



Ensino Fundamental

6º ano

Matemática

Manual exclusivo do aluno

Capítulo 1

Numeração Decimal

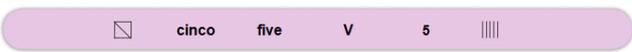
Número e Numeral

Numeral é a forma usada para expressar um número. O numeral pode ser um símbolo gráfico, uma palavra ou um gesto.



Para representar um mesmo número, podemos usar numerais diferentes

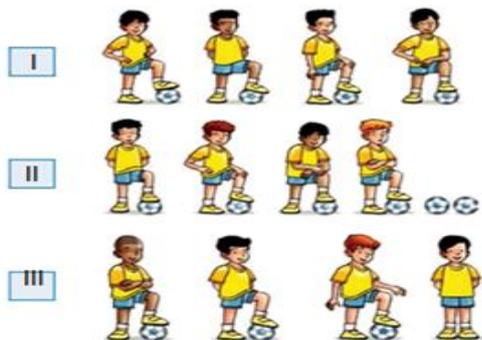
Veja alguns numerais que representam o número cinco:



Normalmente, costumamos usar a palavra número no lugar da palavra numeral.

Compreensão

1. Observe as ilustrações e responda.



a) Em qual situação há menos jogadores do que bolas?

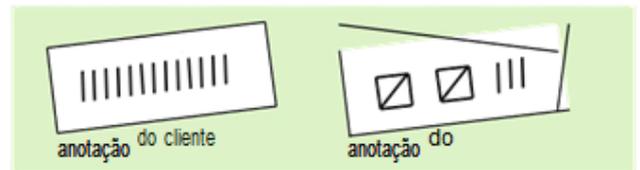
b) Em qual situação há mais jogadores do que bolas?

c) Em qual situação os jogadores são tantos quantas são as bolas?

d) Para responder a essas perguntas precisa saber contar?

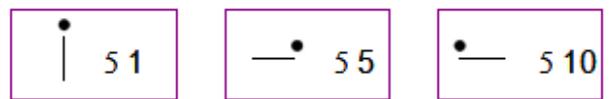
Foi fazendo a correspondência um a um que durante muitos anos o ser humano pré-histórico pôde praticar a contagem, antes mesmo de estabelecer o que é número.

A quantidade de latas de refrigerante consumidas durante uma festa, num restaurante, foi registrada de dois modos:

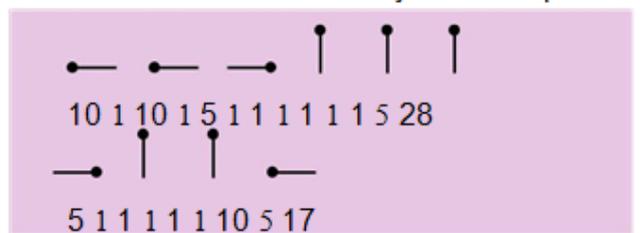


Em qual dessas anotações é mais fácil ler o resultado? Por quê?

Carlos gosta de brincar com palitos de fósforo usados. Para representar a quantidade de palitos que reunia em cada caixinha, ele inventou o seguinte código:



Para escrever um número, bastava somar os valores de cada símbolo. Veja os exemplos:



Agora é a sua vez! Escreva o número representado em cada situação.

- a) • — • — | | | |
- b) • — • — | | | |
- c) • — • — • — |
- d) • — | | | | | • —
- e) — — — — —
- f) • — • — | | | | • —
- g) | | • — • — | | • —

Criando Símbolos e Regras

O Sistema de Numeração Egípcio

Os antigos egípcios contavam formando grupos de 10 elementos.

Observe, na tabela, que cada símbolo representa 10 vezes o que o símbolo anterior representa:

Símbolo		∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩
Valor	um	dez	cem	mil	dez mil	cem mil	um milhão

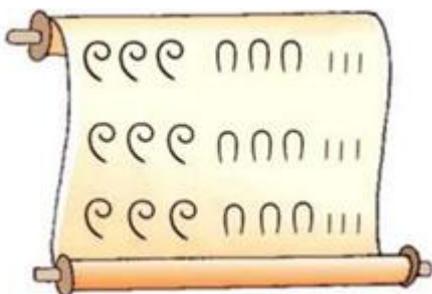
\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10

Nesse sistema, um mesmo símbolo poderia ser repetido até 9 vezes. Cada agrupamento de 10 era trocado por um novo símbolo.

No Sistema Egípcio, a posição ocupada pelo símbolo não altera seu valor. Veja o exemplo:



Representação do número 999 no Sistema Egípcio:

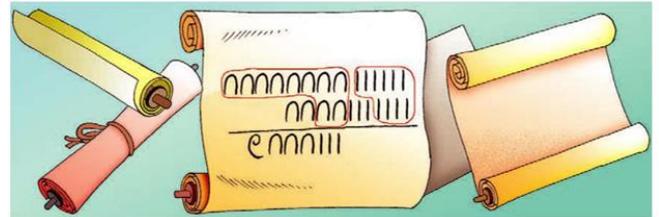


A repetição de símbolos faz os registros ficarem longos!



Pintura representando a colheita de linho no Antigo Egito. A Civilização Egípcia contribuiu bastante para o conhecimento matemático.

Veja a adição $86 + 47$ no Sistema Egípcio:



Fazer operações no Sistema Egípcio é trabalhoso!

Compreensão

1. Com base nas informações do texto sobre o Sistema de numeração Egípcio.

a) Quantos símbolos eram usados?

b) Quantas vezes era permitido repeti-los?

c) Havia símbolo para o zero?

d) A posição em que os símbolos eram colocados para representar um número influía no valor desse número?

e) O valor do número era dado pela soma dos valores dos símbolos usados?

f) Os números eram representados de forma resumida (poucos símbolos)?

g) Isso facilitava os cálculos (somar, subtrair etc.)?

relógios, na escrita dos números dos séculos, na numeração de capítulos de livros e de leis, na designação de reis e papas de mesmo nome etc.

Compreensão

1. Sabemos que os antigos romanos utilizavam a subtração para não repetir o mesmo símbolo mais de três vezes seguidas.

2. Usando esse raciocínio, escreva como se representa 900 no sistema romano.

3. O número CM tem o mesmo valor que MC? .

4. Observando o item anterior, podemos concluir que no Sistema Romano a posição do símbolo é importante?

5. Em que ano foi construída esta casa?



6. Descubra o segredo da sequência e continue-a.

a) V X XV 

b) III VI IX 

7. Complete a tabela.

26	
	LXXIII
505	
	DCCCII
1034	
	MCDIX

8. Estou lendo o capítulo 49 de um livro. Como podemos representar esse número no sistema romano?

9. Descubra o menor número que se pode escrever com os símbolos I, V, X e L.

10. Para escrever os séculos, por exemplo, usamos os símbolos romanos. Veja a tabela e responda às questões.

Ano	Século
1 a 100	I
101 a 200	II
201 a 300	III
301 a 400	IV
E assim por diante...	

a) Em que século nasceu Francisco?



Nasci em 1992, em Parelhas – RN.

b) Escreva o século referente às seguintes invenções.

Invenção	Ano	Século
Telescópio	1609	
Bicicleta	1842	

c) Em que século Pedro Álvares Cabral chegou ao Brasil?

d) Em que ano começou e em que ano terminará o século XXI? E o século XXX?

11. O que você descobre neste quadrado?

II	VII	VI
IX	V	I
IV	III	VIII

Capítulo 2

O Sistema de Numeração Decimal e os Algarismos Indo-Arábicos

Muitas Civilizações Antigas criaram seus próprios sistemas de numeração. Um deles, criado na Índia, deu origem ao sistema de numeração que hoje usamos. Depois de aperfeiçoado, esse sistema apresentou características que o tornaram mais prático que os outros.

Vamos resumir essas características:

As quantidades de 1 a 9 têm símbolos diferentes para representá-las.

O sistema é decimal ou de base 10, ou seja, agrupamos de 10 em 10.

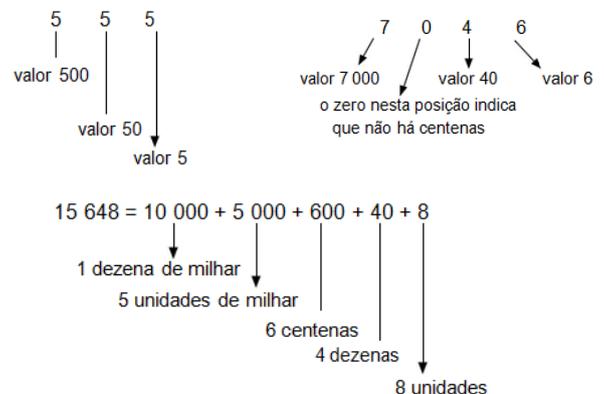
10 unidades	1 dezena
10 dezenas	1 centena
10 centenas	1 unidade de milhar
10 unidades de milhar	1 dezena de milhar
10 dezenas de milhar	1 centena de milhar
10 centenas de milhar	1 unidade de milhão, ...

Possui um símbolo (o zero) para representar no número a ausência de unidades, dezenas, centenas etc.

Com somente dez símbolos (os algarismos) é possível registrar todos os números, pois o mesmo algarismo assume valor diferente de acordo com sua posição na escrita do número.

Zero - A Grande Sacada!

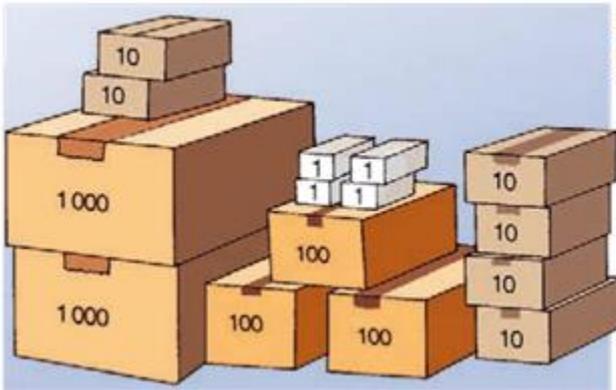
Sem um símbolo para indicar a ausência de agrupamentos em determinada posição, fica difícil diferenciar registros feitos com os mesmos algarismos, como: 23, 203, 2 003, 230, etc.



Cada posição à esquerda vale 10 vezes a posição imediatamente à direita. Sistemas de numeração em que a posição do algarismo altera seu valor são chamados sistemas posicionais.

Compreensão

1. (Saresp) Numa farmácia, um medicamento foi embalado em caixas onde cabem 1 000, 100, 10 e 1 unidades. O total de caixas utilizadas aparece na figura a seguir.



Quantas unidades desse medicamento foram embaladas?

2. Numa gincana ficou acertado que: cada ponto valeria um cartão branco; quando uma equipe fizesse 10 pontos, trocaria os cartões brancos por um cartão azul; quando uma equipe juntasse 10 cartões azuis, trocaria por 1 cartão vermelho.

Veja o resultado no final das provas:

	Equipe A	Equipe B	Equipe C
cartões vermelhos	■ ■	■ ■	■ ■
cartões azuis	■ ■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■
cartões brancos	□ □ □ □	□ □ □ □ □ □ □ □	□ □ □ □ □ □ □ □

a) Quantos pontos fez cada equipe?

b) Qual é a equipe vencedora?.

c) Qual equipe fez menos pontos?

d) O que aconteceria com a equipe B se tivesse conseguido mais 2 cartões brancos?

3. Responda verdadeiro ou falso?

a) 35 centenas são 3 500 unidades

b) 1 200 unidades são 12 dezenas

c) 18 milhares são 108 centenas

d) 23 460 unidades são 2 346 dezenas

4. O número formado por:

a) 2 centenas mais 9 dezenas;

b) 1 milhar mais 5 dezenas;

c) 8 milhares mais 6 centenas mais 6 unidades.

d) Qual número tem uma centena a mais que 13 centenas e 8 unidades?

5. Complete.

a) _____ = 5 000 + 80 + 9

b) 8 435 = 8 000 + _____ + 30 + _____.

c) _____ = 60 000 + 600 + 6

d) 13 076 = _____ + 3 000 + _____ + _____

e) 50 555 = _____ + 500 + _____ + 5

f) _____ = 400 000 + 30 000 + 600 + 2

6. Considere o número 9 580 752. Quantas unidades representa o algarismo 5 que está à esquerda do 2? E o que está à esquerda do 8?

7. Descubra o número.

Sou um número com 249 dezenas, e o meu algarismo das unidades é o mesmo que o das centenas.

Capítulo 3

Leitura e escrita de números no Sistema de Numeração Decimal



Cheques, recibos, notícias... preciso saber ler e escrever os números corretamente para não ter dificuldades na vida prática!

Segundo dados do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), em certo momento do ano de 2010 a população brasileira era de 190 732 694 habitantes.

Lê-se: cento e noventa milhões, setecentos e trinta e dois mil, seiscentos e noventa e quatro habitantes. Esse número tem nove algarismos.

Partindo da direita para a esquerda, cada algarismo corresponde a uma ordem.

Note que também separamos os algarismos da direita para a esquerda em grupos de três ordens.

Cada grupo dessa forma uma classe. Assim, temos:

1	9	0	7	3	2	6	9	4
ordem das centenas de milhão	ordem das dezenas de milhão	ordem das unidades de milhão	ordem das centenas de milhar	ordem das dezenas de milhar	ordem das unidades de milhar	ordem das centenas	ordem das dezenas	ordem das unidades
classe dos milhões			classe dos milhares			classe das unidades simples		

Esquerda da classe dos milhões vem a classe dos bilhões, depois dela, a classe dos trilhões, dos quadrilhões, e assim por diante.

Nas manchetes e reportagens de jornais e revistas é comum encontrarmos números.

Em dupla com um colega, procurem, recortem e cole no caderno:

- ✓ Um número que tenha 5 ordens;
- ✓ Um número que tenha o algarismo 4 na ordem das centenas;
- ✓ Um número que tenha o algarismo 2 na ordem das unidades de milhão;
- ✓ Um número que tenha o zero na ordem das unidades de milhar;
- ✓ Um número que tenha a classe dos bilhões.

Escrevam por extenso cada um dos números encontrados.

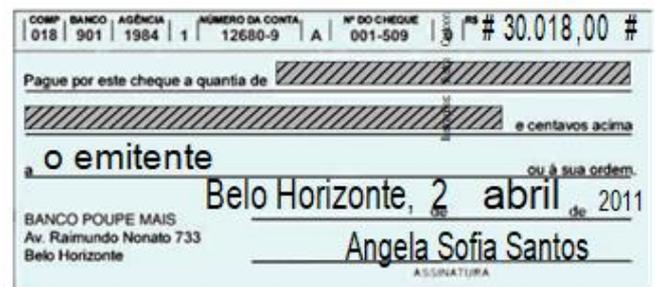


Compreensão

1. Complete o quadro.

20 100	
	nove mil, seiscentos e sessenta
32 026	
	oito mil, duzentos e quatro
1 000 001	
	doze milhões, quatro mil e cinco

2. Quando emitimos um cheque, é necessário escrevermos por extenso o seu valor. Escreva por extenso a quantia que deveria ser preenchida neste cheque.



3. Ao final de um jogo de futebol, o painel eletrônico mostrou.



a) Como você escreveria por extenso esses números?

b) E como escreveria com algarismos esta outra renda:

✓ Dois milhões e cinquenta reais?

4. No painel de controle dos automóveis podemos ler o número de quilômetros que o veículo já percorreu. Observe.



a) Quantos quilômetros esse automóvel já percorreu? Escreva por extenso.

b) Qual é o maior número que esse marcador de quilometragem pode mostrar?



5. Considere o número 81235. Coloque um zero entre dois dos seus algarismos, de modo a obter o maior número possível. Escreva a leitura do número obtido.

6. O número da credencial de Sílvia tem seis algarismos distintos. Entre os algarismos não há 0, 4, 7 e 1. Os seis algarismos vão do menor ao maior. Qual é o número da credencial de Sílvia?



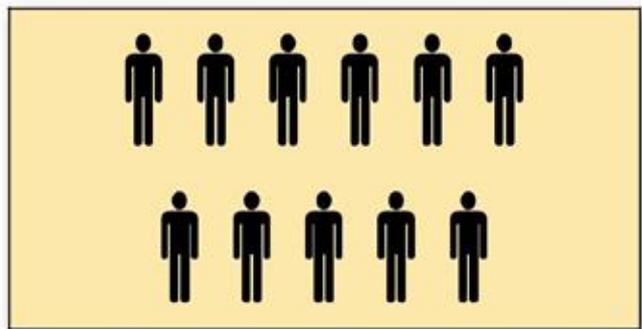
7. (CPII-RJ) Veja como o número de habitantes do Brasil foi representado em um jornal carioca.



a) Escreva o número de habitantes do Brasil, utilizando apenas algarismos do Sistema de Numeração Decimal.

b) A quantos habitantes corresponde cada  da representação acima?

c) Na representação abaixo, cada  corresponde a 20 milhões de habitantes.



Quantos habitantes estão representados?

8. Relacione três círculos, um de cada cor.

Exemplo:   

	10 centenas		50 dezenas
	milhares		milhões
	500		1000
	5 000 000		000
	5 000 dezenas		50000 centenas
	1 milhar		5 centenas

9. Considere o número: 8 972 056 143. Nesse número:

a) Qual algarismo ocupa a ordem das dezenas de milhar?

b) Qual ordem o algarismo 8 ocupa?

c) A que classe pertence o algarismo 4? E o 9? Quantas unidades vale o algarismo 2?

10. (CAP-UFPE) Sérgio tem um relógio digital que marca horas e minutos, variando de 00:00 até 23:59. Quantas vezes em um dia os algarismos 1, 2, 3 e 6 aparecerão todos juntos no visor do relógio?



- a) 5 vezes
- b) 6 vezes
- c) 7 vezes
- d) 8 vezes

A figura mostra uma das possibilidades.

Capítulo 4

História dos Numerais Indo-Arábicos

Os hindus trouxeram muitas contribuições para a Matemática. O sistema de numeração decimal posicional é a mais conhecida delas.

O primeiro registro que temos de um número nesse sistema é uma data (346) escrita em um prato do ano 595.

STRUIK, Dirk J. História concisa das matemáticas. Lisboa: Gradiva, 1997.

Veja como a grafia dos Numerais Indo-Arábicos foi se modificando com o passar do tempo:

	um	dois	três	quatro	cinco	seis	sete	oito	nove	zero
século VI (indiano)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
século X (árabe oriental)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
século X (europeu)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
século XV (árabe oriental)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
século XV (europeu)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

A forma de desenhar os numerais variava porque antigamente os livros e documentos eram todos escritos à mão, obviamente com diferentes caligrafias.

Somente depois da invenção da imprensa é que os símbolos foram padronizados até chegar aos que utilizamos hoje, chamados de algarismos.

Por que o nome Indo-Arábico?

O sistema de numeração que hoje usamos é conhecido como sistema de numeração decimal, ou indo-arábico. (Indo porque o antigo povo indiano foi seu criador, e arábico porque os árabes ajudaram a aperfeiçoá-lo e também foram os responsáveis por sua divulgação, principalmente na Europa). A palavra algarismo vem do nome de um matemático árabe, Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi, que escreveu e traduziu muitas obras matemáticas levadas pelos árabes para o Ocidente.



Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi

O sistema de numeração decimal está presente em inúmeras situações do nosso dia a dia. Escrevemos, lemos e fazemos operações com números usando seus símbolos e regras. É difícil imaginar a vida sem ele.

O sistema de numeração que hoje usamos é uma das mais importantes invenções da humanidade. Lembre-se sempre de quanto tempo e trabalho foram necessários para desenvolvê-lo!

