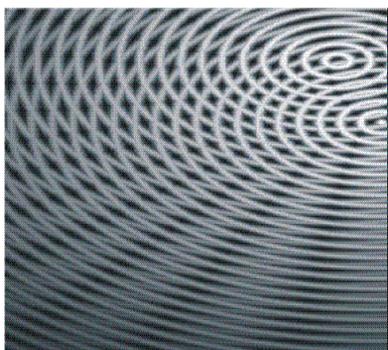
Os principais exemplos de ondas sobrepostas são os fenômenos ondulatórios de batimento e ondas estacionárias.

**Batimento** – Ocorre quando duas ondas periódicas de frequência diferente e mesma amplitude são sobrepostas, resultando em uma onda com variadas amplitudes dependentes do soma de amplitudes em cada crista resultante.

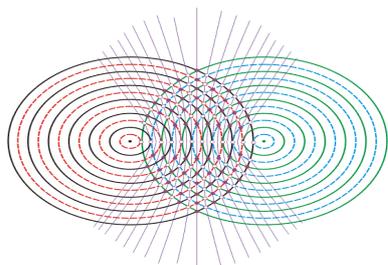
**Ondas Estacionárias** – É o fenômeno que ocorre quando são sobrepostas duas ondas com mesma frequência, velocidade e comprimento de onda, na mesma direção, mas em sentidos opostos.

### Superposição de Ondas Bidimensionais

Imagine duas ondas bidimensionais circulares, geradas respectivamente por uma fonte F1 e F2, com, amplitudes e frequências iguais, e em concordância de fase.



Considere a esquematização da Interferência causada como:



Na figura, a onda da esquerda tem cristas representadas por linhas contínuas pretas e vales por linhas tracejadas vermelhas e a onda da direita tem cristas representadas por linhas contínuas verdes e vales por linhas tracejadas azuis.

Os círculos preenchidos representam pontos de interferência construtiva, ou seja, onde a amplitude das ondas é somada.

Os círculos em branco representam pontos de interferência destrutiva, ou seja, onde a amplitude é subtraída.

### Ressonância

É o fenômeno que acontece quando um sistema físico recebe energia por meio de excitações de frequência igual a uma de suas frequências naturais de vibração. Assim, o sistema físico passa a vibrar com amplitudes cada vez maiores.

Cada sistema físico capaz de vibrar possui uma ou mais frequências naturais, isto é, que são características do sistema, mais precisamente da maneira como este é construído. Como por exemplo, um pêndulo ao ser afastado do ponto de equilíbrio, cordas de um violão ou uma ponte para a passagem de pedestres sobre uma rodovia movimentada.

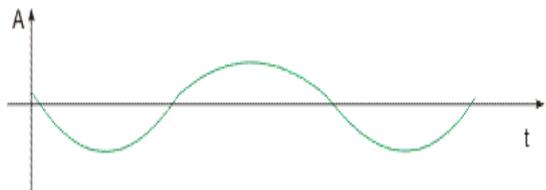
Todos estes sistemas possuem sua frequência natural, que lhes é característica. Quando ocorrem excitações periódicas sobre o sistema, como quando o vento sopra com frequência constante sobre uma ponte durante uma tempestade, acontece um fenômeno de superposição de ondas que alteram a energia do sistema, modificando sua amplitude.

Conforme estudamos anteriormente, se a frequência natural de oscilação do sistema e as excitações constantes sobre ele estiverem sob a mesma frequência, a energia do sistema será aumentada, fazendo com que vibre com amplitudes cada vez maiores.

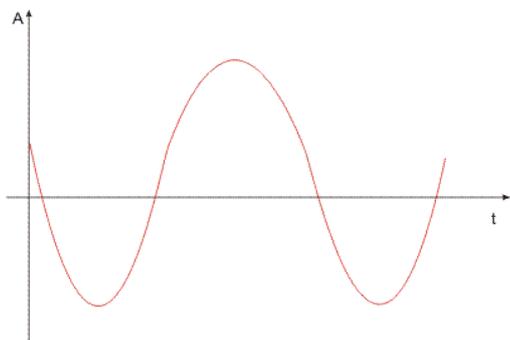
Um caso muito famoso deste fenômeno foi o rompimento da ponte Tacoma Narrows, nos Estados Unidos, em 7 de novembro de 1940. Em um determinado momento o vento começou soprar com frequência igual à natural de oscilação da ponte, fazendo com que esta começasse a aumentar a amplitude de suas vibrações até que sua estrutura não pudesse mais suportar, fazendo com que sua estrutura rompesse.

O caso da ponte Tacoma Narrows pode ser considerado uma falha humana, já que o vento que soprava no dia 7 de Novembro de 1940 tinha uma frequência característica da região onde a ponte foi construída, logo os engenheiros responsáveis por sua construção falharam na análise das características naturais da região. Por isto, atualmente é feita uma análise profunda de todas as possíveis características que possam requerer uma alteração em uma construção civil.

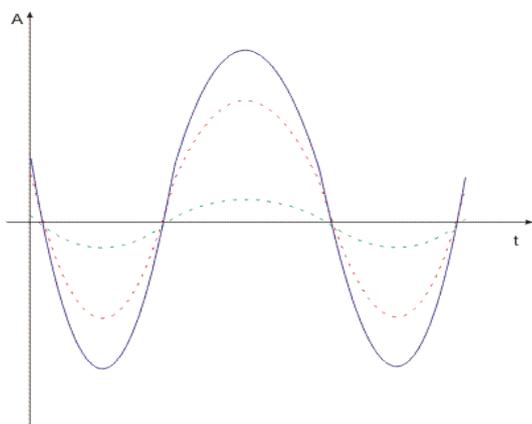
Imagine que esta é uma ponte construída no estilo pênsil, e que sua frequência de oscilação natural é dada por:



Ao ser excitada periodicamente, por um vento de frequência:



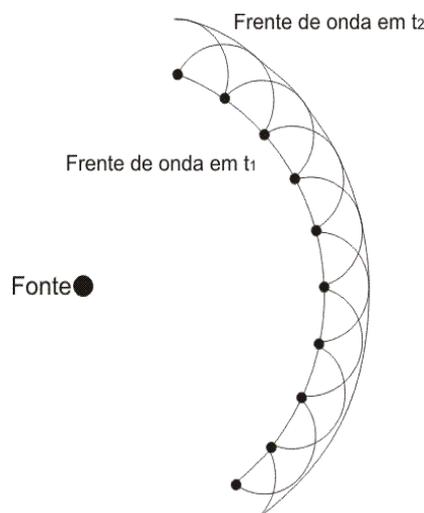
A amplitude de oscilação da ponte passará a ser dada pela superposição das duas ondas:



Se a ponte não tiver uma resistência que suporte a amplitude do movimento, esta sofrerá danos podendo até ser destruída como a ponte Tacoma Narrows.

### Princípio de Huygens

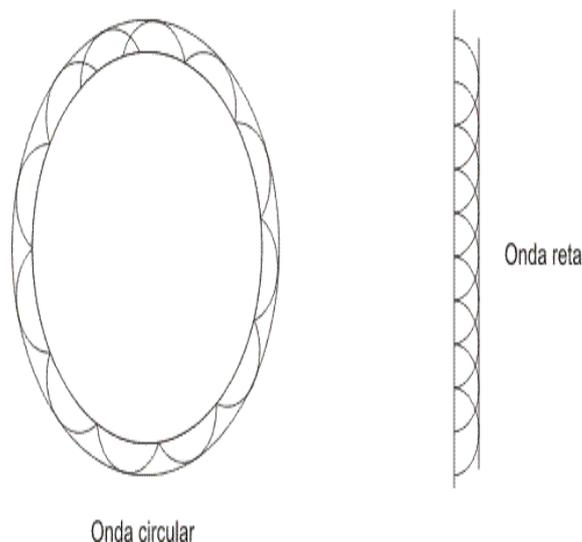
Christian Huygens (1629-1695), no final do século XVII, propôs um método de representação de frentes de onda, onde cada ponto de uma frente de onda se comporta como uma nova fonte de ondas elementares, que se propagam para além da região já atingida pela onda original e com a mesma frequência que ela. Esta ideia é conhecida como Princípio de Huygens.