Revisão

1. É correto falar assim?

Os telefones da minha cidade têm 8 números.

2. Reescreva a notícia representando os números com algarismos.

Dos seis bilhões de habitantes do planeta, oitocentos milhões passam fome. Os cientistas afirmam que a Terra existe há cerca de quatro bilhões e seiscientos milhões de anos.

a) Escreva esse número usando algarismos.

b) Escreva, por extenso, o número de séculos que tem a Terra.

3. Veja o número representado no visor da calculadora.



Escreva como se lê esse número.

4. Indique quantas vezes você vai usar a tecla 0 da sua calculadora para representar nela cada um dos seguintes números:

a) Nove mil e doze _____

b) Oitenta mil e oito _____

c) Quatrocentos mil e quinze _____

5. Sim ou não?

a) Os números 6 873 e 06 873 são iguais?

b) O número 085 é considerado de dois algarismos?

6. Veja a placa de um carro.



a) Quantos algarismos tem esta placa?

b) Escreva por extenso o número da placa.

c) Qual é o maior número que se pode escrever utilizando todos esses algarismos?

d) Nesta situação, o zero pode ser suprimido?

7. Considere os números.

770 - 7 700 - 7 707 - 777 - 7 077 - 70 700

Quais deles têm 77 centenas?

8. Uma turma de 8 alunos brincava com feijões. Cada um tirou de uma caixa um cartão em que aparece um número escrito. Em seguida, cada um tirou, ao acaso, três feijões de um único saco com feijões pretos, vermelhos e brancos. Anteriormente, haviam combinado a seguinte regra de cores:

- ✓ 1 feijão branco vale uma unidade;
- Anteriormente, haviam combinado a seguinte
- ✓ 1 feijão vermelho vale 10 feijões brancos; regra de cores:
- ✓ 1 feijão preto vale 10 feijões vermelhos.

No quadro seguinte, embaixo do nome de cada participante, aparece o número que havia no cartão e os três feijões extraídos.

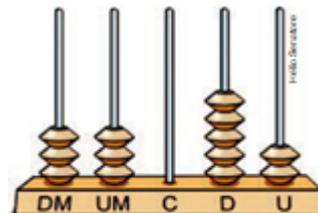
Ari 3 	Carla 12 	Lucas 201 	Sílvia 21 
Pedro 30 	Solange 111 	Luís 300 	Maria 102 

Ganharia a brincadeira quem conseguisse acertar com os três feijões o número escrito no cartão. Quem ganhou?

9. Qual das frases corresponde a uma leitura do número 8 540?

- a) Oito mil e cinquenta e quatro unidades.
- b) Oitocentos e cinquenta e quatro dezenas.
- c) Oito mil e cinquenta e quatro centenas.
- d) Oito centenas e cinquenta e quatro milhares.

10. Qual alternativa mostra o maior número possível usando os mesmos algarismos do número representado no ábaco da figura abaixo?



- a) 70 353
- b) 43 302
- c) 53 320
- d) 35 230

11. A leitura do número representado pela expressão $2\ 3\ 1\ 000\ 000\ 1\ 5\ 3\ 10\ 000\ 1\ 6$ é:

- a) dois milhões, quinhentos mil e seis.
- b) dois milhões, cinco mil e seis.
- c) duzentos mil e cinquenta e seis.
- d) dois milhões, cinquenta mil e seis.

12. O número formado por 1 centena de milhar mais 3 milhares mais 8 dezenas é:

- a) 130 080
- b) 103 080
- c) 103 800
- d) 1 308 000

13. (Saresp) Usando os algarismos 1, 2 e 3, sem repetir nenhum, é possível formar:

- a) dois números de três algarismos.
- b) três números de três algarismos.
- c) quatro números de três algarismos.
- d) seis números de três algarismos.

14. Sou um número com o algarismo das unidades 4 e tenho 218 dezenas. Quem sou eu?

- a) 2 184
- b) 2 1844
- c) 2 1804
- d) 2 1884

15. Observe o número 68 734 219 e indique a opção correta.

- a) O número apresenta 3 ordens.
- b) O algarismo da unidade de milhar é 8.
- c) O algarismo da sexta ordem é o 7.
- d) Os algarismos que formam a classe dos milhões são 7, 3 e 4.

16. (Saresp) No número 1372, foi colocado um zero entre os algarismos 3 e 7. Pode-se afirmar que, no novo número representado, o valor do algarismo 3 ficou:

- a) dividido por 1.
- b) dividido por 10.
- c) multiplicado por 10.
- d) multiplicado por 100.

17. (Obmep) Cláudia inverteu as posições de dois algarismos vizinhos no número 682 479 e obteve um número menor. Quais foram esses algarismos?

- a) 6 e 8
- b) 8 e 2
- c) 2 e 4
- d) 4 e 7

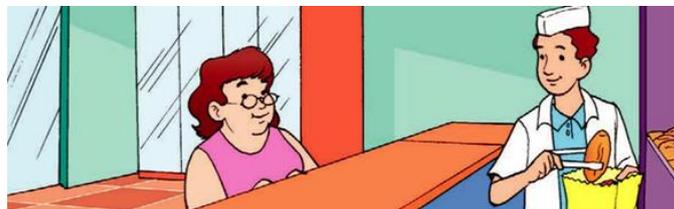
Capítulo 5

Números Naturais

Os Números Naturais e os processos de contagem.

Muitas situações de nosso dia a dia envolvem contagens.

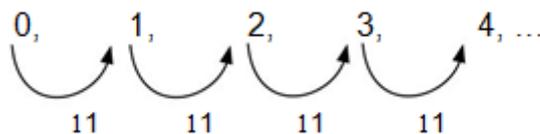
Dona Sílvia foi à padaria comprar oito pãezinhos.



Enquanto coloca os pães no saquinho, o funcionário vai contando: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Para contar, usamos os números 1, 2, 3, 4, 5, 6 etc. Eles são chamados de números naturais. Alguns matemáticos, mais recentemente, optaram por incluir o zero nesta sequência. Escrevemos a sequência dos números naturais assim: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...

As reticências ao fim indicam que a sequência prossegue infinitamente, pois é sempre possível escrever o sucessor de um número natural. Basta somar 1 a ele.



Sucessor de um Número Natural é o que vem imediatamente depois dele.

Observe que:

- ✓ o sucessor de 8 é 9;
- ✓ o sucessor de 13 é 14;
- ✓ o sucessor de 2 345 é 2 346, e assim por diante.



Mais sobre os Números Naturais

Com base no conceito de sucessor, podemos entender o que é antecessor de um número natural: é o número que vem imediatamente antes dele.

- ✓ O antecessor de 10 é 9.
- ✓ O antecessor de 2413 é 2 412, e assim por diante.

E o que seriam Números Naturais Consecutivos?

Veja alguns exemplos:

- ✓ 7 e 8 são consecutivos;
- ✓ 23, 24 e 25 são consecutivos;
- ✓ 4 300, 4 301, 4 302 e 4 303 são consecutivos.

Converse com um colega sobre as questões a seguir e anote o que se pede.

- ✓ Que número natural não possui antecessor?

- ✓ Pensem em um número natural bem grande. Ele possui sucessor?

- ✓ Escrevam cinco números consecutivos que estão compreendidos entre 12 e 20. Há mais de uma possibilidade de resposta para esta questão? Procurem escrever todas elas.

- ✓ As palavras Sucessor e Antecessor aparecem na linguagem comum. Os sentidos atribuídos a elas são os mesmos da Matemática? Criem sentenças que exemplifiquem a resposta de vocês. Conhecemos também a sequência dos Números Naturais Pares.

Conhecemos também a sequência dos Números Naturais Pares:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...

E a sequência dos Números Naturais Ímpares:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

Veja outras situações em que empregamos os Números Naturais:

- ✓ Documentos de identificação, que atribuem um número para cada pessoa.



- ✓ Os números naturais identificam endereços, telefones...



- ✓ Sentido de ordem

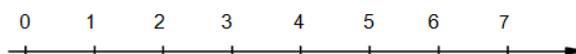


- ✓ Placa de automóveis...



A Reta Numérica e os Números Naturais

Para visualizarmos melhor a sequência dos Números Naturais, vamos representá-la em uma linha reta que chamaremos de Reta Numérica.



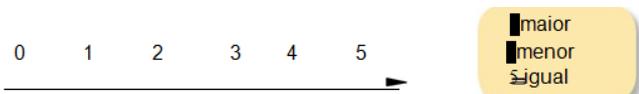
Escolhemos um ponto para representar o zero.

Caminhando para a direita, a partir do zero, e considerando sempre a mesma distância, marcamos os pontos correspondentes aos Números Naturais 1, 2, 3, 4 e assim por diante.

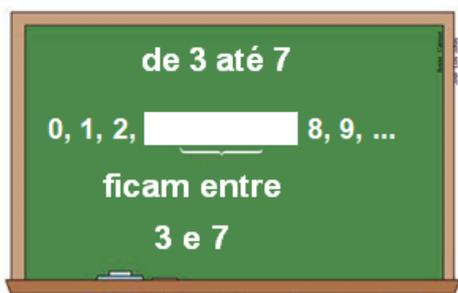
Você já sabe comparar números naturais e dizer quando um é maior ($>$), igual ($=$) ou menor ($<$).

Dados dois números, o maior número é o que estiver representado à direita do outro na reta numérica.

Veja os exemplos:



- ✓ 4 > 2 (lemos: quatro é maior que dois)
- ✓ 1 > 0 (um é maior que zero)
- ✓ 2 < 7 (dois é menor que sete)
- ✓ 5 = 5 (cinco é igual a cinco)



Observe:

- ✓ Quais são os números naturais menores que 7?

- ✓ Quais são os números naturais maiores que 7?

- ✓ Quantos números naturais há de 3 até 7?

- ✓ Quantos números naturais há entre 3 e 7?

Pense e responda.

- ✓ Quantos números há de 38 até 46?

- ✓ Quantos números há entre 38 e 46?

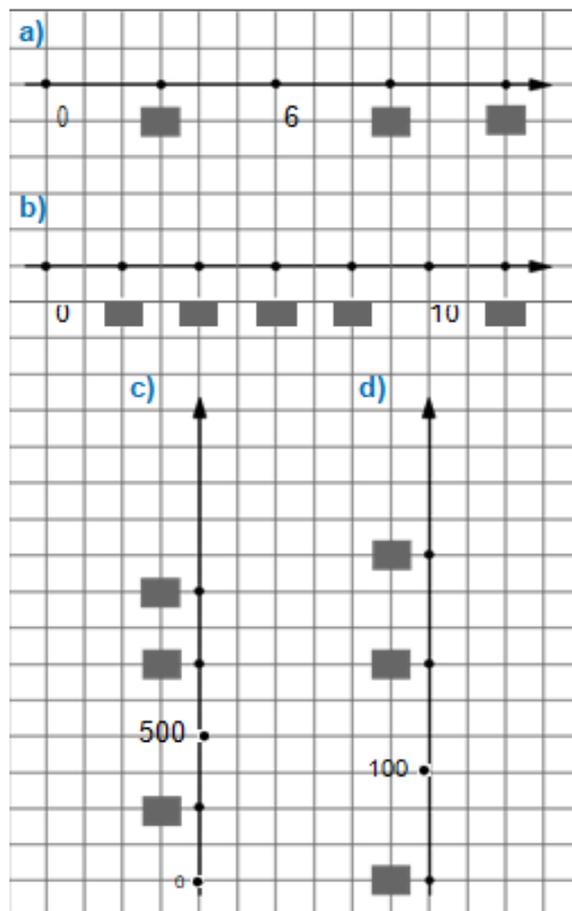
Confira suas respostas com as dos colegas e compare-as com os exemplos acima. Vocês descobriram padrões? Então calculem mentalmente quantos números há:

- ✓ de 124 a 345;

- ✓ entre 124 e 345.

Compreensão

1. Complete o número que corresponde a cada um dos pontos assinalados.



2. Encontre todos os números naturais que são maiores do que 35 e menores do que 42.

$$35, x, 42$$

3. Preencha cada espaço com um dos números: 6 600, 6 006 ou 6 666.

$$6\ 000, \quad \quad 6\ 066, \quad \quad , \quad 6\ 606, \quad \quad , \quad \quad 6\ 666.$$

Você acabou de escrever números em Ordem Crescente.

4. Antes de dormir, Sabrina sempre lê um pouco. Sábado, ela leu do início da página 20 até o final da página 65 de um livro. Quantas páginas Sabrina leu?

Atleta	Tempo
Lico	13 segundos
Zeca	16 segundos
Dinei	12 segundos
Dudu	15 segundos

5. No quadro seguinte estão indicados os preços de alguns modelos de automóvel e o consumo de combustível aproximado, de cada um, para percorrer 100 km.

Modelo	Preço (em reais)	Consumo (em litros)
A	28 613	8
B	31 584	7
C	37 006	12
D	29 508	10
E	56 227	19

- a) O modelo mais caro é o de menor consumo?

- b) O modelo mais barato é o de maior consumo?

- c) Ordene os modelos de automóveis em ordem crescente de preços. .

- d) Ordene os modelos de automóveis em ordem decrescente de consumo.

6. Descubra o nome de uma cidade paulista, colocando os números indicados em ordem decrescente.

8 808 I 8 088 U
8 008 A 8 880 O 8 080 V
8 800 T 8 888 B

7. Veja, na tabela abaixo, o resultado final de uma corrida de 100 metros.

a) Quem foi o vencedor?

b) Quem correu com menor velocidade?

8. Considere todos os números naturais de três algarismos diferentes, formados por 4, 5 e 9. Responda.

a) Quais começam por 4?

b) Quais começam por 5?

c) Quais começam por 9?

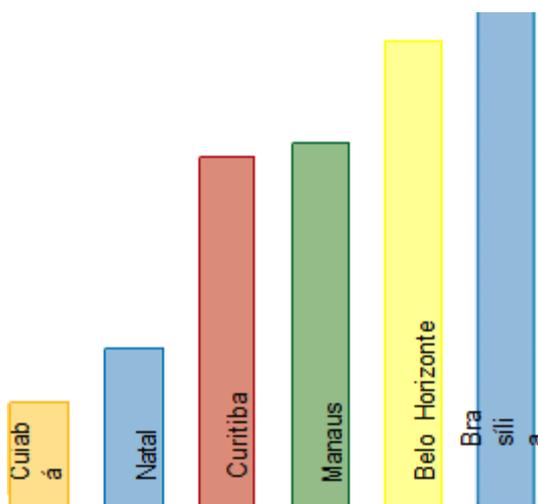
d) Quantos são no total?

9. Escreva o número em que os três amigos estão pensando.



10. Observe os gráficos.

Quantidade de habitantes em algumas capitais brasileiras



Manaus - AC

Associe as cidades ao número que mais se aproxima da população de cada uma delas.

- a) 785 722 _____
- b) 530 308 _____
- c) 1 678 965 _____
- d) 2 258 096 _____
- e) 2 469 489 _____
- f) 1 718 584 _____

✓ Quais cidades têm menos de um milhão de habitantes?

✓ Quais cidades têm população entre 1 milhão e 2 milhões de habitantes?

✓ Qual cidade tem mais de dois milhões e seiscentos mil habitantes?

Vale a pena ler!

Senso numérico

Senso numérico é a capacidade de reconhecer e comparar pequenas quantidades.

Quando olhamos para a fruteira e dizemos que nela há 5 maçãs, normalmente fazemos isso sem precisar contar: um, dois, três, quatro, cinco. Estamos usando o senso numérico, que é diferente da capacidade de contar - capacidade mais elaborada que, em todo reino animal, somente o ser humano tem.

Os animais não sabem contar, mas muitos têm senso numérico. Se retirarmos dois ou três ovos do ninho, o pássaro o abandona, pois percebe que a quantidade de ovos se alterou.

As leões são capazes de comparar a quantidade de elementos de seu grupo com a de um grupo de leões invasoras e avaliar se devem defender seu território ou fugir. Podemos citar também uma espécie de vespa em que a fêmea é maior do que o macho.

Quando uma vespa mãe bota seus ovos, ela coloca ao lado de cada ovo algumas larvas de inseto que servirão de alimento para quando o filhote nascer. O notável é que, de alguma maneira, a mãe sabe se um dado ovo originará uma vespa macho ou fêmea e deixa cinco larvas de insetos se for um ovo de vespa macho e dez se for ovo de vespa fêmea.

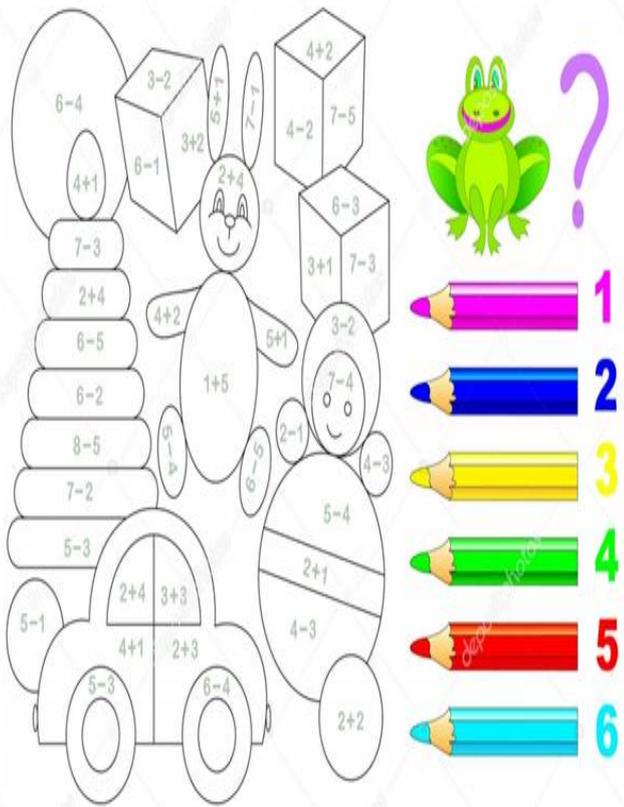
Professores da Universidade da Pensilvânia fizeram um experimento interessante com macacos. Eles ofereciam ao macaco dois pratos com pedaços de chocolate: um com sete pedaços, um com seis pedaços. O prato escolhido, na grande maioria das vezes, era o com sete pedaços. Os macacos começavam a errar quando o número de pedaços ficava maior do que dez, o que mostra que o senso numérico é limitado.

Por que será que a natureza, na evolução das espécies, dota os animais de senso numérico? Sobrevivência!

A capacidade de distinguir e comparar pequenas quantidades presentes no meio ambiente ajuda o animal a se alimentar melhor, fugir de seus predadores e controlar o número de filhotes de sua ninhada, fatores importantes para a perpetuação da sua espécie. A natureza é mesmo maravilhosa!

Capítulo 6

Adição e Subtração de Números Naturais



Lembrando Algoritmos

Você lembra como funciona o Algoritmo da Adição?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 73 \\ 89 \\ \hline 162 \end{array}$$

Começamos pelas unidades:

✓ 3 unidades + 9 unidades = 12 unidades = 1 dezena + 2 unidades

Depois adicionamos as dezenas:

✓ 7 dezenas + 8 dezenas + 1 dezena (que veio da adição das unidades) = 16 dezenas ou 1 centena e 6 dezenas

O total é de 1 centena, 6 dezenas e 2 unidades, ou seja, 162.

Adição e subtração: Operações Inversas

Em certa escola, o 6º ano A tem 28 alunos entre meninos e meninas.

Quantos são os meninos? Quantas são as meninas?

✓ Se soubermos que são 12 meninas, podemos calcular o número de meninos:

$$+ 12 = 28$$

$$28 - 12 = 16$$

16 meninos;

✓ Se soubermos que são 16 meninos, podemos calcular o número de meninas:

$$16 + = 28$$

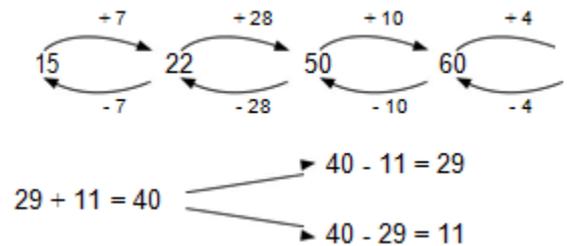
$$28 - 16 = 12$$

12 meninas.

Se da soma de dois números subtraímos um deles, obtemos o outro.

A subtração é a operação inversa da adição.

Veja:



Repare como no dia a dia há ações que apresentam uma Ação Inversa:

- ✓ Subir 10 degraus. Descer 10 degraus.
- ✓ Dar 2 passos para a esquerda. Dar 2 passos para a direita.
- ✓ Engordar 1 kg. Emagrecer 1 kg.

Compreensão

1. Considere os seguintes números.

$$7\ 700 - 7\ 001 - 7\ 707 - 7\ 077 - 7\ 770$$

Calcule e escreva os totais obtidos com:

a) a soma dos dois números menores;

b) a soma dos dois números maiores;

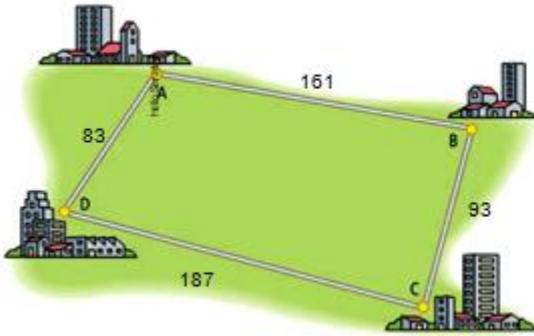
c) a soma do número maior com o menor.

2. A diferença entre dois números é 68. Um dos números é 100.

a) Qual é o outro?

b) Quantas soluções haverá?

3. A figura mostra trechos de estradas de rodagem. Os números indicam quantos quilômetros há em cada trecho.



Responda.

a) Quantos quilômetros percorrerá um ônibus para ir de A até C, passando por B?

b) Quantos quilômetros percorrerá um automóvel para ir de A até C, passando por D?

c) A viagem mais curta é a do ônibus ou a do automóvel? A diferença é de quantos quilômetros?

4. Tenho R\$ 10,00 a mais do que você. Se eu lhe der R\$ 2,00, com quanto ficarei a mais que você?



5. Em seu último aniversário, Raquel foi presenteadada pelos familiares com dinheiro em notas de 20, 10 e 5 reais. Qual é a quantidade

mínima de notas que ela precisa usar para pagar um brinquedo que custa R\$ 75,00 e não receber troco?

6. Observe o quadro de um jogo e responda:

	Pontos na 1ª etapa	Pontos na 2ª etapa	Total
Sílvia	185	279	
Chico		193	428
Maria	214		451

a) Quantos pontos Sílvia fez no jogo?

b) Quantos pontos Chico fez na 1ª etapa?

c) Quantos pontos Maria fez na 2ª etapa?

d) Quantos pontos foram feitos na 1ª etapa?

e) Quantos pontos fizeram as meninas?

7 (Unicamp-SP) Minha calculadora tem lugar para 8 algarismos. Eu digitei nela o maior número possível, do qual subtraí o número de habitantes do estado de São Paulo, obtendo, como resultado, 63 033 472. Qual era a população do estado de São Paulo nesse ano?

Capítulo 7

O cálculo mental nas Adições e nas Subtrações

Você costuma calcular mentalmente?

Acompanhe a história dos irmãos Felipe e Carlos.

Certo dia, eles foram a uma loja de miniaturas comprar um novo carrinho para a coleção deles. Cada um levou sua carteira com as economias que tinham. Felipe tinha R\$ 34,00 e Carlos, R\$ 25,00.

Logo encontraram uma miniatura sensacional! Seu preço: R\$ 57,00.

Mentalmente, Felipe calculou:

$$34 + 25 = 34 + 20 + 5 = 54 + 5 = 59$$

54

Felipe decompôs 25 em 20 + 5 para achar a soma mais facilmente.



Carlos também não perdeu tempo e pensou:

$$34 + 25 = 30 + 4 + 20 + 5 = 30 + 20 + 4 + 5 = 50 + 9 = 59$$

Já Carlos decompôs as duas parcelas:

$$34 = 30 + 4$$

$$25 = 20 + 5$$



E você? Como costuma efetuar adições mentalmente?

O cálculo mental é rápido. As passagens acontecem em nossa mente.

Observe agora algumas maneiras de efetuar subtrações mentalmente: $80 - 34 = 80 - 30 - 4 = 50 - 4 = 46$ (Subtraímos 30 de 80 e depois subtraímos 4 do resultado.)

Podemos resolver essa mesma subtração usando a ideia de completar:

$$\begin{array}{l} \text{de 34 para 40} \longrightarrow 6 \\ \text{de 40 para 80} \longrightarrow 40 \end{array}$$

Portanto, faltam 46 ao 34 para completar 80.

Compreensão

1. Calcule mentalmente e anote os resultados.

a) $12 + 7$ _____

b) $19 + 36$ _____

c) $4 + 39$ _____

e) $480 + 25$ _____

c) $13 + 45$ _____

f) $290 + 110$ _____

2. Continue calculando mentalmente.

a) $5 + 17 + 15$ _____

b) $790 + 43 + 110$ _____

c) $9 + 28 + 11$ _____

d) $320 + 590 + 10 + 80$ _____

e) $156 + 4 + 120$ _____

f) $69 + 77 + 31 + 23$ _____

3. Continue calculando mentalmente.

a) $83 - 9$ _____

b) $275 - 99$ _____

c) $405 - 9$ _____

d) $546 - 98$ _____

e) $170 - 11$ _____

f) $800 - 101$ _____

4. Observe as cenas abaixo.



O consumidor pagou a compra com uma nota de R\$ 100,00. Quanto o consumidor vai receber de troco da moça do caixa? Por que a moça pediu R\$ 2,00 ao comprador?

5. Resolva os problemas a seguir “de cabeça”. Calcule mentalmente.

$$11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 =$$

6. Qual é o número desconhecido da tabela abaixo?

Períodos	Atendimentos
Manhã	
Tarde	125
Noite	75
Total	360

7. Entrei em uma loja e comprei os três produtos da propaganda abaixo para pagar em três prestações.

 <p>Liquidificador</p> <p>◆ Preço: R\$ 75,00 ou 0 + 3 de R\$ 25,00</p> <p>◆ Total: R\$ 75,00</p>	 <p>TV</p> <p>◆ Preço: R\$ 600,00 ou 0 + 3 de R\$ 200,00</p> <p>◆ Total: R\$ 600,00</p>	 <p>Bicicleta</p> <p>◆ Preço: R\$ 540,00 ou 0 + 3 de R\$ 180,00</p> <p>◆ Total: R\$ 540,00</p>
--	---	--

Qual valor terei de pagar em cada prestação?

Arredondamento

Observe, abaixo, uma vitrine de loja e pense na situação:



Você tem R\$ 100,00 para gastar nessa loja e quer saber rapidamente se o dinheiro é suficiente para

comprar uma camiseta, uma calça e um par de tênis. Como fazer?

Uma soma aproximada, arredondando os preços para a dezena mais próxima, é uma alternativa.

18 para 20		
24 para 20	$20 + 20 + 50 = 90$	Esta é uma boa estimativa, pois o valor exato da compra é R\$ 89,00.
47 para 50		

Então, o dinheiro é suficiente.

Esta é uma boa estimativa, pois o valor exato da compra é R\$ 89,00.

Fizemos uma estimativa para o valor da compra.

Usamos estimativas quando queremos obter um valor aproximado para uma grandeza.

As estimativas utilizando arredondamentos podem nos auxiliar a detectar erros no resultado de operações. Acompanhe:

$$12\ 035 + 5\ 828 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Assim, sabemos que o resultado deve estar próximo de 18 000.

Efetuamos a operação $12\ 035 + 5\ 828 = 17\ 863$ e comprovamos que o resultado está bem próximo da estimativa inicial.

Se você estivesse usando uma calculadora para efetuar a operação acima e, sem querer, esquecesse de digitar o zero do número 12 035, o resultado no visor seria 7 063, muito longe da estimativa inicial.

Seria fácil perceber que houve erro.



Compreensão

1. Leia e faça o arredondamento dos seguintes números para a centena exata mais próxima.



- a) 165 _____
- b) 312 _____
- c) 850 _____
- d) 1 038 _____
- e) 2050 _____
- f) 6 999 _____
- g) 41 684 _____
- h) 380 609 _____

2. Um trem leva 481 passageiros sentados e 57 em pé. Use o arredondamento do número de passageiros para a dezena mais próxima para estimar quantas pessoas podem viajar nesse trem.



3. Qual foi o consumo aproximado de água no trimestre indicado no quadro?

Arredonde cada número para a centena mais próxima.

Mês	Consumo de água (em litros)
Janeiro	5 175
Fevereiro	3 804
Março	4 485

4. Em cada uma das situações seguintes, faça uma estimativa do custo total e, em seguida, calcule o preço exato.

Arredonde cada preço para a dezena mais próxima.

Situação 1

R\$ 33,00

R\$ 78,00

R\$ 21,00

Situação 2

R\$ 587,00

R\$ 812,00

R\$ 128,00

5. Para cada diferença, procure no quadro abaixo o valor que corresponde à sua melhor estimativa:

- 92 - 38 _____
- 591 - 193 _____
- 25 031 - 4 920 _____

50		20 000		500	
	400		19 000		40
21 000		60		300	

Capítulo 8

Multiplicação e Divisão

Multiplicação

A turma do 6º ano de certa escola mandou confeccionar camisetas e pretende, com a venda delas, conseguir dinheiro para uma excursão.

Foram vendidas 78 camisetas por R\$ 12,00 cada uma. Quanto foi arrecadado?

Acompanhe:

Temos 78 camisetas vendidas por R\$ 12,00 cada:

$$\underbrace{12 + 12 + 12 + 12 + 12 + \dots + 12}_{78 \text{ parcelas iguais a } 12}$$

Para simplificar o registro dessa operação, fazemos:

$$78 \times 12 = 936$$

Portanto, foram arrecadados R\$ 936,00.

Existem dois sinais que indicam multiplicação:

X ou .

Usaremos com mais frequência o ponto, para evitar que o sinal da multiplicação seja confundido com a letra x.

$$78 \times 12 = 78 \cdot 12 = 936$$

Multiplicação

Usamos a multiplicação para registrar uma adição de parcelas iguais.

$$\begin{aligned} \underline{3 + 3 + 3 + 3} &= 4 \times 3 = 12 \\ &4 \text{ parcelas iguais a } 3 \\ \underline{4 + 4 + 4} &= 3 \times 4 = 12 \\ &3 \text{ parcelas iguais a } 4 \end{aligned}$$

Os números multiplicados são chamados fatores e o resultado é o produto.

$$\begin{array}{ccc} 5 \times 2 = 10 & \text{ou} & 5 \cdot 2 = 10 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{fator} & & \text{fator} \quad \text{produto} \end{array}$$

Lembrando o Algoritmo

Nos algoritmos, usa-se o sinal x para indicar multiplicação.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 78 \\ \hline 96 \rightarrow 8 \text{ vezes } 12 \text{ unidades} = 8 \text{ unidades} \times 12 \text{ unidades} = 96 \text{ unidades} \\ \text{---} \rightarrow 70 \text{ vezes } 12 \text{ unidades} = 7 \text{ dezenas} \times 12 \text{ unidades} = 840 \text{ unidades} \\ \hline \rightarrow 96 + 840 = 936 \end{array}$$

Comum usarmos nomes especiais para indicar algumas multiplicações. Exemplos:

- ✓ O dobro de 6 é o mesmo que 2×6 .
- ✓ O triplo de 7 é o mesmo que 3×7 .
- ✓ O quádruplo de 3 é o mesmo que 4×3 .
- ✓ O quádruplo de 2 é o mesmo que 5×2 .

Contando Possibilidades

Além das camisetas, os alunos encomendaram chaveiros, bonés e porta-lápis. Montaram kits contendo uma camiseta e um dos outros itens: boné, chaveiro ou porta-lápis.

Uma tabela mostra quantas opções diferentes de kits eles podem montar.

Camisetas	Complementos		
			
			
			

Com duas cores de camiseta e três tipos de complemento, os alunos podem montar seis opções diferentes de kit:

$$2 \cdot 3 = 6$$

Multiplicando o número de cores de camiseta pelo número de tipos de complemento, obtivemos o número de opções diferentes de kits com uma camiseta e um complemento.

A multiplicação é aplicada na contagem de possibilidades.

Com três cores de camiseta e quatro tipos de complemento, quantos kits diferentes poderiam ser montados?

Compreensão

1. Numa papelaria há 15 caixas com 12 lápis em cada uma.

a) Para calcular de forma mais rápida o número total de lápis, podemos fazer uma operação. Que operação é essa?

b) Que nome se dá aos números 15 e 12 nessa operação?

c) Qual é o valor do produto?

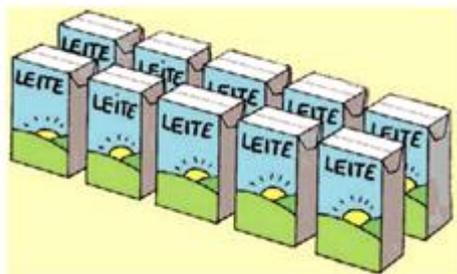
2. Represente o número de xícaras:

✓ usando o sinal +;

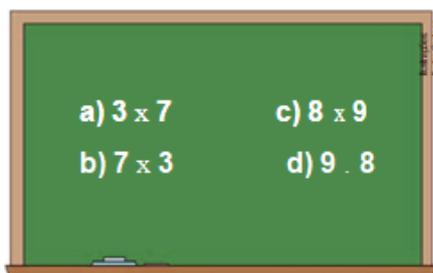
✓ usando o sinal x.



3. Escreva duas multiplicações que representem o número de caixas de leite da figura.



4. Determine os produtos.



Responda.

e) O que você observa nos resultados dos itens a e b?

f) O que você observa nos resultados dos itens c e d?

g) O que você pode concluir?

5. Calcule mentalmente.

a) $9 \times 4 \times 1$ _____

b) $25 \cdot 60 \cdot 0$ _____

c) $7 \times 3 \times 10$ _____

d) $63 \cdot 2 \cdot 50$ _____

e) $605 \times 1\,000$ _____

f) $2\,000 \times 1 \times 15$ _____

g) $2 \times 18 \times 5$ _____

h) $27 \times 2 \cdot 5 \times 5 \cdot 2$ _____

i) $39 \cdot 4 \times 25$ _____

j) $96 \cdot 200 \cdot 5$ _____

6. O que acontece com o produto quando um dos fatores da multiplicação é igual a zero?

7. Sabendo que:

$$3 \cdot 37 = 111$$

$$6 \cdot 37 = 222$$

$$9 \cdot 37 = 333$$

$$12 \cdot 37 = 444$$

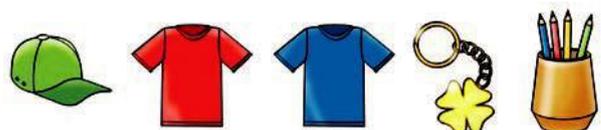
Escreva o valor dos seguintes produtos, sem efetuar cálculos:

a) 15×37 _____

b) $21 \cdot 37$ _____

Divisão

Lembra-se dos kits dos alunos do 6º ano?



Com a venda dos kits, os alunos arrecadaram R\$ 1.965,00. Quantos kits foram vendidos, se cada um custava R\$ 15,00?

A divisão permite descobrir essa quantidade.

$$1\ 965 : 15 = ?$$

Como fazer essa divisão?

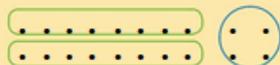
Ideias associadas à divisão

Usamos a divisão para repartir uma quantidade em partes iguais ou descobrir quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Numa divisão temos:

dividendo \rightarrow 20 8 \leftarrow divisor
 resto \rightarrow 4 2 \leftarrow quociente

Com 20 podemos formar 2 grupos de 8 e restam 4. Ou, ainda, 8 cabe 2 vezes em 20 e restam 4.



$$20 = 8 + 8 + 4 = 2 \times 8 + 4$$

Lembre-se:

o resto é sempre menor que o divisor;
 se o resto é zero, a divisão é *exata*.

$\overline{)15}$ \rightarrow Não dá para dividir 1 por 15.
 Mas 1 unidade de milhar = 10 centenas e, como já temos 9 centenas no número 1 965, ficamos com 10 centenas + 9 centenas = 19 centenas.

$\begin{array}{r} 1965 \\ 4 \ 1 \end{array} \overline{)15}$ \rightarrow Dividimos 19 centenas por 15. Dá 1 e restam 4 centenas.

$\begin{array}{r} 1965 \\ 46 \ 1 \end{array} \overline{)15}$ \rightarrow 4 centenas = 40 dezenas
 40 dezenas + 6 dezenas = 46 dezenas

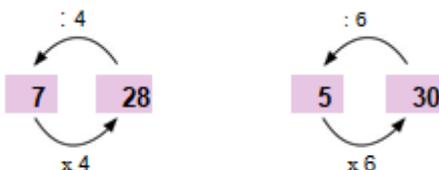
$\begin{array}{r} 1965 \\ 46 \ 13 \\ 1 \end{array} \overline{)15}$ \rightarrow Dividimos agora 46 dezenas por 15. Dá 3 e resta 1 dezena.

$\begin{array}{r} 1965 \\ 46 \ 13 \\ 15 \end{array} \overline{)15}$ \rightarrow 1 dezena = 10 unidades
 10 unidades + 5 unidades = 15 unidades

$\begin{array}{r} 1965 \\ 46 \ 131 \\ 15 \\ 0 \end{array} \overline{)15}$ \rightarrow Finalmente dividimos 15 unidades por 15.
 Dá 1 e resta zero.
 Esta é uma *divisão exata*, pois o resto é zero.

Multiplicação e Divisão: Operações Inversas

A divisão exata é a operação inversa da multiplicação. Acompanhe:



Vamos recorrer à ideia de operação inversa para ver como o zero se comporta nas divisões.

Por exemplo, $0 : 4 = 0$.

Veja que esse exemplo faz sentido: zero objeto dividido em 4 partes dá zero para cada parte, pois $0 : 4 = 0$. Até aí, tudo bem. E $4 : 0$?

O resultado de $4 : 0$ deveria ser o número que, multiplicado por zero, resultasse 4. Não há número que, multiplicado por zero, dê 4. Então, é impossível efetuar $4 : 0$.

Fizemos esse raciocínio para o caso particular de $4 : 0$.

No entanto, ele é válido para qualquer outro exemplo de divisão por zero.

Conclusão: É impossível dividir por zero, ou seja, o zero nunca pode ser divisor.