Para um considerado instante, cada ponto da frente de onda comporta-se como fonte das ondas elementares de Huygens.

A partir deste princípio, é possível concluir que, em um meio homogêneo e com as mesmas características físicas em toda sua extensão, a frente de onda se desloca mantendo sua forma, desde que não haja obstáculos.

Desta forma:

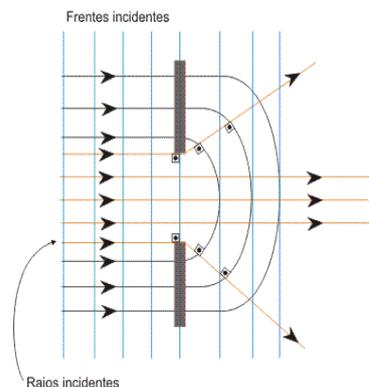


### Difração de Ondas

Partindo do Princípio de Huygens, podemos explicar outro fenômeno ondulatório, a difração.

O fenômeno chamado difração é o encurvamento sofrido pelos raios de onda quando esta encontra obstáculos à propagação.

Imagine a situação em que uma onda se propaga em um meio, até onde encontra uma fenda posta em uma barreira.



Este fenômeno prova que a generalização de que os raios de onda são retilíneos é errada, já que a parte que atinge a barreira é refletida, enquanto os raios que atingem a fenda passam por ela, mas nem todas continuam retas.

Se esta propagação acontecesse em linha reta, os raios continuariam retos, e a propagação depois da fenda seria uma faixa delimitada pela largura da fenda. No entanto, há um desvio nas bordas.

Este desvio é proporcional ao tamanho da fenda. Para o caso onde esta largura é muito inferior ao comprimento de onda, as ondas difratadas serão aproximadamente circulares, independente da forma geométrica das ondas incidentes.

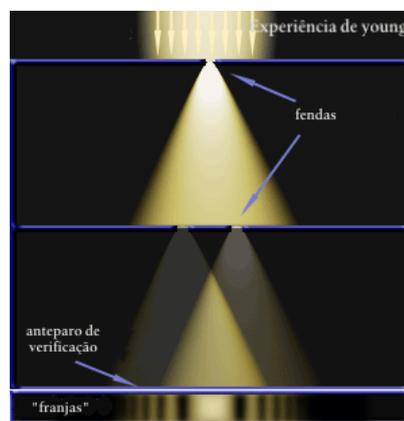
### Experiência de Young

Por volta do século XVII, apesar de vários físicos já defenderem a teoria ondulatória da luz, que afirmava que a luz era incidida por ondas, a teoria corpuscular de Newton, que descrevia a luz como uma partícula, era muito bem aceita na comunidade científica.

Em 1801, o físico e médico inglês Thomas Young foi o primeiro a demonstrar, com sólidos resultados experimentais, o fenômeno de interferência luminosa, que tem por consequência a aceitação da teoria ondulatória. Embora, hoje em dia, a teoria aceita é a dualidade onda-partícula, enunciada pelo físico francês Louis-Victor de Broglie, baseado nas conclusões sobre as características dos fótons, de Albert Einstein.

Na experiência realizada por Young, são utilizados três anteparos, sendo o primeiro composto por um orifício, onde ocorre difração da luz incidida, o segundo, com dois orifícios, postos lado a lado, causando novas difrações. No último, são projetadas as manchas causadas pela interferência das ondas resultantes da segunda difração.

Ao substituir estes orifícios por fendas muito estreitas, as manchas tornam-se franjas, facilitando a visualização de regiões mais bem iluminadas (máximos) e regiões mal iluminadas (mínimos).



Observa-se que o máximo de maior intensidade acontece no centro, e que após este máximo, existem regiões de menor intensidade de luz, e outras de mínimos, intercalando-se.

## Capítulo 14

### Acústica

#### Som e sua propagação

O som é definido como a propagação de uma frente de compressão mecânica ou onda longitudinal, se propagando tridimensionalmente pelo espaço e apenas em meios materiais, como o ar ou a água.

Para que esta propagação ocorra, é necessário que aconteçam compressões e rarefações em propagação do meio. Estas ondas se propagam de forma longitudinal.

Quando passa, a onda sonora não arrasta as partículas de ar, por exemplo, apenas faz com que estas vibrem em torno de sua posição de equilíbrio.

Como as ondas sonoras devem ser periódicas, é válida a relação da velocidade de propagação:

$$v = \lambda \cdot f$$

A audição humana considerada normal consegue captar frequências de onda sonoras que variam entre aproximadamente 20Hz e 20000Hz. São denominadas ondas de infrassom, as ondas que tem frequência menor que 20Hz, e ultrassom as que possuem frequência acima de 20000Hz.

De maneira que:



A velocidade do som na água é aproximadamente igual a 1450m/s e no ar, à 20°C é 343m/s.

A propagação do som em meios gasosos depende fortemente da temperatura do gás, é possível inclusive demonstrar experimentalmente que a velocidade do som em gases é dada por:

$$v = \sqrt{k \cdot T}$$

Onde:

k=constante que depende da natureza do gás;

T=temperatura absoluta do gás (em kelvin).

Como exemplo, podemos tomar a velocidade de propagação do som no ar à temperatura de 15° (288K), que tem valor 340m/s.

#### Exemplo:

Sabendo que à 15°C o som se propaga à 340m/s, qual será sua velocidade de propagação à 100°C?

Lembrando que:

$$15^\circ = 288K$$

$$100^\circ = 373K$$

$$v_{15^\circ} = \sqrt{k \cdot T_{15^\circ}} \quad \text{e} \quad v_{100^\circ} = \sqrt{k \cdot T_{100^\circ}}$$

$$340 = \sqrt{k \cdot 288} \quad \text{e} \quad v_{100^\circ} = \sqrt{k \cdot 373}$$

Dividindo – se uma equação pela outra :

$$\frac{340 = \sqrt{k \cdot 288}}{v_{100^\circ} = \sqrt{k \cdot 373}}$$

$$\frac{340}{v_{100^\circ}} = \sqrt{\frac{288}{373}}$$

$$v_{100^\circ} = \frac{340}{\sqrt{\frac{288}{373}}}$$

$$v_{100^\circ} = 386,9\text{m/s}$$

#### Intervalo Acústico

A audição humana é capaz de diferenciar algumas características do som como a sua altura, intervalo e timbre.

A Altura do Som depende apenas de sua frequência, sendo definida como a diferenciação entre grave e agudo.

Um tom de maior frequência é agudo e um de menor é grave.

Os intervalos entre dois sons são dados pelo quociente entre suas frequências. Ou seja:

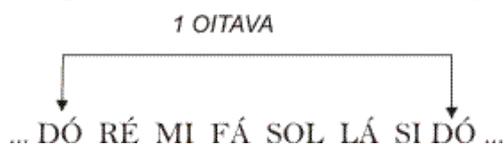
$$i = \frac{f_1}{f_2}$$

Como o intervalo é um quociente entre duas medidas de mesma unidade, este não tem dimensão.

Na música é dada uma nomenclatura para cada intervalo:

Intervalo Acústico	Razão de frequência
Uníssonos	1:1
Oitava	2:1
Quinta	3:2
Quarta	4:3
Terça maior	5:4
Terça menor	6:5
Sexta maior	5:3
Sexta menor	8:5
Tom maior (M)	9:8
Tom menor (m)	10:9
Semitom (s)	16:15

As notas musicais de mesmo nome são separadas por um intervalo de uma oitava (2:1)



O timbre de um som é a característica que permite diferenciar dois sons de mesma altura e mesma intensidade, mas que são emitidos por instrumentos diferentes.