Relação Fundamental da Divisão

Em todas as divisões temos:

$$\text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto} = \text{dividendo}$$



Veja exemplos:

Veja exemplos:

Divisão não exata

$$\overline{)6} \\ 7$$

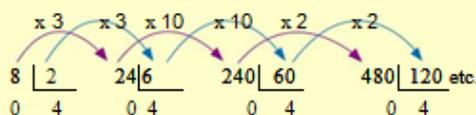
$$7 \cdot 6 = 42 \\ 42 + 3 = 45, \text{ que é o dividendo.}$$

Divisão exata

$$\overline{)8} \\ 3$$

$$8 \cdot 3 = 24 \\ 24 + 0 = 24, \text{ que é o dividendo.}$$

Nas divisões a seguir, o que aconteceu com o quociente quando multiplicamos o dividendo e o divisor pelo mesmo número natural diferente de zero? Teste suas observações em outros exemplos semelhantes.



Capítulo 9

Expressões Numéricas

Na Língua Portuguesa, encontramos expressões como:



E muitas outras expressões.

Na Matemática, encontramos as expressões numéricas, que envolvem números e operações.

Quando efetuamos uma expressão numérica, chegamos a um número.

$3 + 2 \cdot 7$ é uma expressão numérica que envolve adição e multiplicação. Como podemos efetuá-la?

Sabemos que $2 \cdot 7 = 7 + 7$.

Então: $3 + 2 \cdot 7 = 3 + 7 + 7 = 17$



$$3 + 2 \cdot 7 = 3 + 14 = 17$$

A multiplicação deve ser efetuada antes da adição. Para resolver expressões numéricas, as operações devem ser efetuadas na seguinte ordem:

1ª As multiplicações e as divisões na ordem em que aparecem na expressão (da esquerda para a direita).

2ª As adições e as subtrações na ordem em que aparecem na expressão (da esquerda para a direita).

Compreensão

1. Copie as expressões e coloque em cada um dos sinais + ou - de modo a obter igualdades.

a) $5 _ 3 _ 1 = 7$

b) $8 _ 1 _ 5 = 2$

c) $15 _ 5 _ 10 = 30$

d) $16 _ 2 = 15$

2. Resolva as expressões que constam em cada ficha.

A $9 + 5 \cdot 6$	F $20 : 4 + 6 \cdot 8$
B $21 : 3 + 4$	G $50 + 12 : 2$
C $30 - 6 : 2$	H $16 : 2 + 6$
D $40 - 5 \cdot 8$	I $3 \cdot 7 - 2 \cdot 5$
E $6 \cdot 10 - 8 : 2$	J $5 \cdot 6 : 3 - 8$

3. Identifique a caixa abaixo em que deve ser colocada cada ficha, observando que o resultado da expressão deve ser igual ao número indicado na caixa.

14	84	2
27	12	56
53	31	3
0	11	39

Responda.

a) Quantas caixas receberam duas fichas?

b) Quantas caixas receberam uma ficha?

c) Quantas caixas não receberam ficha?

4. Reescreva as expressões e descubra onde devem ser colocados os parênteses para que os resultados sejam os indicados.

a) $16 : 2 \cdot 4 = 2$

b) $14 + 3 \cdot 12 = 204$

c) $4 \cdot 3 + 6 \cdot 7 = 252$

d) $2 + 7 \cdot 3 + 5 = 58$

e) $2 + 7 \cdot 3 + 5 = 32$

f) $2 + 7 \cdot 3 + 5 = 72$

5. Viviane tem R\$ 85,00 para fazer compras. Das coisas que viu, ela decidiu comprar:

- ✓ 2 pares de sapatos por R\$ 18,00 cada um;
- ✓ 1 camiseta por R\$ 14,00;
- ✓ 5 pares de meias por R\$ 3,00 cada um.

Escreva e resolva a expressão numérica que indica quanto dinheiro sobrou



6. Calcule o valor das expressões.

- a) $(12 + 2 \cdot 5) - 8$ _____
- b) $25 - (15 + 6 : 3)$ _____
- c) $25 + [7 + (8 - 4 : 2)]$ _____
- d) $60 - [8 + (10 - 2) : 2]$ _____
- e) $80 - [22 + (5 \cdot 2 - 1) + 6]$ _____
- f) $14 : 2 + [13 - (4 \cdot 2 + 1)]$ _____

Propriedade distributiva da multiplicação

Três amigos foram juntos a uma lanchonete.

Cada um deles tomou um suco comeu um hambúrguer.

O hambúrguer custa R\$ 4,00 e o suco, R\$ 2,00. Quanto eles gastaram no total?

Vamos pensar em dois modos de resolver esse problema:



Determinar quanto cada um gastou (1 hambúrguer e 1 suco) e multiplicar o valor por 3, porque são 3 pessoas.

$$3 \times (4 + 2) = 3 \times 6 = 18$$

↓ preço de 1 suco
↓ preço de 1 hambúrguer

Lembre-se de que os parênteses indicam que faremos primeiro a adição.

Sem consulta, repita o processo que foi feito ao lado:



Como você viu, os dois procedimentos levaram à mesma solução: a conta da lanchonete ficou em R\$ 18,00. Podemos dizer que:

É possível distribuir a multiplicação pelas parcelas da adição!

Veja mais exemplos:

$$5 \cdot (2 + 7) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 7 = 10 + 35 = 45$$

$$5 \cdot 9 = 45$$

$$\bullet (3 + 5) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 6 + 10 = 16$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

A propriedade que verificamos envolve a multiplicação e a adição. Seu nome é propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Também podemos distribuir a multiplicação em relação à subtração. Observe os exemplos:

$$3 \cdot (6 - 2) = 3 \cdot 6 - 3 \cdot 2 = 18 - 6 = 12$$

$$(4 - 1) \cdot 2 = 4 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 8 - 2 = 6$$

Compreensão

1. Silvina trabalha 6 dias por semana, 3 horas de manhã e 5 horas à tarde. Qual das expressões seguintes representa o número de horas que Silvina trabalha numa semana?

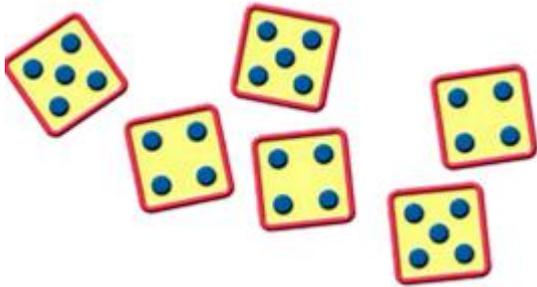
- a) $6 + 5 + 3$
- b) $(6 + 3) \times 5$

c) $6 + (5 + 3)$

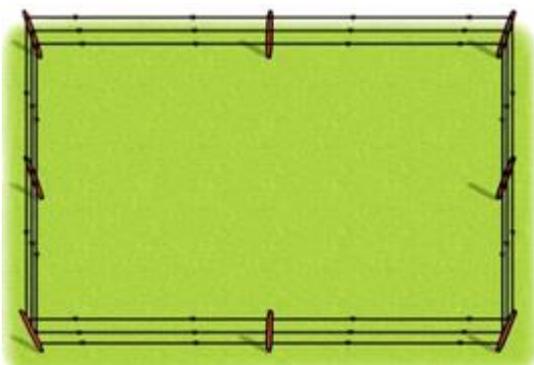
d) $6 \times (3 + 5)$

2. Em uma parede da cozinha, há 15 fileiras de 10 azulejos e em outra há 13 fileiras de 10 azulejos. Calcule, de duas maneiras diferentes, a quantidade de azulejos que há nessa cozinha.

3. Calcule, de dois modos diferentes, a pontuação total das fichas.



4. Em volta de um terreno retangular de 20 metros por 30 metros, deve-se construir uma cerca com 3 fios de arame farpado, vendido em rolos de 50 m. Quantos rolos devem ser comprados?



5. Aplique a propriedade distributiva para resolver cada uma das expressões.

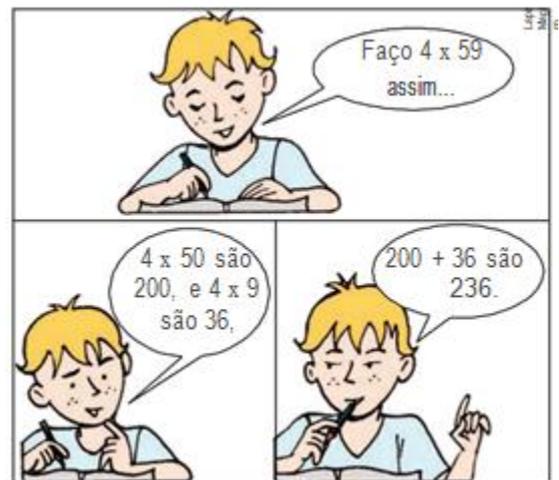
a) $2 \times (8 + 9)$

b) $3 \cdot (8 - 2)$

c) $(2 + 4) \cdot 6$

d) $(7 - 5) \cdot 4$

6. Acompanhe os quadros.



Pensando desse mesmo modo, calcule mentalmente.

a) $6 \cdot 25$ _____

b) $8 \cdot 35$ _____

c) $9 \cdot 81$ _____

d) $5 \cdot 140$ _____

e) $4 \cdot 72$ _____

f) $13 \cdot 101$ _____

g) $9 \cdot 15$ _____

h) $50 \cdot 102$ _____

7. Calcule mentalmente.

a) $7 \cdot 59$ _____

b) $4 \cdot 19$ _____

c) $5 \cdot 78$ _____

d) $12 \cdot 29$ _____

- d) 2.2.2.2.2.2 _____
- e) 5.5.5.5 _____
- f) 13.13.13.13 _____

2. Indique na forma de produto e calcule.

- a) 7^2 _____
- b) 2^5 _____
- c) 5^3 _____
- d) 19^2 _____
- e) 20^3 _____
- f) 10^4 _____

3. Complete o quadro.

Potência	Base	Expoente	Valor da Potência
30^2	30	2	900
3^3			
	8	2	
	4		64
		3	343
0^3			
	10		10 000
15^2			
	1	18	

4. O que você pode dizer a respeito de:

- a) Uma potência cuja base é 0?

- b) Uma potência cuja base é 1?

5. Em geral, o valor de uma potência é alterado se trocarmos a base pelo expoente.

Veja um exemplo:

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

No entanto, há um caso em que a base é diferente do expoente e isso não acontece. Descubra qual é?

6. Qual é o maior

- a) 3^2 ou 2^3 ? _____
- b) 7^2 ou 2^7 ? _____
- c) 5^2 ou 2^5 ? _____
- d) 0^4 ou 0^{19} ? _____

7. Digitaram numa calculadora.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 =$$

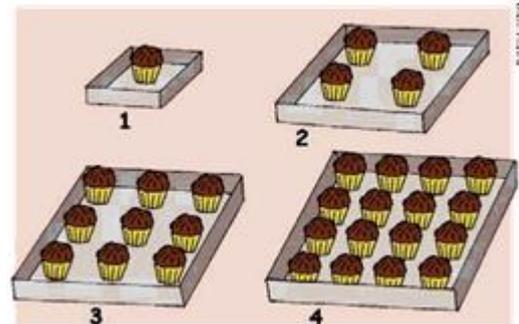
No visor apareceu o resultado:



- a) Que potência foi calculada?

- b) Quanto é 5^8 ? E 5^6 ?

8. (SEE-RJ) As bandejas para expor os doces ou salgados da padaria são numeradas de acordo com o tamanho.



Segundo esse modelo, quantos doces cabem na bandeja de número 8?

9. Todos os livros de uma sala de aula estão em 8 estantes. Cada estante tem 8 prateleiras, cada prateleira tem 8 livros. Quantos livros há na sala de aula?



Capítulo 11

Quadrados, Cubos e Potenciações

As potências com expoente 2 e com expoente 3 recebem nomes especiais.

O expoente 2 é chamado de quadrado.

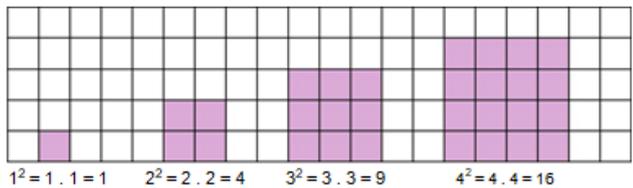
Então:

✓ 7^2 será lido como sete ao quadrado ou o quadrado de sete;

✓ 13^2 será lido como treze ao quadrado ou o quadrado de treze, e assim por diante.

Quer saber de onde vem esse nome?

Observe a sequência formada por quadrados:



Troque ideias com os colegas e respondam às questões a seguir:

1. Quantos quadradinhos terá o próximo quadrado da sequência?

2. Ana tentou formar um quadrado com 15 quadradinhos e não conseguiu. Você sabe explicar por quê? É possível formar um quadrado com 10 quadradinhos? E com 81?

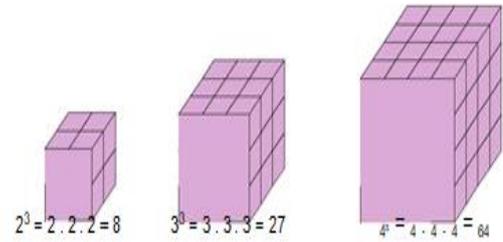
3. Quantos quadradinhos formarão o quadrado cujo lado mede n unidades?

Então? Percebeu por que o expoente 2 se chama quadrado?

Quando elevamos os números 1, 2, 3, 4, 5, ... ao quadrado, obtemos a sequência dos números quadrados:

$$\begin{array}{cccccc} 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 1, & 4, & 9, & 16, & 25, & \dots \end{array}$$

E o expoente 3? Veja abaixo outra sequência: ela é formada por cubos.



Quantos cubinhos terá o próximo cubo desta sequência? Escreva esse número na forma de potência.

O expoente 3 recebe o nome de cubo.

Assim:

✓ 5^3 lê-se cinco elevado ao cubo ou o cubo de cinco;

✓ 8^3 lê-se oito elevado ao cubo ou o cubo de oito.

O expoente 0 e o expoente 1

Vimos que, na potenciação, o expoente indica o número de fatores iguais da multiplicação.

Por isso, é estranho pensar em:

expoente 1 → só um fator na multiplicação?

expoente 0 → nenhum fator na multiplicação?

No entanto, para que outros fatos ligados à potenciação funcionassem bem, os matemáticos precisavam determinar o que aconteceria quando esses números aparecessem no expoente.

Eles observaram padrões que ocorriam nas potências:

$$\begin{array}{r} 2^5 = 32 \quad \left. \begin{array}{l} \\ 2^4 = 16 \end{array} \right\} : 2 \\ 2^4 = 16 \quad \left. \begin{array}{l} \\ 2^3 = 8 \end{array} \right\} : 2 \\ 2^3 = 8 \quad \left. \begin{array}{l} \\ 2^2 = 4 \end{array} \right\} : 2 \\ 2^2 = 4 \end{array}$$

Quando o expoente diminui uma unidade a potência é dividida pela base.

Para manter o padrão, deveriam ter:

$$\begin{array}{r} \cdot 2^1 = 2 \\ \cdot 2^0 = 1 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} : 2$$

Como isso também ocorria em outras bases ficou resolvido que:

- ✓ se a é um número, $a^1 = a$.
- ✓ se a é um número diferente de zero, $a^0 = 1$.

Sendo a base diferente de zero, eliminamos mais uma situação complicada:
 $0^u = ?$

Para nós, essa expressão não terá significado.

Então:

$6^1 = 6$
 $15^1 = 15$
 $8^0 = 1$
 $43^0 = 1$

Compreensão

1. Complete o quadro.

Produto	Potência	Leitura da Potência
5 . 5		
	7^3	
		dezoito ao quadrado
6 . 6 . 6 . 6		
	2^6	
		oito à quinta

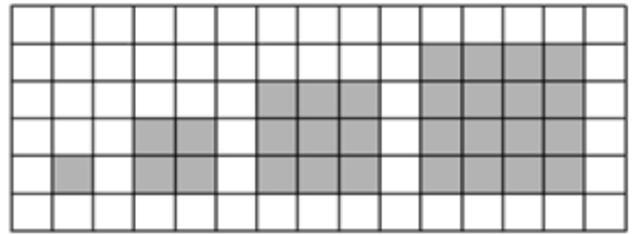
2. Calcule o valor das potências.

- a) 8^2 _____
- b) 6^3 _____
- c) 9^3 _____
- d) 13^2 _____
- e) 11^3 _____
- f) 50^2 _____

3. Calcule.

- a) O quadrado de 15 _____
- b) O quadrado de 28 _____
- c) O cubo de 8 _____
- d) A quinta potência de 3 _____

4. Veja as figuras da sequência.



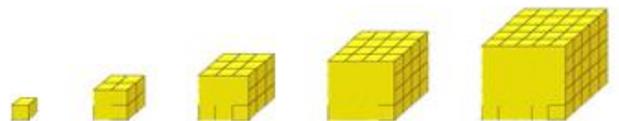
a) Desenhe as duas figuras seguintes da sequência.

b) Escreva o número de quadradinhos de cada figura usando a forma de potência.

c) Construa um quadrado que tenha entre 80 e 90 quadradinhos.

d) Lê-se 3^2 habitualmente três ao quadrado. Por que será?

5. Quantos cubinhos tem cada um dos cubos desta sequência?



Escreva esses números na forma de potência.

6. Calcule.

- a) o dobro do número 10 _____
- b) o quadrado do número 10 _____

c) o triplo do número 10 _____

d) o cubo do número 10 _____

7. Calcule o valor das potências.

a) 3^4 _____

b) 3^3 _____

c) 3^2 _____

d) 3^1 _____

e) 3^0 _____

f) 4^4 _____

g) 4^3 _____

h) 4^2 _____

i) 4^1 _____

j) 4^0 _____

k) 5^4 _____

l) 5^3 _____

m) 5^2 _____

n) 5^1 _____

o) 5^0 _____

Nas sequências acima, quando o expoente da potenciação diminui uma unidade, o que acontece com o resultado da potenciação?

8. Dê o valor das potências.

a) 6^1 _____

b) 10^0 _____

c) 72^0 _____

d) 71^1 _____

e) 105^0 _____

f) 105^1 _____

9. Responda.

a) Qual é maior: 200^0 ou 0^{200} ? _____

b) Qual é maior: 150^1 ou 1^{150} ? _____

c) Qual é menor: 600^0 ou 0^{600} ? _____

10. Sabendo que $7^5 = 16\ 807$, faça uma só conta e calcule:

a) $7^6 =$ _____

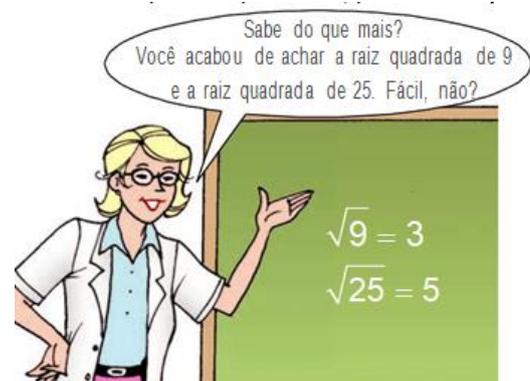
b) $7^4 =$ _____

Capítulo 12

Raiz quadrada

Qual é o Número Natural que elevado ao quadrado resulta em 9? Acertou quem respondeu 3, pois $3^2 = 9$.

Qual é o Número Natural que elevado ao quadrado resulta em 25? Acertou quem respondeu 5, pois $5^2 = 25$.



✓ A raiz quadrada de 9 é 3, pois $3^2 = 9$.

Na Matemática, escrevemos $\sqrt{9} = 3$.

A raiz quadrada de 25 é 5, pois $5^2 = 25$.

✓ Escrevemos $\sqrt{25} = 5$.

✓ O símbolo $\sqrt{\quad}$ recebe o nome de **radical**.



Muitas calculadoras possuem a tecla .

Para encontrar $\sqrt{49}$, digite 49 e aperte a tecla . No visor aparecerá o número 7.