Desta forma, uma música executada por um violino e um piano se diferencia pelo timbre.

### Intensidade Sonora

A intensidade do som é a qualidade que nos permite caracterizar se um som é forte ou fraco e depende da energia que a onda sonora transfere.

A intensidade sonora ( $I$ ) é definida fisicamente como a potência sonora recebida por unidade de área de uma superfície, ou seja:

$$I = \frac{P}{A}$$

Mas como a potência pode ser definida pela relação de energia por unidade de tempo:

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

Então, também podemos expressar a intensidade por:

$$I = \frac{E}{A \cdot \Delta t}$$

As unidades mais usadas para a intensidade são  $W/m^2$  e  $J/s.m^2$ .

É chamada Mínima Intensidade Física, ou Limiar de Audibilidade, o menor valor da intensidade sonora ainda audível:

$$I_0 = 10^{-12} W / m^2$$

É chamada Máxima Intensidade Física, ou Limiar de Dor, o maior valor da intensidade sonora suportável pelo ouvido:

$$I_{máx} = 1W / m^2$$

Conforme um observador se afasta de uma fonte sonora, a Intensidade Sonora ou Nível Sonoro ( $\beta$ ) diminui logaritmicamente, sendo representado pela equação:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0}$$

A unidade utilizada para o nível sonoro é o Bel (B), mas como esta unidade é grande comparada com a maioria dos valores de nível sonoro

utilizados no cotidiano, seu múltiplo usual é o decibel (dB), de maneira que  $1B=10dB$ .

### Reflexão do Som

Assim como para qualquer outra onda, as ondas sonoras, ao atingirem um obstáculo fixo, como uma parede, são refletidas.

A reflexão do som acontece com inversão de fase, mas mantém a mesma velocidade de propagação, mesma frequência e o mesmo comprimento de onda do som incidente.

Um efeito muito conhecido causado pela reflexão do som é o efeito de eco. Que consiste na reflexão do som que bate em uma parede afastada.



Quando uma pessoa emite um som em direção a um obstáculo, este som é ouvido no momento da emissão, chamado Som Direto, e no momento em que o Som Refletido pelo obstáculo retorna a ele.

Sabemos que a velocidade é dada pela distância percorrida pelo som em um determinado tempo, esta distância é dada por duas vezes a distância ao obstáculo refletor, já que o som vai e volta. Assim:

$$v = \frac{2d}{\Delta t}$$

E a velocidade é a de propagação do som no ar.

Ao receber um som, este "permanece" em nós por aproximadamente 0,1s, sendo este intervalo conhecido como persistência acústica.

Pela relação da velocidade:

$$\Delta t = \frac{2d}{v}$$

Se este intervalo de tempo for inferior à persistência acústica ( $t < 0,1s$ ), o som ouvido após ser refletido parecerá apenas um prolongamento do som direto. A este efeito dá-se o nome de reverberação. Para intervalos maiores que a persistência acústica ( $t > 0,1s$ ) é instintivo perceber que esta reflexão será ouvida como eco.

Os outros fenômenos acontecem da mesma forma que para as outras ondas estudadas. Tendo uma utilização bastante conhecida a de interferência do som, onde é possível aplicar uma frequência antirruído, a fim de suavizar o som do ambiente.

### Tubos Sonoros

Assim como as cordas ou molas, o ar ou gás contido dentro de um tubo pode vibrar com frequências sonoras. Este é o princípio que constitui instrumentos musicais como a flauta, corneta, clarinete, etc. que são construídos basicamente por Tubos Sonoros.

Nestes instrumentos, uma coluna de ar é posta a vibrar ao soprar-se uma das extremidades do tubo, chamada embocadura, que possui os dispositivos vibrantes apropriados.

Os tubos são classificados como abertos e fechados, sendo os tubos abertos aqueles que têm as duas extremidades abertas (sendo uma delas próxima à embocadura) e os tubos fechados que são os que têm uma extremidade aberta (próxima à embocadura) e outra fechada.

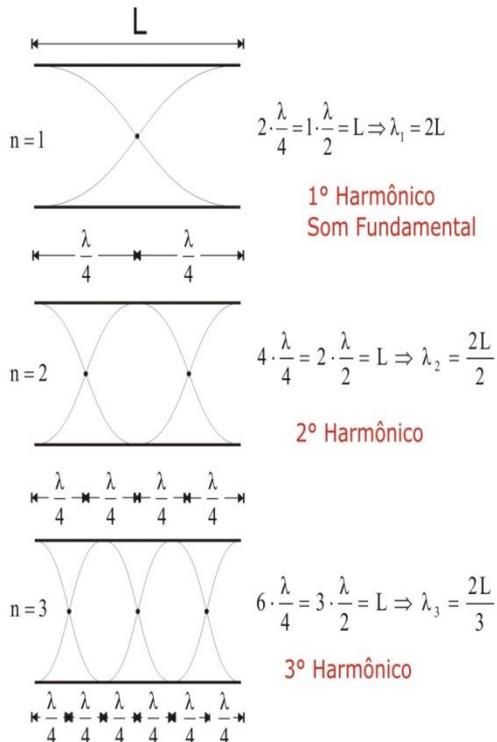
As vibrações das colunas gasosas podem ser estudadas como ondas estacionárias resultantes da interferência do som enviado na embocadura com o som refletido na outra extremidade do tubo.

Em uma extremidade aberta o som reflete-se em fase, formando um ventre (interferência construtiva) e em uma extremidade fechada ocorre reflexão com inversão de fase, formando-se um nó de deslocamento (interferência destrutiva).

### Tubos Abertos

Considerando um tubo sonoro de comprimento  $\ell$ , cujas ondas se propagam a uma velocidade  $v$ .

Assim as possíveis configurações de Ondas Estacionárias são:



As maneiras de vibrar podem, partindo destes exemplos, ser generalizadas como:

$$n \cdot \frac{\lambda_n}{2} = \ell \Rightarrow \lambda_n = \frac{2\ell}{n} \quad \text{onde } n=1, 2, 3, \dots$$

E a frequência dos harmônicos será dada por:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{\frac{2\ell}{n}} \Rightarrow f_n = n \cdot \frac{v}{2\ell}$$

$$\Rightarrow f_n = n \cdot f_1$$

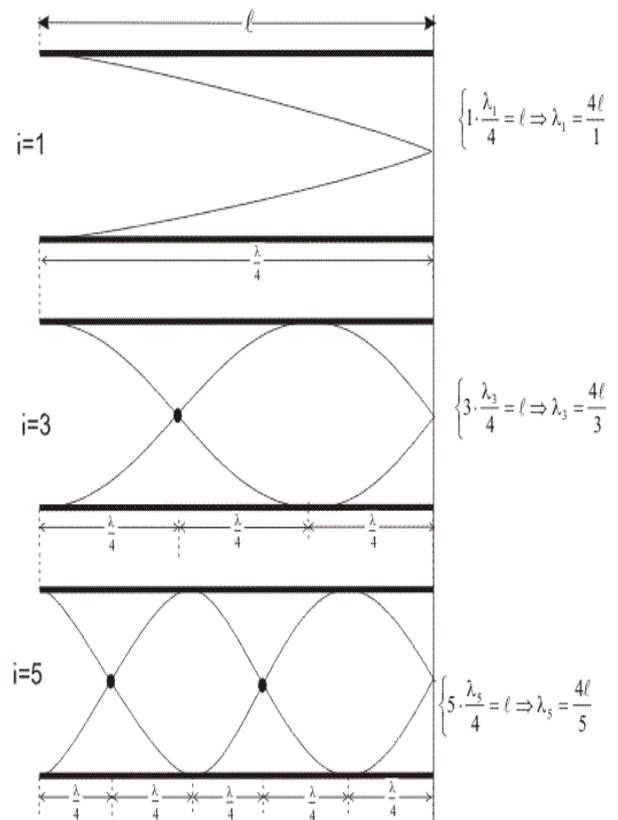
onde  $n=1, 2, 3, \dots$

Como  $n$  não tem restrições, no tubo aberto, obtêm-se frequências naturais de todos os harmônicos.

### Tubos Fechados

Considerando um tubo sonoro de comprimento  $\ell$ , cujas ondas se propagam a uma velocidade  $v$ .

Assim as possíveis configurações de ondas estacionárias são:



As maneiras de vibrar podem, partindo destes exemplos, ser generalizadas como:

$$i \cdot \frac{\lambda_i}{4} = \ell \Rightarrow \lambda_i = \frac{4\ell}{i} \quad \text{onde } i=1, 3, 5, \dots$$

E a frequência dos harmônicos será dada por:

$$f_i = \frac{v}{\lambda_i} = \frac{v}{\frac{4\ell}{i}} \Rightarrow f_i = i \cdot \frac{v}{4\ell}$$

$$\Rightarrow f_i = i \cdot f_1$$

onde  $i = 1, 3, 5, \dots$

Em um tubo fechado, obtêm-se apenas frequências naturais dos harmônicos ímpares.

### Efeito Doppler

Este efeito é descrito como uma característica observada em ondas emitidas ou refletidas por fontes em movimento relativo ao observador.

O efeito foi descrito teoricamente pela primeira vez em 1842 por Johann Christian Andreas Doppler, recebendo o nome Efeito Doppler em sua homenagem.

Para ondas sonoras, o efeito Doppler constitui o fenômeno pelo qual um observador percebe frequências diferentes das emitidas por uma fonte e acontece devido à velocidade relativa entre o a onda sonora e o movimento relativo entre o observador e/ou a fonte.

Considerando:

$f_0$  = frequência aparente percebida pelo observador

$f_f$  = frequência real emitida

$v_0$  = velocidade do observador

$v_f$  = velocidade da fonte

$v$  = velocidade da onda sonora

Podemos determinar uma fórmula geral para calcular a frequência percebida pelo observador, ou seja, a frequência aparente.

Supondo que o observador esteja em repouso e a fonte se movimente:

Para o caso onde a fonte se aproxima do observador, há um encurtamento do comprimento da onda, relacionado à velocidade relativa, e a frequência real será menor que a observada, ou seja:

$$f_o = \frac{v}{\lambda_1}$$

Mas, como a fonte se movimenta, sua velocidade também deve ser considerada, de modo que:

Substituindo  $\lambda_1$  no cálculo da frequência observada:

$$f_o = \frac{v}{\frac{v - v_f}{f_f}}$$

Ou seja:

$$f_o = \left( \frac{v}{v - v_f} \right) \cdot f_f$$

Para o caso onde a fonte se afasta do observador, há um alongamento aparente do comprimento de onda, nesta situação a dedução do cálculo da frequência observada será análoga ao caso anterior.

$$f_o = \frac{v}{\lambda_2}$$

No entanto:

$$\lambda_2 = \frac{v + v_f}{f_f}$$

Então:

$$f_o = \frac{v}{\frac{v + v_f}{f_f}}$$

$$f_o = \left( \frac{v}{v + v_f} \right) \cdot f_f$$

Podemos escrever uma fórmula geral para os casos onde a fonte se desloque e o observador fique parado, se utilizarmos:

$$f_o = \left( \frac{v}{v \mp v_f} \right) \cdot f_f$$

Sendo o sinal negativo utilizado no caso onde a fonte se aproxima e positivo no caso em que a fonte se afasta.

Supondo que a fonte esteja em repouso e o observador se movimente:

No caso em que o observador se aproxima da fonte, em um mesmo intervalo de tempo ele encontrará mais frentes de onda do que se estivesse parado. Assim a frequência observada deverá ser maior que a frequência emitida pela fonte. Neste caso, o comprimento de onda não é alterado, mas a velocidade de propagação é ligeiramente aumentada.

$$f_o = \frac{v_1}{\lambda}$$

Mas:

$$v_1 = v + v_o \quad \lambda = \frac{v}{f_f}$$

Quando estes dois valores são substituídos no cálculo da frequência observada temos:

$$f_o = \frac{v + v_o}{\frac{v}{f_f}}$$

Então:

$$f_o = \left( \frac{v + v_o}{v} \right) \cdot f_f$$

No caso em que o observador se afasta da fonte, em um mesmo intervalo de tempo ele encontrará menor número de frentes de onda do que se estivesse parado. Assim a frequência observada deverá ser menor que a frequência emitida pela fonte. A dedução do cálculo da frequência observada será análoga ao caso anterior, no entanto a velocidade de propagação é ligeiramente reduzida.

$$f_o = \frac{v_2}{\lambda}$$

Mas:

$$v_2 = v - v_o \quad \lambda = \frac{v}{f_f}$$

Quando estes dois valores são substituídos no cálculo da frequência observada temos:

$$f_o = \frac{v - v_o}{\frac{v}{f_f}}$$

Então:

$$f_o = \left( \frac{v - v_o}{v} \right) \cdot f_f$$

Conhecendo estas quatro possibilidades de alteração na frequência de onda observada podemos escrever uma fórmula geral para o efeito Doppler se combinarmos todos os resultados, sendo ela:

$$f_o = \left( \frac{v \pm v_o}{v \mp v_f} \right) \cdot f_f$$

Sendo utilizados os sinais convenientes para cada caso.

## Compreensão

### Questões de Termometria

#### Escalas Termométricas

1. Um turista brasileiro sente-se mal durante uma viagem à Nova Iorque. Ao ser examinado em um

hospital local a enfermeira lhe diz que sua temperatura no momento era 105°, mas que ele deveria ficar tranquilo, pois já havia baixado 4°. Após o susto, o turista percebeu que sua temperatura havia sido medida em uma escala Fahrenheit. Qual era a sua temperatura anteriormente e qual sua temperatura atual?

---



---



---



---

2. Um astrônomo analisa um buraco negro no espaço. Após muitos estudos ele chegou a conclusão que este corpo celeste tinha temperatura de 10K. Qual a temperatura do buraco negro em escala Celsius?

---



---

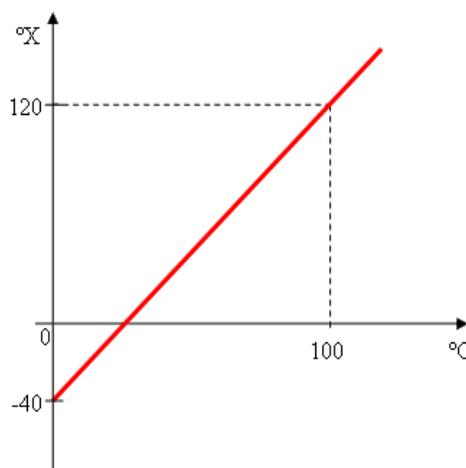


---



---

3. Um estudante de física criou uma escala (°X), comparada com a escala Celsius ele obteve o seguinte gráfico:



a) Qual a equação de conversão entre as duas escalas?

---



---



---



---

b) Qual a temperatura do corpo humano (37°C) nesta escala?

---



---



---



---

## Questões de Calorimetria

### Calor

1. Para derreter uma barra de um material  $w$  de 1kg é necessário aquecê-lo até a temperatura de  $1000^{\circ}\text{C}$ . Sendo a temperatura do ambiente no momento analisado  $20^{\circ}\text{C}$  e o calor específico de  $w=4,3\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ , qual a quantidade de calor necessária para derreter a barra?