Atenção!

A raiz quadrada de muitos números naturais não é um número natural. Por exemplo, não existe número natural que elevado ao quadrado resulte em 12.

Acompanhe: 3^2 é 9 e 4^2 já é 16. Então, 12 não é um Número Natural.

Encontre exemplos de outros números cuja raiz quadrada não seja um Número Natural.

Escreva os Números Naturais de 0 até 100 cuja raiz quadrada é um número natural.

As potenciações e as raízes quadradas aparecem nas Expressões Numéricas. Veja exemplos de como efetuá-las:

$$\begin{aligned}
 5 \cdot 2^3 &: \sqrt{100} + \sqrt{36} : 4^0 \\
 5 \cdot 8 &: 10 + 6 : 1 \\
 40 &: 10 + 6 : 1 \\
 4 + 6 & \\
 10 &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4 \cdot 5 - 3 \cdot 6)^5 &: (\sqrt{81} - 14) \\
 (20 - 18)^5 &: (9 - 1) \\
 2^5 &: 8 \\
 32 &: 8 \\
 4 &
 \end{aligned}$$

Primeiro efetuamos as potenciações e as raízes quadradas.

Depois, seguimos a ordem já conhecida para as outras operações. Se a expressão tiver parênteses, eles devem ser resolvidos em primeiro lugar.

Capítulo 13

Sequência dos Múltiplos

Paulo nasceu em 1994. No ano 2054 ele completará 60 anos.



Ele esteve imaginando:

- ✓ O que estará acontecendo nesse ano?
- ✓ Haverá eleições para Presidente do Brasil?
- ✓ Haverá Olimpíadas?

Vamos usar a Matemática para ajudar o Paulo a encontrar as respostas para essas questões.

Antes, acompanhe o texto:

0, 7, 14, 21, 28, ... é a sequência dos Múltiplos Naturais de 7.

Ela é obtida multiplicando-se os Números Naturais por 7.

$$\begin{aligned}
 0 \cdot 7 &= 0 \\
 1 \cdot 7 &= 7 \\
 2 \cdot 7 &= 14 \\
 3 \cdot 7 &= 21 \\
 4 \cdot 7 &= 28
 \end{aligned}$$

A sequência dos Múltiplos Naturais de 7 é infinita.

A sequência dos múltiplos de 7 “vai de 7 em 7”!!

Sim, mas muitas sequências “vão de 7 em 7” e não formam a sequência dos Múltiplos Naturais de 7. Veja:

- ✓ 3, 10, 17, 24, 31, ...
- ✓ 12, 19, 26, 33, ... etc.

A sequência dos múltiplos de 7 começa com o zero.

Como saber se um número é múltiplo de outro?

Veja o exemplo:

Para saber se 805 é múltiplo de 7, basta verificar se existe um número natural que multiplicado por 7 dê 805.

$$\begin{array}{r} 805 \overline{)7} \\ 10 \quad 115 \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

Descobrimos que $115 \cdot 7 = 805$.
Então 805 é múltiplo de 7.

Você deve estar pensando:

“Dizer que a divisão de 805 por 7 é exata é o mesmo que dizer que 805 é divisível por 7?” É isso mesmo!

As sentenças “805 é múltiplo de 7” e “805 é divisível por 7” são equivalentes.

Da mesma forma, podemos verificar que 1035 não é múltiplo de 7, pois $1035 : 7$ não é uma divisão exata.

$$\begin{array}{r} 1035 \overline{)7} \\ 33 \quad 147 \\ \underline{55} \\ 6 \text{ — resto} \end{array}$$

Não há Número Natural que multiplicado por 7 resulte em 1 035.

Observe que se o resto é 6, basta subtrair 6 do dividendo para que a divisão fique exata.

Então, 1029 (que é $1035 - 6$) é múltiplo de 7.

E se 1029 é múltiplo de 7, então $1029 + 7$, que é 1 036, é múltiplo de 7. E assim por diante.

Mas vamos voltar ao Paulo.

Atualmente, as eleições para presidente do Brasil acontecem de 4 em 4 anos. No entanto, os anos em que acontecem as eleições não são múltiplos de 4. Veja:

Houve eleições para presidente em 2010. As próximas serão em 2 014.

$$\begin{array}{r} 2010 \overline{)4} \\ 1 \quad 502 \\ \underline{0} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2014 \overline{)4} \\ 1 \quad 503 \\ \underline{4} \\ 2 \end{array}$$

Os anos de eleição deixam resto 2 quando divididos por 4.

A sequência “vai de 4 em 4”, mas os anos não são múltiplos de 4.

Para saber se em 2054 haverá eleições para presidente, faremos:

$$\begin{array}{r} 2054 \overline{)4} \\ 05 \quad 513 \\ \underline{4} \\ 2 \text{ — } \rightarrow \text{ o resto é } 2 \end{array}$$

Agora é com você! Ajude o Paulo a descobrir se em 2054 teremos Jogos Olímpicos.

Sim! Se a legislação não mudar, em 2054 os brasileiros elegerão seu presidente.

Fatores ou Divisores

Dizer 24 é múltiplo de 4 é o mesmo que dizer 4 é divisor de 24, ou ainda que 4 é fator de 24.

Por que fator?

Vamos escrever 24 como produto de dois Números Naturais.

Temos as seguintes possibilidades:

$$\begin{aligned} 24 &= 1 \cdot 24 \\ 24 &= 1 \cdot 24 \\ 24 &= 2 \cdot 12 \\ 24 &= 2 \cdot 8 \\ 24 &= 4 \cdot 6 \end{aligned}$$

= 4 é um dos fatores dessa multiplicação.

Observe que 24 possui 8 fatores ou divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Veja outros exemplos:

1. Divisores ou fatores de 15: 1, 3, 5, 15

$$\begin{aligned} 15 &= 1 \cdot 15 \\ 15 &= 3 \cdot 5 \end{aligned}$$

O 1 é divisor de todos os Números Naturais, e possui um único divisor, que é ele mesmo.

2. Divisores ou fatores de 33: 1, 3, 11, 33 que é ele mesmo.

$$\begin{aligned} 33 &= 1 \cdot 33 \\ 33 &= 3 \cdot 11 \end{aligned}$$

Observe:

$$0 : 1 = 0$$

$$0 : 2 = 0$$

Pense, discuta e responda.

1. Quais são os divisores de zero?

2. Escreva os divisores ou fatores de: 25, 32 e 13.

Compreensão

1. Escreva.

a) A sequência dos múltiplos de 6.

b) A sequência dos múltiplos de 11.

c) A sequência dos múltiplos de 1.

d) A sequência dos múltiplos de 0.

2. Determine:

a) Os múltiplos de 3 menores que 10

b) Os múltiplos de 7 maiores que 40

c) Os múltiplos de 5 maiores que 10 e menores que 40

d) Os múltiplos de 7 compreendidos entre 20 e 30.

3. Os números que se seguem são múltiplos de que número?

a) 12 - 26 - 20 - 40

b) 10 - 25 - 80 - 35

c) 21 - 49 - 14 - 28

d) 18 - 30 - 21 - 12

4. Responda usando apenas os números do quadro.

a) Qual é divisor de 32?

b) 5 é divisor de qual número?

c) 7 é divisor de dois números. Quais são?

d) Quais são os dois divisores de 12?

5. O Campeonato Mundial de Futebol acontece a cada 4 anos. A primeira Copa do Mundo de futebol foi realizada em 1930, no Uruguai, e a última em 2010, na África do Sul. Complete a tabela, indicando os anos em que aconteceram as últimas quatro Copas do Mundo antes de 2010.

Ano	País
2010	Estados Unidos
	França
	Japão-Coreia
	Alemanha
	África do Sul

6. Divida por 4 cada um dos números da tabela acima. Essas divisões são exatas? .

a) O que há em comum nessas divisões?

b) Está prevista uma Copa do Mundo para o ano 2018? Por quê?

Capítulo 14

Critérios de Divisibilidade - Economizando Cálculos

Divisibilidade por 2, 5 e 10

Uma indústria de materiais plásticos produziu 1 359 478 bolinhas coloridas e pretende dividir igualmente essa quantidade entre duas filiais, para que elas vendam o produto.

Mas será que o número 1 359 478 é divisível por 2?

Para saber, não precisamos efetuar a divisão.

Só olhar para o algarismo das unidades do número.

Os múltiplos de 2 são 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ..., ou seja, são os números pares. Como 1 359 478 termina em 8, ele é um número par. Daí, é divisível por 2, e a indústria poderá dividir a quantidade de caixas entre suas duas filiais.

Todo número par é divisível por 2.

O algarismo das unidades de um número também nos informa se ele é divisível por 5 e se ele é divisível por 10.

Múltiplos de 5: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45,...

Múltiplos de 10: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70,...

Pense e responda

1. Quando um número é divisível por 5?

2. Quando um número é divisível por 10?

3. Todo número divisível por 10 é divisível por 5?

4. O que há de comum entre:

a) Os números divisíveis por 2?

b) Os números divisíveis por 5?

c) Os números divisíveis por 10?

5. A soma de dois números ímpares quaisquer é sempre divisível por 2? E o produto?

Divisibilidade por 4 e por 8

É fácil perceber que 100 é divisível por 4, pois $100 = 25 \cdot 4$.

Da mesma forma, 200, 300, 400, 1 700, 95 500, enfim, os números terminados em 00 (dois zeros) são divisíveis por 4, pois:

Os múltiplos de quatro são obtidos multiplicando-se o quatro por um Número Natural.

$$200 = 2 \cdot 100 = 2 \cdot 25 \cdot 4$$

$$300 = 3 \cdot 100 = 3 \cdot 25 \cdot 4$$

$$1\,700 = 17 \cdot 100 = 17 \cdot 25 \cdot 4$$

Conhecendo esse fato podemos descobrir se um número qualquer é divisível por 4.

Acompanhe:

5 632 é divisível por 4?

$$5\,632 = 5\,600 + 32$$

5 600 termina em dois zeros: é divisível por 4.

Como 32 também é divisível por 4, concluímos que 5 632 é divisível por 4.

19 326 é divisível por 4?

$$19\,326 = 19\,300 + 26$$

19 300 é divisível por 4, mas 26 não é.

Então, 19 326 não é divisível por 4.

Para descobrir se um número é divisível por 4, precisamos verificar se o número termina em 00, ou se os dois últimos algarismos da direita formam um número divisível por 4.

Será que 1 000 é divisível por 8?

$$\begin{array}{r} 1\,000 \overline{) 8} \\ 20 \quad 125 \quad \longrightarrow \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

A partir das ideias anteriores descubra, com a ajuda dos colegas, o critério de divisibilidade por 8. Pense e responda: todo número divisível por 8 é divisível por 4?

Divisibilidade por 3 e por 9

Para descobrir se um número é divisível por 3 ou é divisível por 9, não adianta observar o algarismo das unidades.

Veja alguns números divisíveis por 3:

$$\begin{array}{r} 261 \overline{) 3} \\ 21 \quad 87 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82032 \overline{) 3} \\ 22 \quad 27344 \\ 10 \\ 13 \\ 12 \\ 0 \end{array}$$

Somando os algarismos de 261, temos $2 + 6 + 1 = 9$, que é divisível por 3.

Somando os algarismos de 82 032, temos $8 + 2 + 0 + 3 + 2 = 15$, que é divisível por 3.

Os matemáticos provaram que, se a soma dos algarismos de certo número é um número divisível por 3, então esse número é divisível por 3.

Usando esse critério podemos saber, sem efetuar divisões, que:

✓ 5 489 não é divisível por 3, pois $5 + 4 + 8 + 9 = 26$ e 26 não é divisível por 3.

✓ 777 777 é divisível por 3, pois $7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 42$ e 42 é divisível por 3, porque $4 + 2 = 6$.

De forma semelhante podemos saber se um número é divisível por 9.

Se a soma dos algarismos de certo número é um número divisível por 9, então esse número é divisível por 9.

738 é divisível por 9, pois $7 + 3 + 8 = 18$ e 18 é divisível por 9.

543 701 não é divisível por 9, pois $5 + 4 + 3 + 7 + 0 + 1 = 20$ e 20 não é divisível por 9.

Descubra mentalmente:

O menor número de três algarismos divisível por 3;

O menor número de três algarismos divisível por 9.

Pense e responda:

Todo múltiplo de 9 é também múltiplo de 3?

Divisibilidade por 6

Observe a sequência dos múltiplos de 3: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36,...

Destacamos nessa sequência os números que também são múltiplos de 2.

Obtivemos a sequência dos múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36,...

Os múltiplos de 6 são múltiplos de 2 e de 3 simultaneamente, ou seja:

Um número é divisível por 6 se ele for divisível por 2 e também por 3.

Acompanhe:

✓ 1 530 é divisível por 6, pois é divisível por 2 (é par) e é divisível por 3 ($1 + 5 + 3 + 0 = 9$).

✓ 73 066 não é divisível por 6, pois, embora seja par, não é divisível por 3 ($7 + 3 + 0 + 6 + 6 = 22$, que não é divisível por 3).

Compreensão

1. Considere os números.

244	183	1842	1575	540	1900
-----	-----	------	------	-----	------

Desses números, indique aqueles que são:

a) Divisíveis por 2

b) Divisíveis por 5;

c) Divisíveis por 10

d) Divisíveis por 100

e) Divisíveis por 5 e não por 2

2. Qual é o maior número de três algarismos que é

a) Divisível por 2?

b) Divisível por 5?

c) Divisível por 2 e por 5?

3. Considere os números:

432	621	824	2136	15 144
-----	-----	-----	------	--------

a) Quais são os números divisíveis por 2?

b) Quais são os números divisíveis por 3?

c) Quais são os números divisíveis por 2 e 3?

4. Os números divisíveis por 2 e 3 são divisíveis por 6?

5. Escreva o menor algarismo que deve ser colocado no lugar do para que o número 5 83 seja divisível por 4.

6. Um número é formado de três algarismos, sendo o algarismo das unidades desconhecido.

3	4	A
---	---	---

Quais devem ser os valores de A, de modo que o número seja divisível:

a) Por 2 e não por 3?

b) Por 3 e não por 6?

Capítulo 14

Números Primos

Existem números que têm exatamente dois divisores – a unidade e o próprio número. Como o número 13 e o número 17, por exemplo. Esses números são chamados de Números Primos.

Veja a seguir os Números Primos até 30:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

O número 1 não é primo, pois possui somente um divisor.

Quer saber mais sobre os Números Primos?

Os números primos intrigam a humanidade há mais de 2 mil anos.

Os matemáticos já provaram, por exemplo, que há infinitos números primos. No entanto, não encontraram um padrão geral para a formação dessa sequência.

A partir de 1951, computadores vêm procurando determinar números primos cada vez maiores. Existem sites especializados na busca desses números.

Como curiosidade, Michael Shafer, estudante de engenharia química em Michigan, EUA, descobriu um número primo com 6 320 430 algarismos. Shafer usou 200 mil computadores durante dois anos. Ele participava do projeto GIMPS, juntamente com 60 mil voluntários no mundo, com o objetivo de compartilhar máquinas para achar números primos maiores.

Qual é o interesse de encontrar esses números enormes? Por exemplo, para proteger os computadores contra hackers.

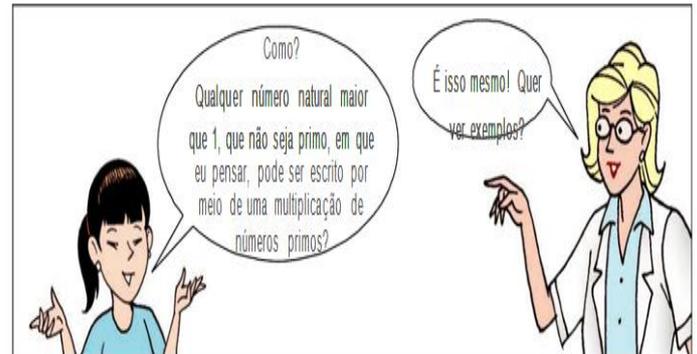
Os números primos são usados na criptografia, ciência que estuda as formas de se enviar uma mensagem em código.

Na computação, a criptografia consiste em técnicas e processos que permitem armazenar e trocar informações de forma que somente as pessoas autorizadas tenham acesso a elas.

Decomposição em Fatores Primos

Sabe-se que:

- ✓ Há infinitos números primos;
- ✓ Todo Número Natural maior que 1 e não primo pode ser escrito como produto de Números Primos.



Começemos com o número 30.

$$30 = 2 \cdot 15$$

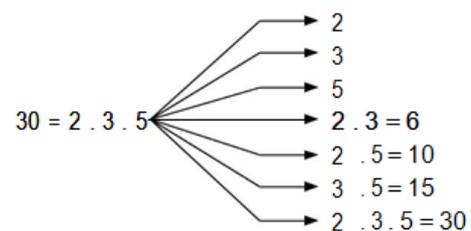
$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

O número 30 foi decomposto num produto de fatores primos.

$2 \cdot 3 \cdot 5$ é a forma fatorada prima de 30.

Na forma fatorada prima de 30, encontramos os seus divisores: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

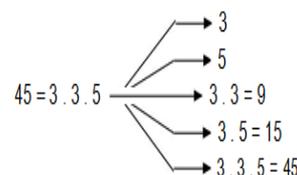
Veja como é:



Não esqueça o 1, que é divisor de todo Número Natural!

Vamos fazer o mesmo com o número 45:

$$45 = 9 \cdot 5 \qquad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5, \text{ ou, usando a potenciação, } 45 = 3^2 \cdot 5$$



Então, os divisores de 45 são os números: 1, 3, 5, 9, 15, 45.

Para decompor números maiores, em que é mais difícil descobrir os fatores primos que os formam, existe um processo prático. Vamos apresentá-lo por meio de exemplos.

Decompor 540 em fatores primos.

Procuramos o primeiro número primo pelo qual o número a ser decomposto é divisível. Neste exemplo é o 2.

2	$540 : 2 = 270$
2	$270 : 2 = 135$
3	Não é mais possível dividir por 2. O próximo número primo que divide 135 é o 3.
3	
3	
5	$135 : 3 = 45$
	$45 : 3 = 15$
	$15 : 3 = 5$

Não é mais possível dividir por 3. O número primo que divide 5 é o próprio 5.

Fazemos $5:5 = 1$, e terminou o processo. A coluna da direita apresenta os fatores primos de 540.

$540 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, ou, usando a potenciação, $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

Decompor 1 323 em fatores primos.

O primeiro número primo que divide 1 323 é 3.

1 323	3	$1 323 : 3 = 441$
441	3	$441 : 3 = 147$
147	3	$147 : 3 = 49$
49	7	Não é mais possível dividir por 3. O número primo que divide 49 é 7.
7	7	
1		
		$49 : 7 = 7$
		$7 : 7 = 1$

Terminou o processo:

$1 323 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 3^3 \cdot 7^2$

Tomamos os números primos em ordem crescente por uma questão de organização. Nada impede que se inicie o processo dividindo 1 323 por 7 e depois por 3.

Compreensão

1. Explique por que:

a) 37 é um Número Primo.

b) 25 não é um Número Primo.

c) 1 não é um número primo.

d) Zero não é um número primo

2. Quais destes números são primos?

19	56	45
320	111	98
261	93	60
11	57	414
31	423	156

3. Observe o quadro e responda

75	105	235
445	665	725
1 005	5 555	8 095

a) Nesse quadro existe algum Número Primo?

b) Por que não existe número primo terminado em 5, formado por mais de um algarismo?