---

---

---

---

---

2. Um bloco de ferro de  $10\text{cm}^3$  é resfriado de  $300^{\circ}\text{C}$  para  $0^{\circ}\text{C}$ . Quantas calorias o bloco perde para o ambiente?

---

---

---

---

---

3. Qual a quantidade de calor absorvida para que 1L d'água congelado e à  $-20^{\circ}\text{C}$  vaporize e chegue a temperatura de  $130^{\circ}\text{C}$ .

---

---

---

---

---

### Trocas de calor

1. Um bloco de uma material desconhecido e de massa 1kg encontra-se à temperatura de  $80^{\circ}\text{C}$ , ao ser encostado em outro bloco do mesmo material, de massa 500g e que está em temperatura ambiente ( $20^{\circ}\text{C}$ ). Qual a temperatura que os dois alcançam em contato? Considere que os blocos estejam em um calorímetro.

---

---

---

---

---

2. Em uma cozinha, uma chaleira com 1L de água ferve. Para que ela pare, são adicionados 500mL de água à  $10^{\circ}\text{C}$ . Qual a temperatura do equilíbrio do sistema?

---

---

---

---

---

## Gases

1. Qual a velocidade média das moléculas de um gás que ocupa um recipiente de capacidade igual a 2 litros, tem massa igual a 20 gramas e pressão equivalente a 2 atmosferas?

---

---

---

---

---

2. Em um tubo com pressão constante de 1atm ocorre uma transformação. Sendo a temperatura inicial igual a  $20^{\circ}\text{C}$  e a final igual a  $0^{\circ}\text{C}$ , de quantas vezes o volume foi modificado?

---

---

---

---

---

3. Qual a energia cinética média das moléculas de 10 mols de um gás perfeito, na temperatura de  $100^{\circ}\text{C}$ ? E na temperatura de  $100\text{K}$ ? Considere  $R=8,31\text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$

---

---

---

---

---

### Transformações

1. Um gás sofre uma expansão sob temperatura constante, o volume ocupado inicialmente pelo gás era 0,5 litros, e no final do processo passou a ser 1,5 litros. Sabendo que a pressão inicial sob o gás era o normal no ambiente, ou seja, 1 atm, qual a pressão final sob o gás?

---

---

---

---

---

2. Em um tubo aberto ocorre uma grande compressão em um gás que torno o volume ocupado por ele 10 vezes menor. Sendo a temperatura inicial igual a  $20^{\circ}\text{C}$ , qual será a temperatura final?

---

---

---

---

---

3. Um botijão de gás não pode variar o volume do gás que se encontra em seu interior. Se este for tirado de um ambiente arejado, onde a pressão interna é 3 atm e a temperatura  $15^{\circ}\text{C}$ , e é posto sob

o Sol, onde a temperatura é 35°C. Supondo que o gás seja ideal, qual será a pressão após a transformação?

---



---



---



---

4. Um gás perfeito à temperatura de 0°C e sob pressão de uma atmosfera ocupa um volume igual a 22,4 litros. Qual seria o volume ocupado por 5 mols deste gás a 100°C, sob a pressão de 1 atm?

---



---



---



---

### Energia Interna

1. Qual a energia interna de 1,5 mols de um gás perfeito na temperatura de 20°C? Considere  $R=8,31 \text{ J/mol.K}$ .

---



---



---



---

2. Qual a energia interna de  $3 \text{ m}^3$  de gás ideal sob pressão de 0,5atm?

---



---



---



---

### Trabalho de um Gás

1. Quando são colocados 12 moles de um gás em um recipiente com êmbolo que mantém a pressão igual a da atmosfera, inicialmente ocupando  $2 \text{ m}^3$ . Ao empurrar-se o êmbolo, o volume ocupado passa a ser  $1 \text{ m}^3$ . Considerando a pressão atmosférica igual a  $100000 \text{ N/m}^2$ , qual é o trabalho realizado sob o gás?

---



---

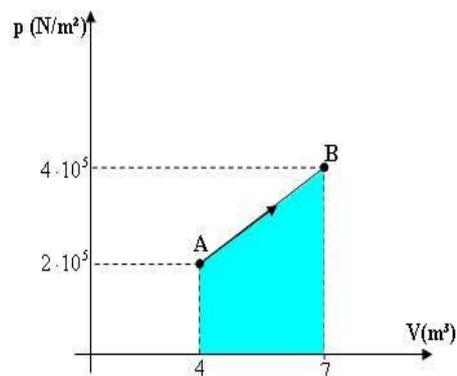


---



---

2. Uma transformação é dada pelo gráfico abaixo:



Qual o trabalho realizado por este gás?

---



---



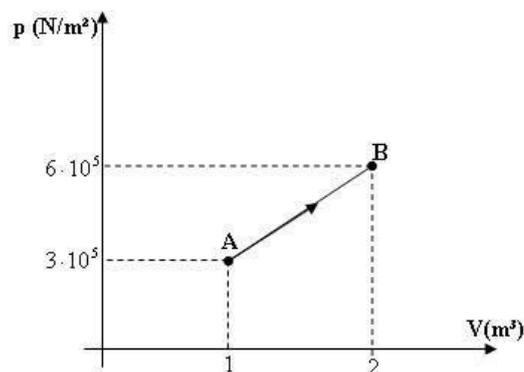
---



---

### Primeira Lei da Termodinâmica

1. O gráfico abaixo ilustra uma transformação 100 moles de gás ideal monoatômico recebem do meio exterior uma quantidade de calor 1800000 J. Dado  $R=8,31 \text{ J/mol.K}$ .



Determine:

a) o trabalho realizado pelo gás;

---



---



---



---

b) a variação da energia interna do gás;

---



---



---



---

c) a temperatura do gás no estado A.

---



---



---



---

## Segunda Lei da Termodinâmica

1. Em uma máquina térmica são fornecidos 3kJ de calor pela fonte quente para o início do ciclo e 780J passam para a fonte fria. Qual o trabalho realizado pela máquina, se considerarmos que toda a energia que não é transformada em calor passa a realizar trabalho?

---



---



---



---

2. Qual o rendimento da máquina térmica do exercício anterior?

---



---



---



---

## Ciclo de Carnot

1. Uma máquina que opera em ciclo de Carnot tem a temperatura de sua fonte quente igual a 330°C e fonte fria à 10°C. Qual é o rendimento dessa máquina?

---



---



---



---

## Dilatação Linear

Duas barras de 3 metros de alumínio encontram-se separadas por 1cm à 20°C. Qual deve ser a temperatura para que elas se encostem, considerando que a única direção da dilatação acontecerá no sentido do encontro?

Sendo  $\alpha_{Al} = 22 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Sendo a Dilatação Linear dada por

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \theta$$

Um fazendeiro quer cercar com arame um terreno quadrado de lados 25m e para isso adquire 100m de fio. Fazendo o cercado, o fazendeiro percebe que faltaram 2cm de fio para a cerca ficar perfeita. Como não quer desperdiçar o material e seria impossível uma emenda no arame, o fazendeiro decide pensar em uma alternativa. Depois de algumas horas, ele percebe que naquele dia a temperatura da cidade está mais baixa do que a média e decide fazer cálculos para verificar se seria possível utilizar o fio num dia mais quente, já que ele estaria dilatado. Sabendo que o acréscimo no comprimento do fio é proporcional ao seu

comprimento inicial, ao seu coeficiente de dilatação linear e à variação de temperatura sofrida, calcule o aumento de temperatura que deve ocorrer na cidade para que o fio atinja o tamanho desejado. (Dado: coeficiente de dilatação térmica linear do fio

$$= 4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.)$$

## Dilatação Superficial

Uma peça de zinco é constituída a partir de uma chapa de zinco com lados 30cm, da qual foi retirado um pedaço de área 500cm<sup>2</sup>. Elevando-se de 50°C a temperatura da peça restante, qual será sua área final em centímetros quadrados?

(Dado  $\alpha_{Zn} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ).

## Dilatação Volumétrica

Um paralelepípedo de uma liga de alumínio ( $\alpha_{Al} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ) tem arestas que, à 0°C, medem 5cm, 40cm e 30cm. De quanto aumenta seu volume ao ser aquecido à temperatura de 100°C?

## Dilatação dos Líquidos

1. Um recipiente de vidro com a capacidade de 3000cm<sup>3</sup>, está completamente cheio com líquido, a 0°C. O conjunto é aquecido até 100°C e observa-se que 15cm<sup>3</sup> desse líquido extravasa do recipiente.

---



---



---



---

2. Considerando-se o coeficiente de dilatação linear do vidro como sendo constante no referido intervalo térmico e igual

a  $\alpha_{vidro} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , qual o coeficiente de dilatação real desse líquido?

---



---



---



---

## Questões de Óptica

### Luz - Comportamento e Princípios

1. A distância média entre a Terra e o Sol é de 150.000.000 km. Quanto tempo a luz demora para chegar à Terra? (Considerando  $c = 300.000 \text{ km/s}$ ).

---



---



---

2. Quando as missões espaciais chegaram à Lua foram deixados espelhos em sua superfície para que pudessem ser feitos experimentos com eles. Suponhamos que, usando um destes espelhos, você deseje descobrir a distância entre a Terra e a Lua. É usado, então, um feixe de *laser* que é captado após 2,54 segundos. Desconsiderando os movimentos da Terra e da Lua, e usando  $c = 300.000 \text{ km/s}$ , qual a distância entre o nosso planeta e o seu satélite natural?

---

---

---

---

---

---

---

---

3. Ano-luz é a medida de distância usada em astronomia que se refere ao espaço percorrido pela luz durante um ano terrestre. Considerando  $c = 300.000 \text{ km/s}$  e  $1 \text{ ano} = 365,25 \text{ dias}$ , quantos quilômetros equivale a um ano-luz?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Sombra e Penumbra**

1. Uma pessoa de 1,9 m de altura está em pé ao lado de um prédio. A sombra do prédio projetada pela luz solar é de 90 m enquanto a da pessoa é de 9 m. Qual a altura do prédio?

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Uma lâmpada é usada para iluminar uma sala de 3 m de altura entre o chão e o teto. A uma altura de 1 m do chão está uma mesa quadrada com cada lado medindo 40 cm. Supondo que a lâmpada seja uma fonte puntual localizada exatamente ao centro da mesa, qual a área da sombra da mesa?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Câmara Escura de Orifício**

1. Um objeto de 20 cm de tamanho é colocado a uma distância de 4 m de uma câmara com um orifício cuja dimensão entre a entrada e o anteparo é de 50 cm. Qual o tamanho do objeto projetado no anteparo? Ele estará invertido?

---

---

---

---

---

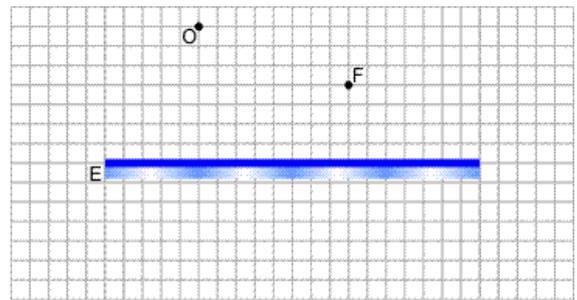
---

---

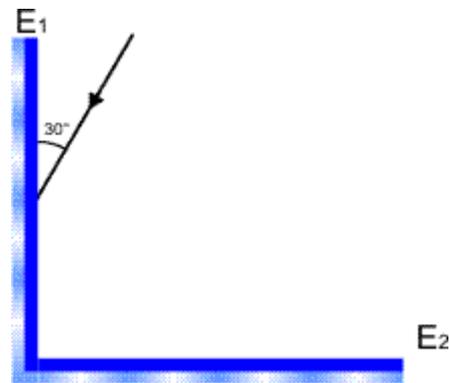
---

**Fundamentos**

1. No esquema abaixo, **O** é o observador e **F** é uma fonte puntual de luz.



Usando as leis da reflexão, represente o raio de luz, o ângulo de incidência e o ponto imagem **F'**. A figura, os espelhos planos **E1** e **E2** são perpendiculares. Um raio luminoso incide no espelho **E1** formando  $30^\circ$  com a superfície refletora, conforme está indicado:



Represente a trajetória da luz até que ela deixe o sistema de espelhos.

---

---

---

---

---

---

---

---

**Espelhos Planos**

1. Um espelho plano vertical conjuga a imagem de um observador parado, situado à 1 m do espelho. Afastando 2 m o espelho do ponto onde se encontrava que distância passa a separar a primeira da segunda imagem?

---

---

---

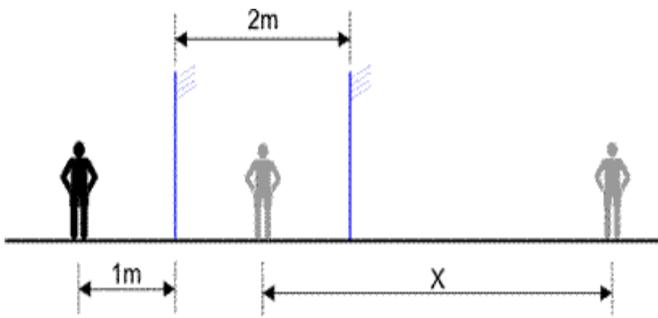
---

---

---

---

---




---



---



---



---

2. Em um automóvel, o motorista vê a imagem de uma árvore à beira da rodovia pelo espelho retrovisor. Sabendo que a velocidade do deslocamento aparente da árvore no espelho é de 120 km/h, qual a velocidade do deslocamento do automóvel?

---



---



---



---

**Luz - velocidade**

1. Em um experimento, a luz atravessa uma placa de vidro com velocidade igual a  $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é de  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , qual o índice de refração do vidro?

---



---

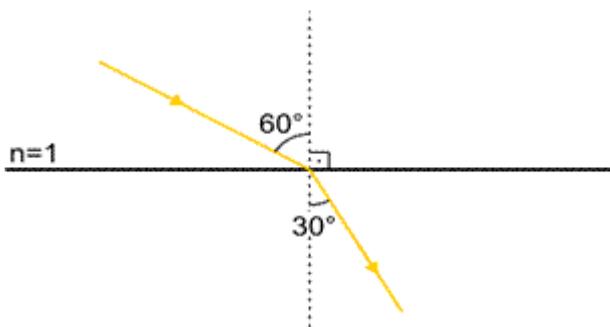


---



---

2. A figura mostra um raio de luz monocromática que se propaga no ar formando um ângulo de  $30^\circ$  com a superfície. Quando o raio passa a incidir no outro meio o ângulo de refração observado é de  $60^\circ$ .



A partir destas informações calcule:

a) O índice de refração da luz no segundo meio.

---



---



---



---

b) A velocidade da luz neste meio.

---



---



---

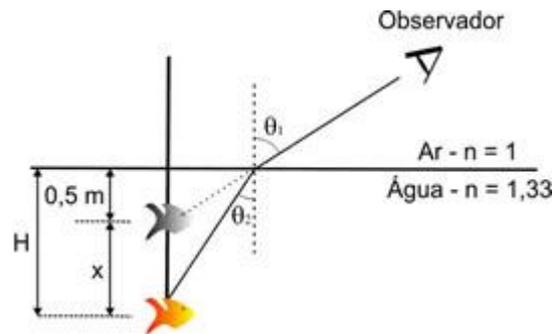


---

**Dioptros**

1. Um pescador avista um peixe em um lago a uma distância aparente de 0,5 m da superfície. Considerando os índices de refração do ar ( $n = 1$ ) e da água ( $n = 1,33$ ), qual deve ser a distância real entre a superfície da água e o peixe?