4. Sou número primo de dois algarismos. Trocando a posição dos meus algarismos, continuo primo. Quem sou?

Capítulo 15

MMC(Mínimo múltiplo comum)

Numa estrada de 200 km, a partir do km 0 serão colocados:

- ✓ Um telefone para emergências a cada 9 km;
- ✓ Um radar para fiscalização de velocidade a cada 12 km.

Em quais quilômetros da estrada haverá simultaneamente telefone de emergência e radar?

Os telefones serão instalados nos quilômetros múltiplos de 9:

0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198

Os radares serão colocados nos quilômetros múltiplos de 12:

0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132, 144, 156, 168, 180, 192

Observe que há números que são múltiplos de 9 e também de 12. Eles são múltiplos comuns de 9 e de 12.

O excesso de velocidade é a causa da maioria dos acidentes com vítimas.

As pessoas não deveriam precisar de multas para terem de assumir suas responsabilidades em relação à nossa segurança.

A vida é o que temos de mais precioso. Pense nisso!

Nas sequências tomaremos os múltiplos comuns de 9 e 12 existentes de 0 a 200.

Assim determinamos quais os quilômetros em que haverá telefone e radar. São eles: 0, 36, 72, 108, 144 e 180.

Os múltiplos comuns de 9 e 12 formam uma nova sequência. É fácil perceber que para continuar a escrever seus termos bastaria ir somando sempre 36.

Assim, 36 é o menor número diferente de zero que é múltiplo comum de 9 e de 12. Por isso, diremos que 36 é o mínimo múltiplo comum de 9 e de 12.

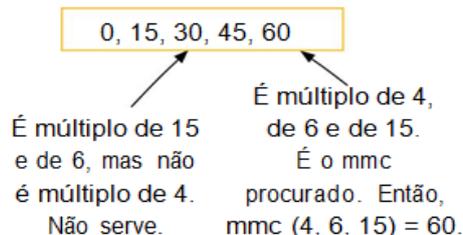
Para economizar palavras, escrevemos:

mmc (9,12) 5 36 (O mínimo múltiplo comum de 9 e 12 é 36.)

Em muitos casos, podemos determinar mentalmente o mmc de números. Acompanhe:

mmc (4, 6, 15) = ?

Listamos mentalmente a sequência dos múltiplos de 15, até encontrar o primeiro múltiplo comum a 4 e 6.



Experimente determinar mentalmente:

- mmc (4, 6)
- mmc (8, 10)
- mmc (12, 16)
- mmc (20, 25)

Observe, pense e responda:

- mmc (4, 8) = 8
- mmc (7, 14) = 14
- mmc (15, 30) = 30
- mmc (6, 12, 36) = 36

O que acontece com o mmc de dois ou mais números quando um desses números é múltiplo dos outros?

O cálculo do mmc pela decomposição em fatores primos

Para calcular o MMC de números, também podemos usar a decomposição em fatores primos.

Exemplos:

mmc (48, 150)

Fatoramos simultaneamente 48 e 150.

48, 150	2
24, 75	2
12, 75	2
6, 75	2
3, 75	3
1, 25	5
1, 5	5
1, 1	

Há casos em que calcular mentalmente o mmc é muito difícil! É melhor resolver no papel.

O MMC será o produto dos fatores primos encontrados:

$$\text{mmc}(48, 150) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 1\ 200$$

mmc (28, 30, 147)

28,	30,	147	2
14,	15,	147	2
7,	15,	147	3
7,	5,	49	5
1,	1,	49	7
1,	1,	7	7
1,	1,	1	

Nesse segundo exemplo, vamos usar a potenciação para escrever o MMC.

Veja:

$$\text{MMC}(28, 30, 147) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 = 2\ 940$$

Compreensão

1. Pense nos múltiplos de 3.

a) Indique todos os que são menores que 36.

b) Dos números que escreveu, quais são também múltiplos de 5?

c) Qual é o mínimo múltiplo comum entre 3 e 5?

d) Sou maior que 100 e menor que 170. Sou múltiplo de 10 e de 25. Quem sou?

2. Calcule mentalmente.

- a) mmc (2, 4) d) mmc (8, 9)
- b) mmc (7, 5) e) mmc (3, 6, 9)
- c) mmc (9, 1) f) mmc (2, 4, 6)

3. Substitua as letras por números para que as decomposições fiquem corretas e, em seguida, calcule o mmc dos pares de números.

a) 30,	A	2	b) A,	350	2
B,	9	C	150,	B	C
D,	E	3	D,	175	3
5,	1	F	E,	F	5
1,	1		5,	8	5
			1,	7	H
			1,	1	

4. Calcule.

- a) mmc (50, 75) _____
- b) mmc (60, 24) _____
- c) mmc (28, 48) _____
- d) mmc (10, 12, 45) _____
- e) mmc (6, 8, 12, 15) _____
- f) mmc (12, 18, 36, 40) _____

5. (OM-RN) Um pai e um filho são pescadores. Cada um tem um barco e vão ao mar no mesmo dia. O pai volta para casa a cada 20 dias e o filho a cada 15 dias. Em quantos dias se encontrarão em casa pela primeira vez?



Antônio Garcia Bento. Porto de Valência, 1927. Óleo sobre tela.

7. O senhor José Quintino toma:

Um comprimido de 4 em 4 horas.

Uma colher de xarope de 6 em 6 horas.



Às 10 horas da manhã ele tomou os dois remédios. A que horas ele voltará a tomar os dois remédios juntos?

8. Em uma cesta há menos de 40 ovos.

- ✓ Se tirarmos de 6 em 6, sobra 1 ovo.
- ✓ Se tirarmos de 10 em 10, sobra 1 ovo.
- ✓ Se tirarmos de 15 em 15, sobra 1 ovo.

Quantos ovos há na cesta?

Capítulo 17

Divisores Comuns e o MDC

Vamos resolver este problema?

Um teatro está em fase final de construção. Ele terá três setores para acomodar o público:

- ✓ Setor A, de frente para o palco, com 135 lugares;
- ✓ Setor B, na lateral direita do palco, com 105 lugares;
- ✓ Setor C, na lateral esquerda do palco, com 90 lugares. O número de poltronas por fileira será o mesmo nos três setores e esse número deve ser o maior possível.

Quantas fileiras de quantas poltronas haverá em cada setor?

Como o número de poltronas em cada fileira deve ser o mesmo nos três setores, ele deve ser ao mesmo tempo divisor de 135, 105 e 90.

Divisores de 135: 1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 135.

Divisores de 105: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105.

Divisores de 90: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.

Os números 1, 3, 5 e 15 são os divisores comuns de 135, 105 e 90.

Como queremos que esse divisor seja o maior possível, escolhemos o 15. Então, 15 é o máximo divisor comum de 135, 105 e 90.

Escrevemos abreviadamente assim:

$$\text{mdc}(135, 105, 90) = 15$$

Logo, as fileiras devem ter 15 poltronas.

E quantas serão as fileiras?

Setor A: 9 fileiras de 15 poltronas cada.

$$135 : 15 = 9$$

Setor B: 7 fileiras de 15 poltronas cada.

$$105 : 15 = 7$$

Setor C: 6 fileiras de 15 poltronas cada.

$$90 : 15 = 6$$

Também podemos determinar o mdc de dois ou mais números por meio da decomposição em fatores primos.

$$\text{mdc}(120, 84) = ?$$

120	②	84	②
60	②	42	②
30	2	21	③
15	③	7	7
5	5	1	
1			

Marcamos os fatores primos comuns a 120 e 84.

O mdc será o produto destes fatores: $\text{mdc}(120, 84) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 12$.

Se a forma fatorada for escrita usando potências, o mdc será o produto dos fatores comuns, tomados com o menor expoente.

$$5 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$5 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{mdc}(120, 84) = 5 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 12$$

Experimente usar o processo no cálculo do mdc (135, 105, 90).

Compreensão

1. Pense nos divisores de 60.

a) Quais desses números são também divisores de 45?

b) Qual é o máximo divisor comum entre 45 e 60?

2. Qual é?

a) $\text{mdc}(35, 10)$ _____

b) $\text{mdc}(18, 30)$ _____

c) $\text{mdc}(15, 40)$ _____

d) $\text{mdc}(22, 46)$ _____

e) $\text{mdc}(85, 75)$ _____

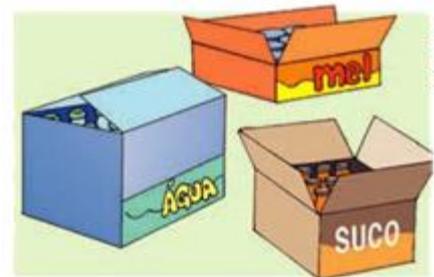
f) $\text{mdc}(20, 130)$ _____

Este é para resolver mentalmente.

3. O senhor Sebastião tem uma banca de frutas na feira. Nela há uma penca com 18 bananas e outra com 24 bananas. Ele quer dividir as duas em montes iguais. Qual é o maior número possível de bananas em cada monte?



4. Em uma mercearia o proprietário deseja estocar, em quantidades iguais, 72 garrafas de água, 48 de suco e 36 de mel em caixas com o maior número possível de garrafas, sem misturá-las e sem que sobre ou falte garrafa. Qual deve ser a quantidade de garrafas por caixa?



5. Dois rolos de corda, um de 200 metros e outro de 240 metros de comprimento, precisam ser cortados em pedaços iguais e no maior comprimento possível.



Responda.

a) Quanto medirá cada pedaço?

b) Quantos pedaços serão obtidos?

6. Todos os alunos de uma escola de Ensino Médio participarão de uma gincana. Para essa competição, cada equipe será formada por alunos de um mesmo ano com o mesmo número de participantes. Veja no quadro a distribuição de alunos por ano.

Ano	Número de Alunos
1º Ano	120
2º Ano	108
3º Ano	100

Responda.

a) Qual é o número máximo de alunos por equipe?

b) Quantas serão as equipes do 1º ano?

c) Quantas serão as equipes do 2º ano?

d) Quantas serão as equipes do 3º ano?

Capítulo 18

Tabelas e gráficos

Para que servem os gráficos?

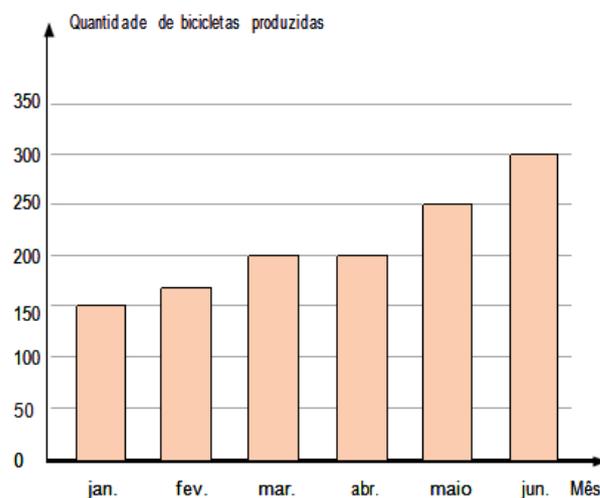
Você já viu gráficos como o apresentado ao lado?

Eles aparecem com frequência em jornais, revistas e outros meios de comunicação.

Usando gráficos, é mais fácil visualizar e comparar dados.

Abaixo, temos um gráfico de barras. Muitas vezes o gráfico tem um título que informa o assunto de que ele trata. Observe que cada barra se refere a um mês. Os meses estão marcados no eixo horizontal. O eixo vertical fornece o número de bicicletas produzidas pela indústria em cada mês.

Produção de bicicletas Superbike 1º Semestre de 2011



Observe o gráfico e responda:

a) Qual é o título desse gráfico? Ele indica claramente o assunto?

b) Quantas bicicletas foram produzidas em janeiro?

c) E em maio?

d) Em que mês a produção de bicicletas foi maior?

e) Em que mês a produção de bicicletas atingiu o dobro da produção de janeiro?

Construindo um Gráfico de barras

Como você aproveita suas horas de lazer?

Os 30 alunos de um 6º ano responderam a essa pergunta. Os dados obtidos foram colocados numa tabela.

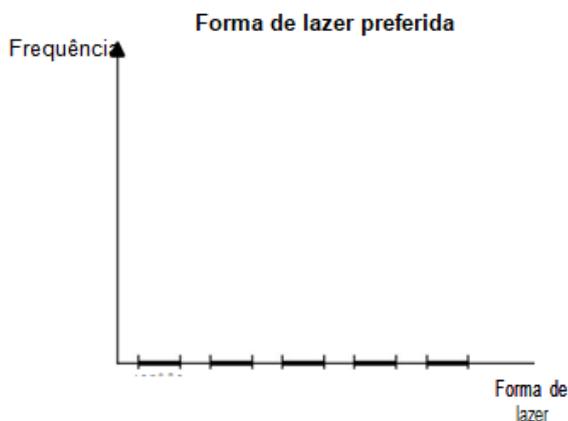
Resposta	Frequência
Pratico esportes	10
Leio revistas e livros	4
Passeio com a família	8
Assisto à TV	3
Jogo Videogame	5

Os alunos apresentaram os dados dessa tabela por meio de um gráfico de barras. Quer ver como eles fizeram?



Deram um título ao gráfico: Forma de lazer preferida.

Traçaram e nomearam dois eixos: um horizontal (Forma de lazer) e um vertical (Frequência).



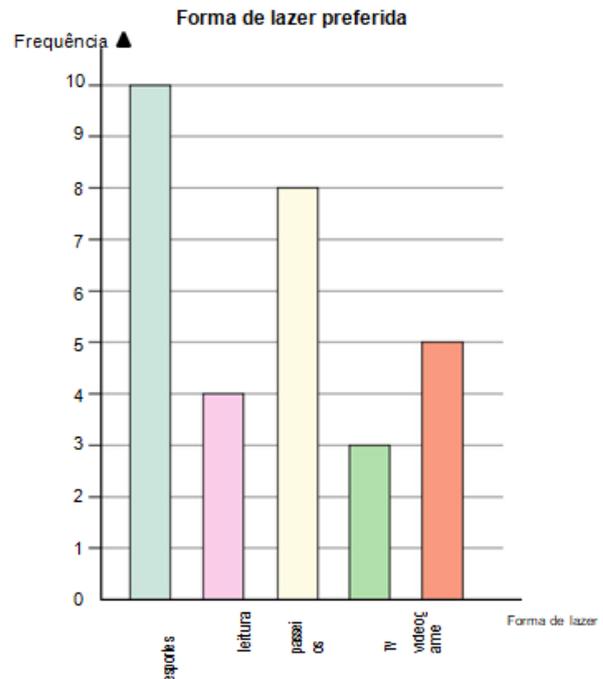
Como foram obtidas 5 respostas diferentes, o gráfico deve ter 5 barras (retângulos), todas com a mesma largura.

A frequência indica quantos alunos deram determinada resposta. Por exemplo, nesta pesquisa,

10 alunos responderam que aproveitam suas horas de lazer para praticar esportes.

Em seguida, graduaram o eixo vertical para marcar a frequência de cada resposta. A frequência é indicada pela altura de cada retângulo.

Finalmente, traçaram os retângulos.



Não é difícil, não é mesmo?

Para construir corretamente um gráfico de barras, basta tomar alguns cuidados, como veremos a seguir.

É comum dar um título ao gráfico. O título deve se referir ao assunto do gráfico. Nomeie os eixos e faça-os com comprimento suficiente para que neles caibam todas as barras e todas as frequências da tabela.

Deixe a mesma distância entre as barras no eixo horizontal. Lembre-se de que todas as barras devem ter a mesma largura.

Escolha uma escala adequada e use-a regularmente no eixo vertical. Por exemplo, se você escolher que 1 centímetro vale 1 aluno, esse valor deve ser mantido em todo o eixo vertical.

Compreensão

1. Para saber se você realmente entendeu, use papel quadriculado para fazer o gráfico de barras referente às atividades de lazer preferidas pelos alunos de uma classe de 7º ano, indicadas na tabela abaixo.

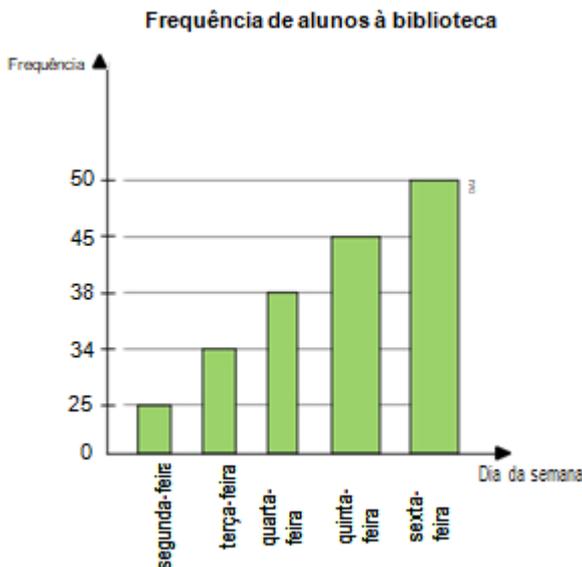
Resposta	Frequência
Pratico esportes	12
Leio revistas e livros	6
Passeio com a família	8
Assisto à TV	5
Jogo Videogame	8

2. Veja, na tabela abaixo, o resultado de um estudo realizado em certa escola, sobre a frequência dos alunos à biblioteca em cada dia da semana.

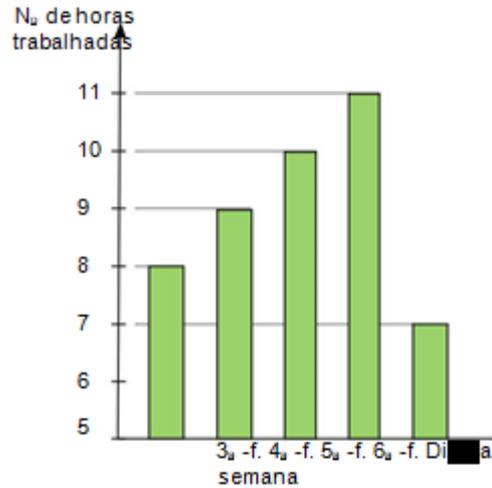
Dia da Semana	Frequência de alunos à biblioteca
Segunda-feira	25
Terça-feira	34
Quarta-feira	38
Quinta-feira	45
Sexta-feira	50

A partir dessa tabela, foi montado um gráfico de barras. Observe-o.

O gráfico contém erros. Identifique-os e refaça o gráfico corretamente usando papel quadriculado.



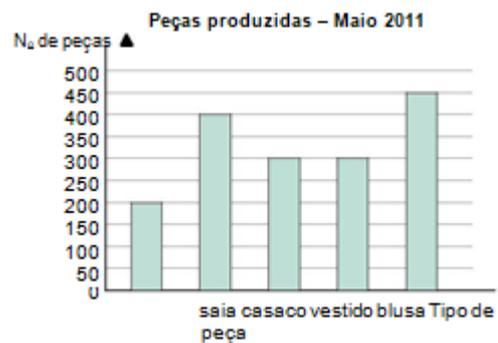
3. (Vunesp) O número de horas trabalhadas por uma professora, durante uma semana, está registrado no gráfico.



Qual é a média aritmética de horas diárias trabalhadas pela professora de 2ª a 6ª-feira?

4. O quadro abaixo e o gráfico a seguir referem-se à produção de uma fábrica de confecções, durante um mês.

Tipo de peça	Número de peças
Camisa	200
Saia	
Casaco	250
Vestido	400
Blusa	450

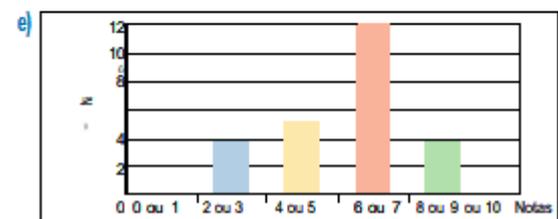
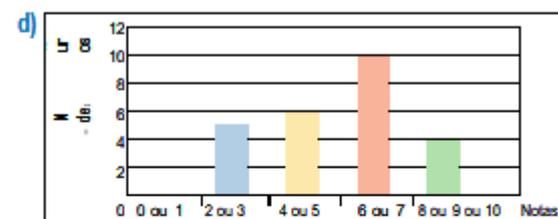
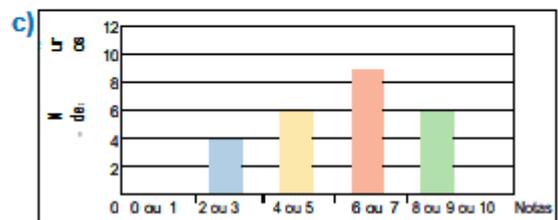
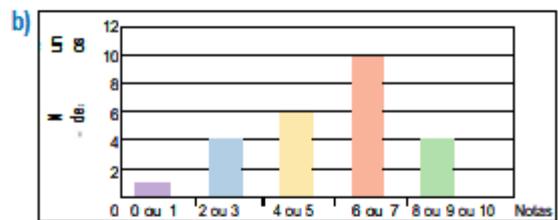
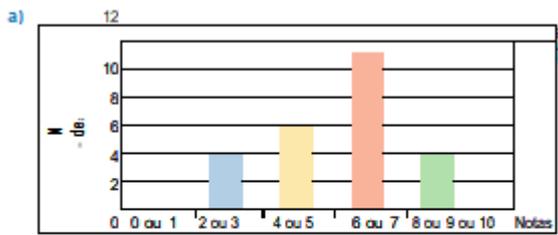


Qual é o número de saias produzidas pela fábrica? No gráfico há um erro. Qual é?

5. (Cesgranrio-RJ) A tabela abaixo apresenta as notas dos 25 alunos de uma turma em uma prova que valia de zero a 10 pontos.

7	6	9	3	5
6	7	7	4	3
6	7	5	6	8
9	2	5	4	7
3	8	7	6	5

Qual das opções abaixo apresenta um gráfico de barras compatível com as notas apresentadas?



Capítulo 19

Formas

As formas da natureza e as formas criadas pelo ser humano

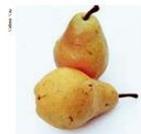
Olhando ao redor, encontramos inúmeras formas. Algumas são obras da natureza, outras foram criadas pelo ser humano.



Pirâmide do Museu do Louvre, Paris.



Palácio da Alvorada, Brasília, DF.



Os seres humanos, desde a Antiguidade, observam e estudam as formas presentes na natureza.

Muitas delas inspiraram objetos que hoje utilizamos.



E como é que um arquiteto, engenheiro, projetista e outros profissionais conseguem criar formas bonitas e com tantas aplicações na vida

prática? Entre outras coisas, utilizando a Geometria, que é a parte da Matemática que estuda as formas.

Na Geometria, as formas são idealizadas, perfeitas. O conhecimento geométrico é aplicado na construção do mundo real.

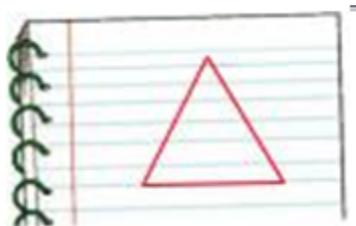
Você já sabe algumas coisas de Geometria: são noções que aprendeu na escola ou no seu dia a dia. Vamos aprender um pouco mais?

Elabore com os colegas uma lista de objetos e construções feitas pelo ser humano, cujas formas foram inspiradas ou adaptadas a partir de formas presentes na natureza.

Formas Planas

Desenhe um triângulo em uma folha de papel.

Observe que o triângulo ficou todo contido no plano da folha.



Agora pegue uma caixa. Pode ser, por exemplo, uma caixa de fósforos vazia.

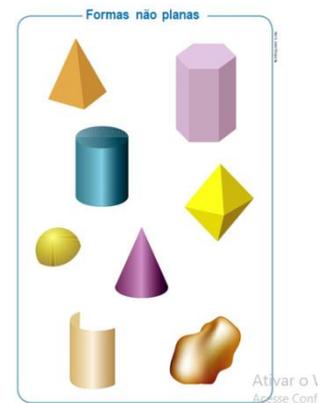
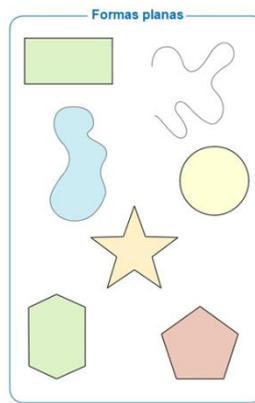


Em qualquer posição que você a coloque sobre o tampo de uma mesa, partes dela "saem" do tampo. Não conseguimos fazer com que a caixa fique totalmente contida no plano, como aconteceu com o triângulo que desenhamos.

O triângulo representa uma forma plana.

A caixa representa uma forma não plana.

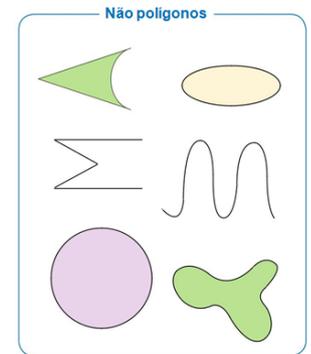
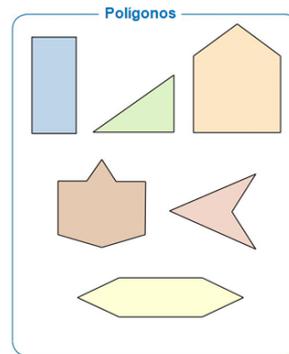
Veja mais exemplos:



O que diferencia as figuras planas das não planas?

As Formas Planas

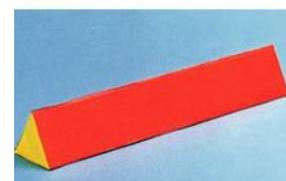
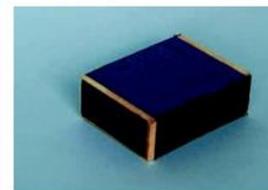
Classificamos as formas planas em: polígonos e não polígonos. Veja os exemplos:



Que características uma figura plana deve ter para ser um polígono? .

As formas não planas

Observe as fotografias.



A superfície da caixa de fósforos é formada somente por figuras planas: seis retângulos. Nela não encontramos formas arredondadas.

Isso também acontece com a outra embalagem, cuja superfície é formada por dois triângulos e três retângulos.

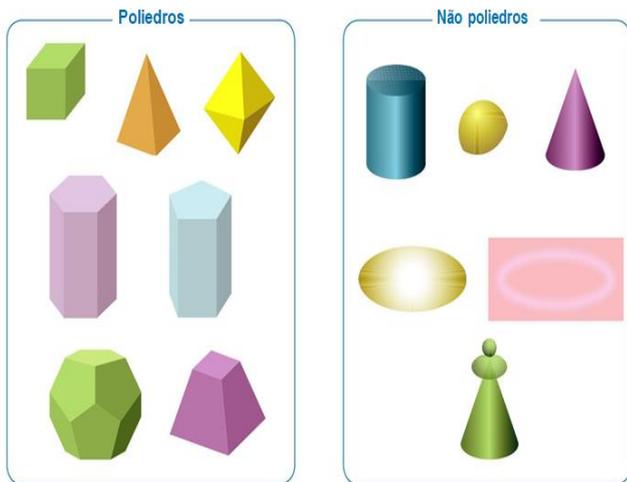
As duas formas não são planas, mas a superfície delas é formada por figuras planas.



Na lata de milho da foto, temos duas formas planas (círculos), mas sua superfície lateral é arredondada.

Já a bola não tem superfícies planas. Sua superfície é toda arredondada.

Pensando nessas características, vamos classificar as formas não planas em dois grandes grupos:

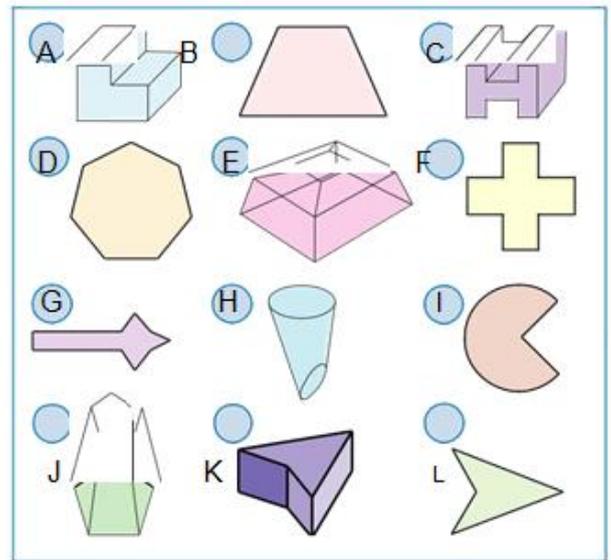


A superfície dos poliedros é formada somente por polígonos.

Cada polígono é uma face do poliedro. Como os polígonos são figuras planas com contornos retos, os poliedros não têm formas arredondadas.

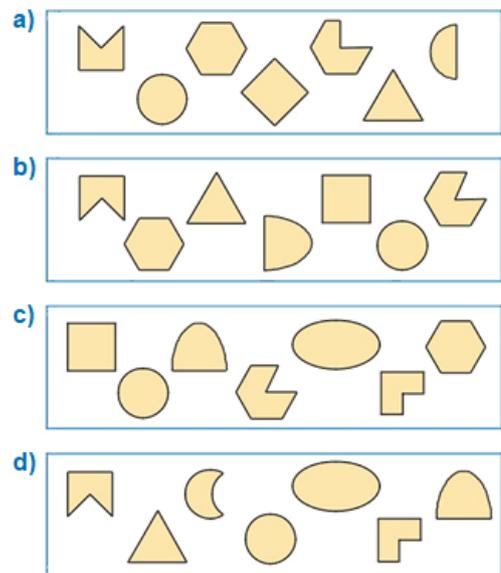
Compreensão

1. Como você separaria todas as figuras abaixo em dois grupos?

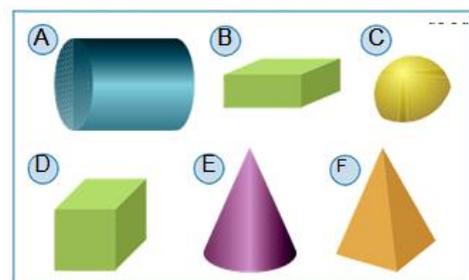


O que você considerou para formar os dois grupos?

2. Rodrigo desenhou 7 figuras planas, sendo 4 polígonos e 3 não polígonos. As figuras desenhadas por Rodrigo estão representadas em:



3. Observe as figuras representadas a seguir:



a) Na posição em que está a figura E, ela rola?

b) Em alguma outra posição ela pode rolar?

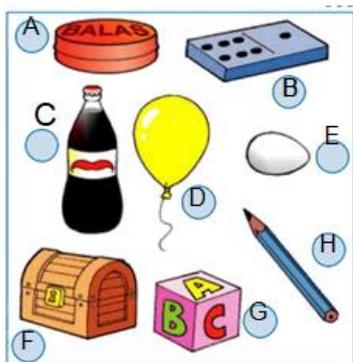
c) Quais desses objetos podem rolar?

d) Qual desses objetos rola em qualquer posição?

e) Quais desses objetos não rolam?

f) Em que os objetos B e D são diferentes?

4. Observe os objetos abaixo:



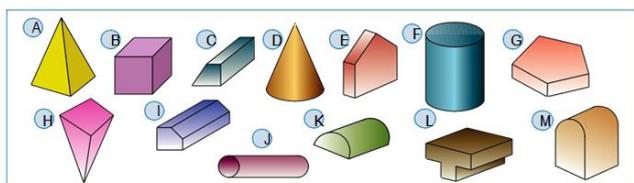
Escreva quais deles são formados:

Apenas por superfícies planas;

Apenas por superfícies arredondadas;

Por superfícies planas e superfícies arredondadas.

5. Veja as figuras geométricas.

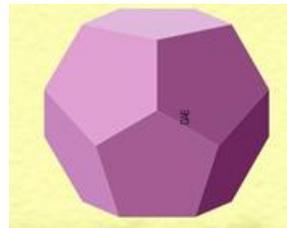


a) Quais são poliedros?

b) Quais não são poliedros?

6. Qual é a principal característica de um poliedro?

O poliedro tem muitas faces



O nome poliedro vem do grego: poli: muitas; edro: faces.

Na Grécia Antiga, muitos matemáticos estudaram Geometria.

Dentre eles, podemos citar Platão (427-347 a.C.), um dos grandes pensadores da história da filosofia. Fundou em Atenas, por volta de 387 a.C., uma espécie de escola: a Academia. Há registro de que na porta da Academia, lia-se: "Que ninguém que ignore Geometria entre aqui!".

Este poliedro chama-se dodecaedro. O nome teve origem na língua grega: dodeca: doze, edro: faces.

Pesquisas arqueológicas encontraram em Pádua, Itália, um dodecaedro de pedra provavelmente esculpido antes de 500 a.C.

Veja como o interesse humano pelos poliedros é antigo!

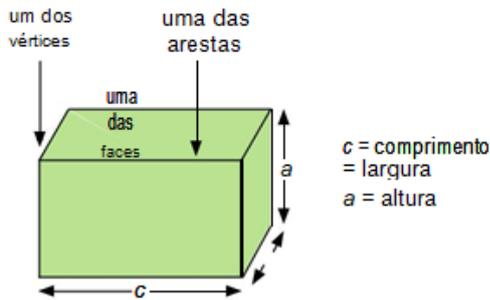
Junte-se aos colegas e elaborem uma lista com exemplos de objetos e construções criados pelo ser humano que representem poliedros e não poliedros. Depois, pense e responda:



Por que as latas em forma de cilindro, como as de óleo, refrigerante, ervilhas etc., geralmente são empilhadas em pé, e não deitadas?

Blocos Retangulares

O poliedro representado abaixo, cuja forma aparece em muitas construções e objetos, recebe o nome de Bloco Retangular.



Vamos nomear partes do Bloco Retangular.

Apanhe uma caixa de fósforos: ela tem a forma de um Bloco Retangular.

O bloco retangular possui três dimensões: comprimento, largura e altura.

Utilizando uma régua, obtenha o comprimento, a largura e a altura de uma caixa de fósforos. Registre as medidas e compare com as medidas tiradas pelos colegas.

- ✓ O trecho de reta produzido pelo encontro de duas faces chama-se aresta.
- ✓ O bloco retangular possui 12 arestas. Localize-as na caixa de fósforos.
- ✓ O ponto de encontro das arestas é um vértice.
- ✓ O bloco retangular possui oito vértices. Confira na caixa de fósforos.
- ✓ Todo poliedro possui faces, arestas e vértices.

Vemos abaixo a foto de um dado que tem a forma parecida com a de um cubo.



Troque ideias com seus colegas e responda.

O cubo é um poliedro?

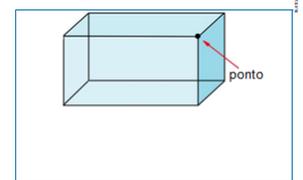
Quantas faces, arestas e vértices ele possui?

Qual é a forma das faces de um cubo? Compare o cubo com o bloco retangular. O que você observa?

Maíra quer saber o comprimento das arestas de um cubo. Para isso, mediu com a régua o comprimento de uma delas. Ela precisa medir as demais arestas? Por quê?

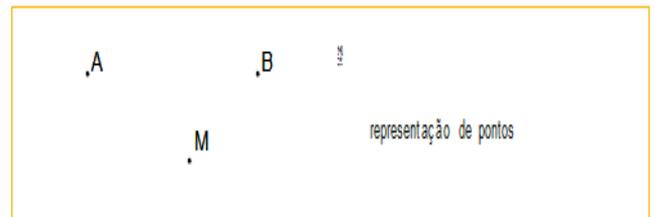
Ponto e Reta

Vamos aproveitar as faces, arestas e vértices do bloco retangular para compreender melhor três figuras básicas para o estudo da Geometria: ponto, reta e plano.

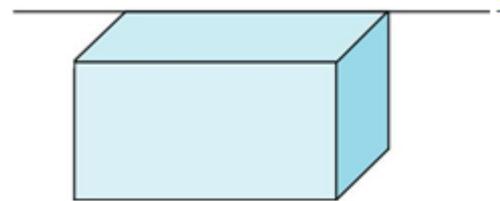


Observando o encontro das arestas chegamos à ideia de ponto.

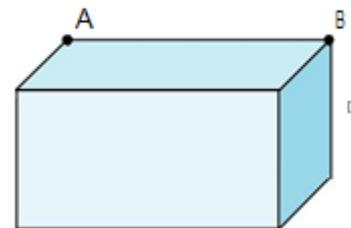
Vamos representar um ponto com uma marquinha no papel. Para dar nome aos pontos, usamos as letras maiúsculas do nosso alfabeto, como nestes exemplos:



Imagine uma aresta do bloco retangular prolongando-se indefinidamente como na figura abaixo.

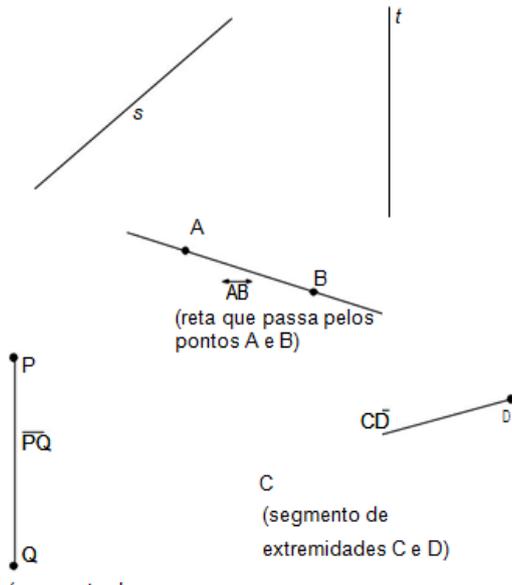


Você imaginou uma reta. Usaremos as letras minúsculas do nosso alfabeto para representá-las.



Os pontos A e B são as extremidades do segmento AB.

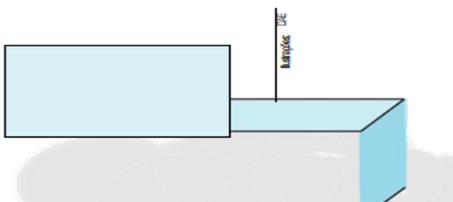
Um trecho de reta limitado por dois pontos, como uma aresta do bloco retangular, por exemplo, chama-se segmento de reta.



Plano

Por fim, imagine uma face do bloco retangular prolongando-se indefinidamente, como na figura ao lado.

Você imaginou um plano, que é outra figura fundamental para a Geometria.



O plano precisa de uma representação. A mais usual é a apresentada abaixo, mas é preciso ter em mente que o plano é ilimitado.



Como já utilizamos as letras maiúsculas do nosso alfabeto (para os pontos) e as minúsculas (para as retas), vamos nomear os planos com letras do alfabeto grego, como a e b, por exemplo.