*Pela descrição do sistema, o problema trata da distorção da visão devido à luz que passa por dois meios de diferentes índices de refração:*



*Podemos calcular a distância real até o peixe utilizando a relação:*

$$\frac{H}{h} = \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{ar}}}$$

Onde  $h = 0,5 \text{ m}$ :

---



---



---



---

## Exercícios de Ondulatória

### MHS

#### Movimento Periódico e Oscilatório

1. A Terra demora 1 ano para completar uma volta ao redor do Sol. Este é chamado um movimento periódico e 1 ano é o período do movimento. Qual é a frequência do movimento da Terra em torno do Sol? Considere 1 ano = 365 dias.

---

---

---

---

---

2. Um pêndulo demora 0,5 segundo para restabelecer sua posição inicial após passar por todos os pontos de oscilação, qual sua frequência?

---

---

---

---

---

#### Funções Horárias do MHS

1. Um oscilador massa-mola tem amplitude do movimento de 2mm, pulsação de  $2\pi$ , e não existe defasagem de fase. Quando  $t=10s$ , qual a elongação do movimento?

---

---

---

---

---

2. Dada a função horária da elongação:

$$x = 3 \cdot \cos\left(5\pi \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Sabendo que todos os valores se encontram em unidades do SI responda:

a) Qual a amplitude do movimento?

---

---

---

---

---

b) Qual a pulsação do movimento?

---

---

---

---

---

c) Qual o período do movimento?

---

---

---

---

---

d) Qual a fase inicial do movimento?

---

---

---

---

---

3. Quando  $t=2s$  qual será a elongação do movimento? Um oscilador harmônico tem sua elongação descrita pela seguinte equação:

$$x = 0,5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right)$$

a) Sendo todas as unidades encontradas no SI. Qual a velocidade do movimento nos instantes  $t=1s$ ,  $t=4s$  e  $t=6s$ ?

---

---

---

---

---

b) Qual a aceleração de um corpo que descreve mhs quando sua elongação é  $x=0$  e quando  $x=A$ ?

---

---

---

---

---

#### Força no MHS

1. Qual a força exercida em um oscilador massa-mola de amplitude 0,3m, com massa 0,5kg, tendo um período de 3 segundos, no momento em que sua elongação é máxima?

---

---

---

---

---

2. Qual a frequência de um oscilador que tem pulsação  $\omega=\pi$ ?

---

---

---

---

---

### Oscilador Massa- Mola

1. Qual deve ser a constante elástica de uma mola para que, quando colocada em um oscilador massa-mola horizontal, considerando a força máxima admissível igual a 100N, suporte um movimento de uma massa de 2 kg em uma amplitude de 1m?

---

---

---

---

### Pêndulo Simples

1. Qual o período e a frequência de um pêndulo simples, que tem comprimento de 0,25m? Considere  $g=10\text{m/s}^2$ .

---

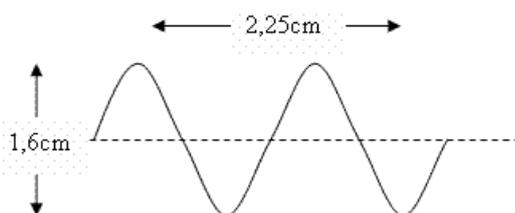
---

---

---

### Velocidade de Propagação

1. O gráfico abaixo representa uma onda que se propaga com velocidade igual a 300m/s.



Determine:

a) a amplitude da onda;

---

---

---

---

b) o comprimento de onda;

---

---

---

---

c) a frequência;

---

---

---

---

d) o período.

---

---

---

---

---

### Refração das Ondas

1. Uma agulha vibratória produz ondas com velocidade de propagação igual a 160m/s e comprimento de onda de 1mm, chegando em uma diferença de profundidade com um ângulo formado de  $45^\circ$  e sendo refratado. Após a mudança de profundidades o ângulo refratado passa a ser de  $30^\circ$ . Qual é a nova velocidade de propagação da onda?

---

---

---

---

2. E o comprimento das Ondas Refratadas?

---

---

---

---

### Som e sua Propagação

1. O som é uma onda mecânica que se propaga no ar com uma velocidade variável, conforme a temperatura local.

---

---

---

---

2. Supondo que em um lugar essa velocidade seja 340m/s. Se um autofalante, ao vibrar sua membrana neste local, emite 1 250 pulsos por segundo:

a) Determine a frequência de vibração da membrana, em Hertz;

---

---

---

---

b) Determine o período de vibração;

---

---

---

---

c) Determine o comprimento de onda da onda sonora, em metros.

---



---



---



---

3. Sabendo-se que a velocidade do som no ar varia com a temperatura segundo a relação  $v = 330 + 0,61 \cdot \theta$ , sendo  $\theta$  em graus Celsius e a velocidade em metros por segundo. Qual a temperatura local?

---



---



---



---

4. Suponha que em um local a velocidade do som seja 300m/s, na temperatura de 0°C. Neste mesmo local as temperaturas durante certa época do ano podem chegar a 40°C. Neste extremo de temperatura qual será a velocidade de propagação do som?

---



---



---



---

#### Utilizando a Equação

$$v = \sqrt{k \cdot T}$$

#### Intervalo Acústico

Dois diapasões são tocados no mesmo momento. Um deles tem frequência igual a 14 kHz e outro de 7kHz. Qual o nome do intervalo acústico entre eles?

Uma dupla de sons tem intervalo acústico de uma quinta. Sendo que ambos os sons têm mesma velocidade de propagação e o som de frequência maior tem um comprimento de onda igual a 1,3cm. Qual é o comprimento de onda do som de menor frequência?

#### Intensidade Sonora

A legislação brasileira proíbe o uso de buzinas em regiões próximas a hospitais, escolas e dentro de túneis. Se um motorista buzinar dentro de um túnel com um nível de intensidade sonora igual a 90dB, considerando que a intensidade padrão do túnel o LSA.

Se 10 motoristas buzinaem dentro de um túnel, simultaneamente, com mesma intensidade sonora, qual será o nível de intensidade sonora dentro do túnel?

#### Tubos Sonoros

No tubo de Kundt, ilustrado abaixo, uma fonte sonora emite som na frequência de 825 Hz. No interior do tubo existe uma quantidade de pó de cortiça, que fica acumulada em distâncias espaçadas de 20 cm. Qual é a velocidade de propagação da onda sonora no tubo?



A distância de 20 cm citada no problema equivale a distância entre dois nodos da onda sonora, pois nesses pontos a onda "deixa" espaço vago para que a matéria se acumule. Sabendo que o comprimento de onda equivale a distância entre 3 nodos, concluímos que o comprimento da onda sonora é 40cm. Sabendo isso, basta calcularmos a velocidade de propagação, já que conhecemos a frequência:

#### Efeito Doppler

Um trem bala passa apitando pela plataforma de uma estação. Uma pessoa que esta parada na plataforma ouve o silvo com frequência de 450 Hz. Após a passagem do trem, a frequência do apito parece cair para 300 Hz. Qual a velocidade com que o trem bala anda? Considera velocidade do som igual a 340m/s.

---



---



---



---

## Referências

"Temperatura" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:50. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/temperatura.php>

"Escala Termométrica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:50. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/escalas.php>

"Conversões entre escalas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:51. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/conversoes.php>

"Calorimetria" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:51. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/calor.php>

"Calor latente" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:51. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/calor2.php>

"Trocas de Calor" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:51. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/trocas.php>

"Capacidade térmica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:52. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/capacidade.php>

"Transmissão de Calor" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:52. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/transm.php>

"Condução Térmica, Convecção Térmica e Irradiação Térmica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:52. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/transm2.php>

"Gases" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:52. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/EstudodosGases/gases.php>

"Transformação Isotérmica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado

em 12/03/2019 às 00:53. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/EstudodosGases/tranfisot.php>

"Transformação Isobárica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:53. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/EstudodosGases/tranfisob.php>

"Transformação Isométrica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:53. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/EstudodosGases/tranfisom.php>

"Equação de Clapeyron" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:53. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/EstudodosGases/clapeyron.php>

"Lei geral dos gases perfeitos" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:53. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/EstudodosGases/lgeral.php>

"Energia Interna" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:54. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/energainterna.php>

"Trabalho" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:54. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/trabalho.php>

"Trabalho - Diagrama  $p \times V$ " em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:54. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/trabalho2.php>

"1ª Lei da Termodinâmica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:54. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/1leidatermodinamica.php>

"2ª Lei da Termodinâmica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:54. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/2leidatermodinamica.php>

"Rendimento das máquinas térmicas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:55. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/2leidatermodinamica2.php>

"Ciclo de Carnot" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:55. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termodinamica/ciclocarnot.php>

"Dilatação Linear" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:55. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Dilatacao/linear.php>

"Dilatação Superficial" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:55. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Dilatacao/superficial.php>

"Dilatação Volumétrica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:56. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Dilatacao/volumetrica.php>

"Dilatação Volumétrica dos Líquidos" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:56. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Dilatacao/voldosliquidos.php>

"Dilatação da água" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:56. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Dilatacao/voldosliquidos2.php>

"Entropia" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:56. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Entropia/entropia.php>

"Luz - Comportamento e princípios" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:57. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/luz.php>

"Fenômenos ópticos" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:57. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/luz2.php>

"Sombra e penumbra" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:57. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/sombraepenumbra.php>

"Câmara escura de orifício" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:57. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/camaraescura.php>

em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/camaraescura.php>

"Tipos de reflexão e refração" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:58. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/tiposdereflexaoerefracao.php>

"Ponto imagem e ponto objeto" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:58. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/ponto.php>

"Sistemas ópticos" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:58. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Fundamentos/sistemasopticos.php>

"Reflexão da Luz" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:58. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Reflexaodaluz/reflexao.php>

"Espelho Plano" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:58. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Reflexaodaluz/espelhoplano.php>

"Associação de dois espelhos planos" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:59. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Reflexaodaluz/espelhoplano2.php>

"Espelhos esféricos" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:59. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Reflexaodaluz/espelhoesferico.php>

"Espelhos esféricos - Determinação de imagens" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:59. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Reflexaodaluz/espelhoesferico2.php>

"Cor e frequência" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:59. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Refraodaodaluz/cor\\_e\\_frequencia.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Refraodaodaluz/cor_e_frequencia.php)

"Luz Mono e Policromática" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 00:59. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Refraodaodaluz/luz\\_mono\\_e\\_policromatica.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/Refraodaodaluz/luz_mono_e_policromatica.php)

"Luz - Velocidade" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:00. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/RefracaoDaluz/luz\\_velocidade.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/RefracaoDaluz/luz_velocidade.php)

"Leis da Refração da Luz" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:00. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/RefracaoDaluz/leis\\_de\\_refracao.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/RefracaoDaluz/leis_de_refracao.php)

"Dioptro" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:00. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/RefracaoDaluz/dioptro.php>

"Prisma" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:00. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/RefracaoDaluz/prisma.php>

"Lentes convergentes" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:01. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/LentesEsfericas/convergentes.php>

"Lentes divergentes" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:01. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/LentesEsfericas/divergentes.php>

"Vergência" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:01. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/LentesEsfericas/vergencia.php>

"Associação de lentes" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:01. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/LentesEsfericas/associacaodelentes.php>

"Câmera fotográfica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:01. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/camera.php>

"Projetor" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:02. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/projetor.php>

"Lupa" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:02. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/lupa.php>

"Microscópio Composto" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:02. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/microscopiocomposto.php>

"Luneta" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:02. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/lunetas.php>

"Olho humano" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:02. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/olhohumano.php>

"Adaptação visual" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:03. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/adaptacaovisual.php>

"Acomodação visual" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:03. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/acomodacaovisual.php>

"Ilusão de óptica" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:03. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Otica/InstrumentosOticos/ilusaodeoptica.php>

"Movimento Periódico e Oscilatório" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:04. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulacao/MHS/movpereosc.php>

"Movimento Oscilatório" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:04. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulacao/MHS/movpereosc2.php>

"Funções horárias do Movimento Harmônico Simples" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:04. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulacao/MHS/funhor.php>

"Funções horárias da velocidade e da aceleração" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:04. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulacao/MHS/funhor2.php>

"Força no Movimento Harmônico Simples" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-

2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:05. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/MHS/forcanomhs.php>

"Oscilador Massa-Mola" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:05. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/MHS/massamola.php>

"Oscilador Massa-Mola (continuação)" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:05. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/MHS/massamola2.php>

"Oscilador massa-mola vertical" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:05. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/MHS/massamola3.php>

"Pêndulos Simples" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:05. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/MHS/pendulo.php>

"Ondas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:06. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/classificacao.php>

"Componentes de uma onda" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:06. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/classificacao2.php>

"Velocidade de propagação das ondas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:06. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/velocidade.php>

"Reflexão de ondas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:06. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/reflexao.php>

"Reflexão de ondas bidimensionais" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019.

Consultado em 12/03/2019 às 01:06. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/reflexao2.php>

"Refração de ondas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:07. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/refracao.php>

"Superposição de ondas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:07. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/superposicao.php>

"Superposição de ondas (continuação)" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:07. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/superposicao2.php>

"Superposição de ondas periódicas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:07. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/superposicao3.php>

"Superposição de ondas bidimensionais" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:07. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/superposicao4.php>

"Ressonância" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:08. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/ressonancia.php>

"Princípio de Huygens" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:08. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/principiodehuygens.php>

"Difração de ondas" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:08. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/difracao.php>

"Experiência de Young" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:08. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Ondas/experienciadeyoung.php>

"Som e sua propagação" em *Só Física*. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado

em 12/03/2019 às 01:09. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/som.php>

"Intervalo acústico" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:09. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/intervalo.php>

"Intensidade sonora" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:09. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/intensidade.php>

"Reflexão do som" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:09. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/reflexao.php>

"Tubos sonoros" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:09. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/tubos.php>

"Tubos sonoros fechados" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:10. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/tubos2.php>

"Efeito Doppler" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:10. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/doppler.php>

"Efeito Doppler (continuação)" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:10. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatória/Acustica/doppler2.php>

"Questões de Termometria" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:11. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/questoes.php>

"Questões de Calorimetria" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:11. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Calorimetria/questoes.php>

"Exercícios de Estudos dos Gases" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:11. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/estudo\\_dos\\_gases.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/estudo_dos_gases.php)

"Exercícios de Termodinâmica" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:12. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/termodinamica.php>

"Exercícios de Dilatação" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:12. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/dilatacao.php>

"Questões de Óptica" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:13. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/fundoptica.php>

"Questões de Reflexão da Luz" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:13. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/reflexao\\_luz.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/reflexao_luz.php)

"Questões de Refração da Luz" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:13. Disponível na Internet em [http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/refracao\\_luz.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/refracao_luz.php)

"Exercícios de MHS" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:14. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/mhs.php>

"Exercícios de Ondas" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:14. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/ondas.php>

"Questões de Acústica" em *Só Física*. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 12/03/2019 às 01:14. Disponível na Internet em <http://www.sofisica.com.br/conteudos/exercicios/acustica.php>