Portanto, nos elementos de um poliedro encontramos:

- pontos → vértices
- retas e segmentos de retas → gerados pelas arestas
- planos → gerados pelas faces

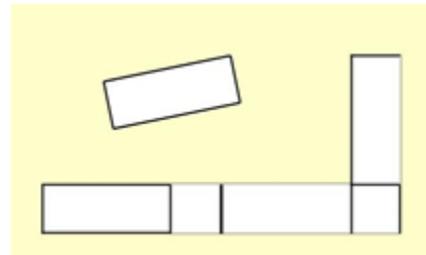
Planificação de Blocos Retangulares

Consiga uma embalagem em forma de bloco retangular. Desmonte-a com cuidado para não rasgá-la. Se ela tiver abas para colar as faces, corte-as fora. Você obterá uma figura plana formada por seis retângulos.

Essa figura representa a planificação da embalagem em forma de bloco retangular.



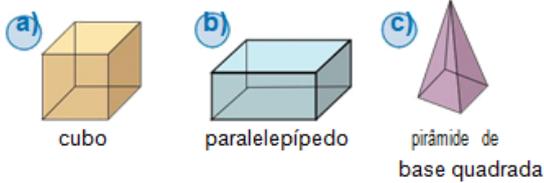
Você saberia apontar quais são as faces opostas de um bloco retangular observando sua planificação? Explique como.



Nesta planificação de bloco regular, um retângulo foi destacado acidentalmente. Desenhe-a e indique em que posições o retângulo poderia estar.

Compreensão

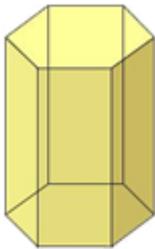
1. Observe os poliedros.



Complete a tabela abaixo.

Poliedro	Quantas faces	Quantas vértices	Quantas arestas
A			
B			
C			

2. Observe a figura e responda.



a) A figura é plana ou não plana?

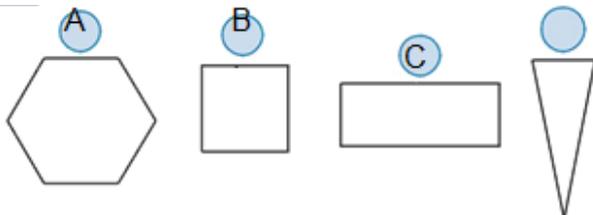
b) Qual é o número de vértices?

c) Quantas são as arestas?

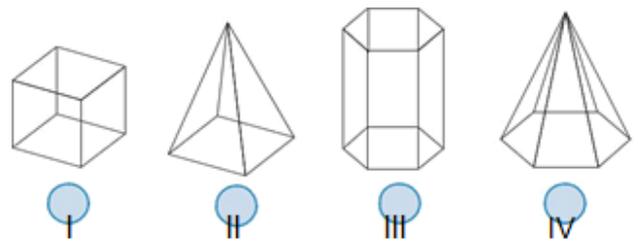
d) Qual é o número de faces?

e) Quantas faces são retangulares?

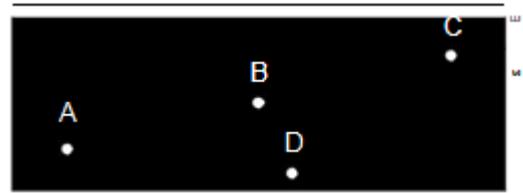
3. Observe os polígonos:



Quais e quantos desses polígonos são necessários para forrar os “esqueletos” destes poliedros?



4. Copie os pontos A, B, C e D.

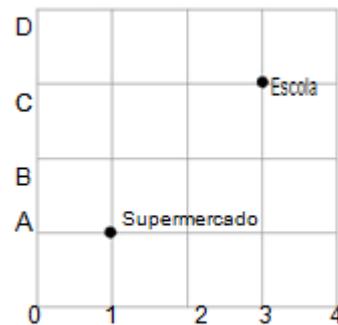


a) Trace três retas que passem pelo ponto A. É possível traçar mais? Quantas?

b) Quantas retas que passam pelos pontos B e D você consegue traçar?

c) Existe uma reta que passa por três dos pontos indicados?

5. (Encceja-MEC) Observe o esquema com a localização de uma escola e de um supermercado.



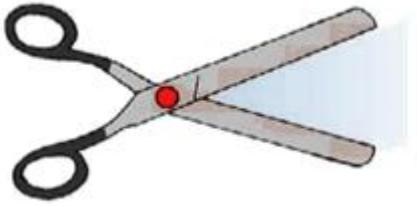
Se, nesse esquema, o supermercado pode ser indicado pelo ponto (1, A), então a escola pode ser indicada pelo ponto.

- a) (1, C)
- b) (3, C)
- c) (C, 0)
- d) (C, 2)

Capítulo 20

Ângulos

As pontas da tesoura aberta formam entre si um ângulo.



Encontramos ângulos na natureza, nas construções e nos objetos criados pelo ser humano.



Neste capítulo, vamos aprender a representar, medir e traçar ângulos.

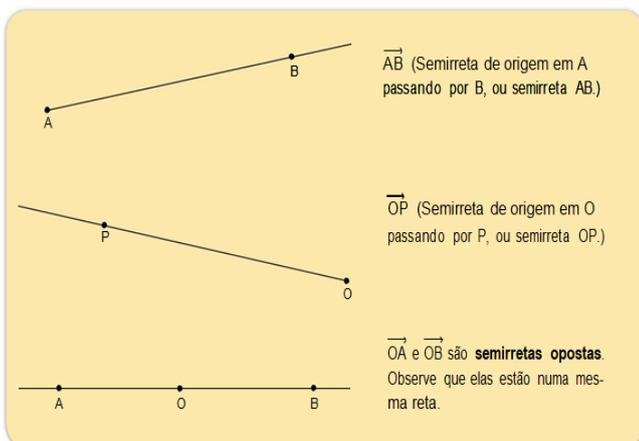
Semirreta

Quando marcamos um ponto sobre uma reta, ela fica dividida em duas partes.



Cada uma dessas partes é uma semirreta de origem no ponto A.

Para representar e nomear as semirretas, fazemos assim:

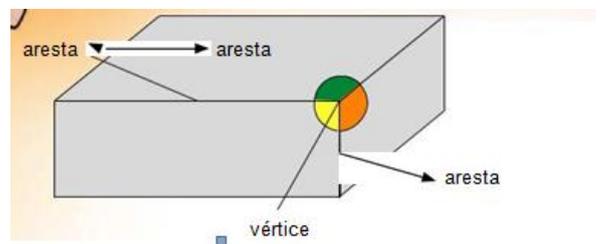
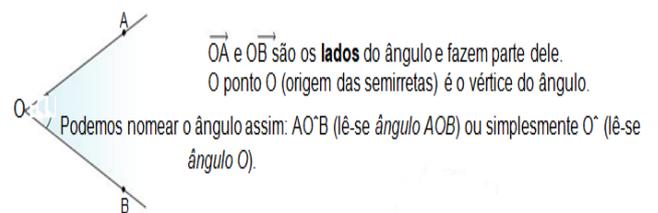


Elementos e Representação

Quando traçamos no plano duas semirretas de mesma origem, como você vê na representação a seguir, separamos o plano em duas regiões. Cada uma dessas regiões é um ângulo.



Como as semirretas formam dois ângulos, é preciso identificar com qual ângulo vamos trabalhar. Para isso usaremos um pequeno arco (veja a figura a seguir).

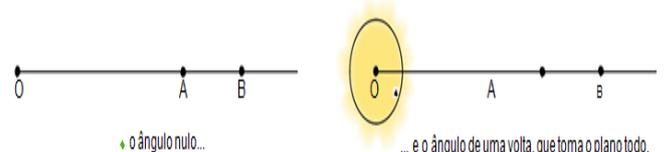


E se as semirretas de mesma origem estiverem numa mesma reta?

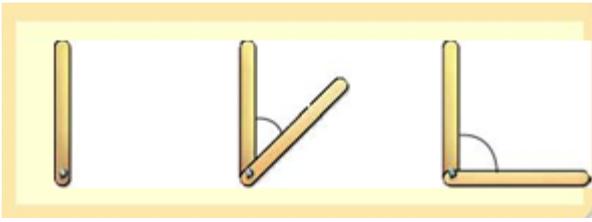
Se elas forem opostas, teremos dois ângulos rasos: dois ângulos de meia volta.



Se elas coincidirem, como as semirretas OA e OB abaixo, teremos:



Giros e Ângulos



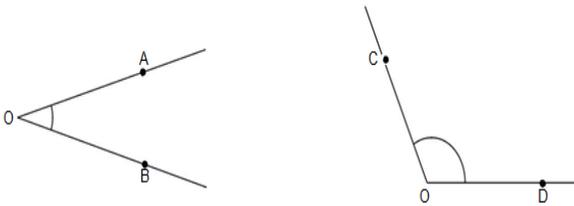
Renata prendeu dois palitos de sorvete com um percevejo, como você vê na imagem ao lado.

Manteve um deles fixo e girou o outro.

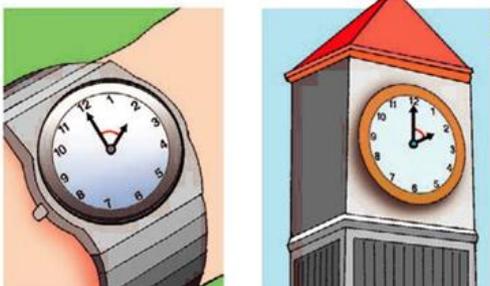
Ela percebeu que o giro do palito descreve um ângulo.

Medidas de Ângulos

A medida de um ângulo depende de sua abertura.



A medida de \widehat{AOB} é menor do que a medida de \widehat{COD} , pois \widehat{AOB} tem abertura menor.



Observe os ângulos assinalados nos desenhos ao lado.

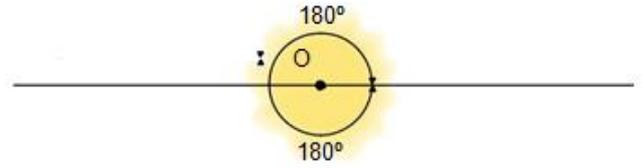
Discuta com os colegas: estes ângulos têm a mesma medida?

A unidade de medida mais utilizada para medir ângulos é o grau, cujo símbolo é $^\circ$.

A medida do ângulo de uma volta é 360 graus, ou 360° .

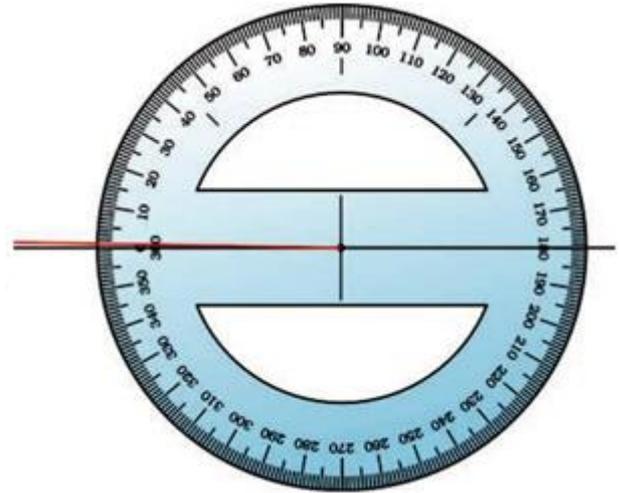


A medida do ângulo de meia volta, ou ângulo raso, é 180° .

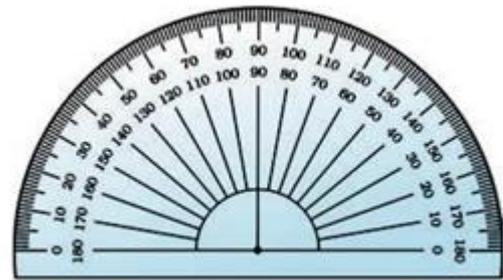


O ângulo nulo mede 0° .

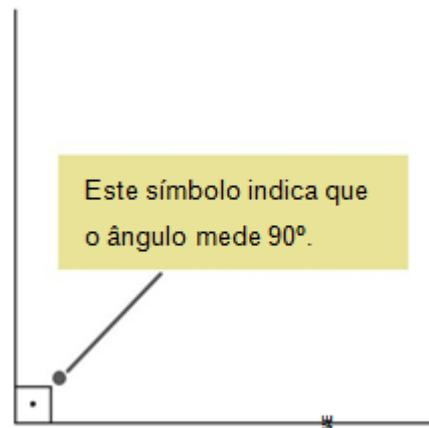
Se dividirmos o ângulo de uma volta (360°) em 360 ângulos de mesma medida, cada ângulo medirá 1° .



Este instrumento, chamado transferidor, que usamos para traçar e medir ângulos. O transferidor acima é de 360° . Temos também o transferidor de 180° .



O ângulo de 90° é chamado ângulo reto.



Uma volta tem 360º

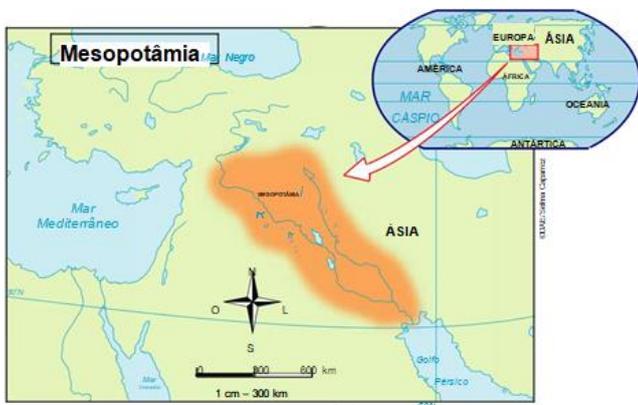
De onde vem a ideia de o ângulo de uma volta corresponder a 360º?

Trata-se de uma herança muito antiga.

Os mesopotâmios, também chamados babilônios, que viveram há milhares de anos numa região que hoje faz parte do Iraque e do Irã, trouxeram muitas contribuições para a Matemática e a Astronomia.

Observando o céu, eles imaginaram que o Sol girava ao redor da Terra e levava 360 dias para dar uma volta completa.

Hoje sabemos que é a Terra que gira ao redor do Sol e que uma volta completa leva 365 dias e algumas horas. Mas para a época a aproximação era boa.



Mesopotâmia quer dizer “terra entre dois rios”. A Mesopotâmia ficava entre os rios Tigre e Eufrates.

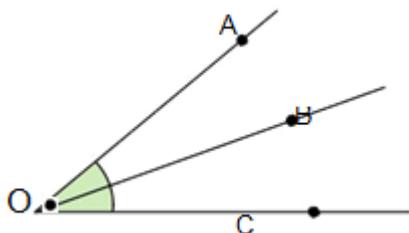
Pense e responda: que relação há entre...

... o ângulo reto e o ângulo raso?

... o ângulo reto e o ângulo de uma volta?

Compreensão

1. Na figura abaixo há três ângulos. Quais são?



2. Responda.

a) A que parte do círculo corresponde um ângulo reto?

b) A que parte do círculo corresponde um ângulo raso?

c) A que parte do círculo corresponde um ângulo de uma volta?

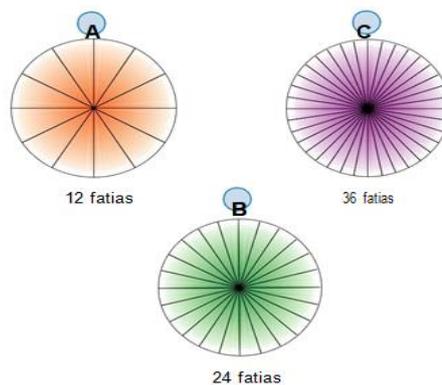
3. Escreva outro horário em que os ponteiros do relógio formam um ângulo reto.



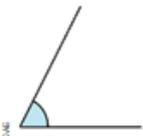
4. Complete o quadro referente aos ângulos descritos pelo ponteiro dos minutos quando gira.

De	Para	Medida do Ângulo
1	2	
2	5	
5	9	
9	3	

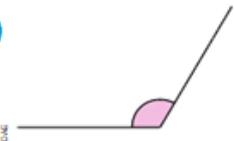
5. Cada um dos círculos abaixo está dividido em um número de “fatias” do mesmo tamanho.



Faça a estimativa de quantas fatias de cada tipo (A, B ou C) serão necessárias para construir cada ângulo que segue.

a)  Quantas fatias A?
Quantas fatias B?
Quantas fatias C?

b)  Quantas fatias A?
Quantas fatias B?
Quantas fatias C?

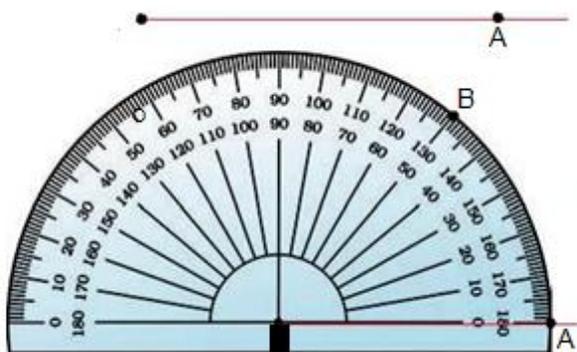
c)  Quantas fatias A?
Quantas fatias B?
Quantas fatias C?

6. Quanto mede o menor ângulo formado pelos ponteiros deste relógio?



Como usar o transferidor

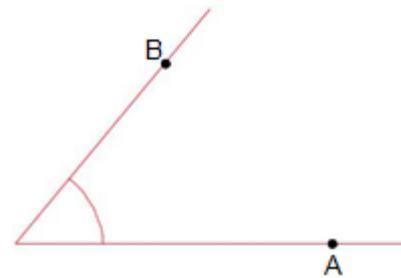
Vamos construir um ângulo de 50° com auxílio do transferidor.



Trace a semirreta OA.

O ponto O será o vértice do ângulo e OA um de seus lados.

Coloque o centro do transferidor sobre o ponto O de modo que a linha de 08 a 1808 fique sobre OA.



Geralmente, o transferidor tem duas escalas. Utilize a que tem o zero sobre o lado do ângulo. Como queremos um ângulo de 50° , marque o ponto B.

Retire o transferidor e trace a semirreta OB, obtendo o ângulo \widehat{AOB} que mede 50° .

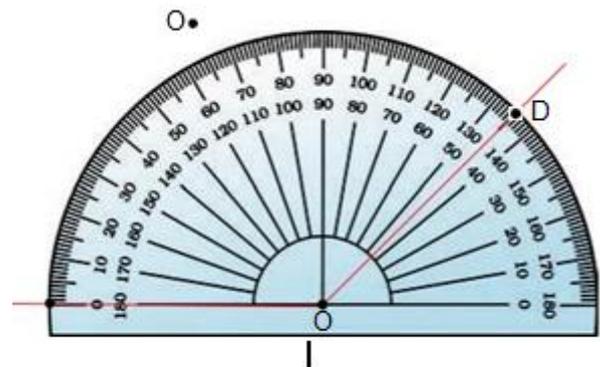
Simbolicamente, mede $(\widehat{AOB}) 50^\circ$.

Agora, vamos medir o ângulo \widehat{COD} utilizando transferidor.

O centro do transferidor deve ser posicionado sobre o vértice do ângulo.

A linha de 08 a 1808 deve coincidir com um dos lados do ângulo.

Meça o ângulo a partir do zero que está sobre o lado do ângulo.



A semirreta OD passa pela marca 135, ou seja, med $(\widehat{COD}) 135^\circ$.

Procure objetos e construções em que seja possível utilizar o transferidor para medir ângulos. Registre as medidas que encontrar.

Na atividade acima, você deve ter encontrado ângulos retos, ou seja, ângulos de 90° .

Os ângulos com medida menor que 90° são chamados ângulos agudos. Os que têm medida maior que 90° são chamados ângulos obtusos.

Compreensão

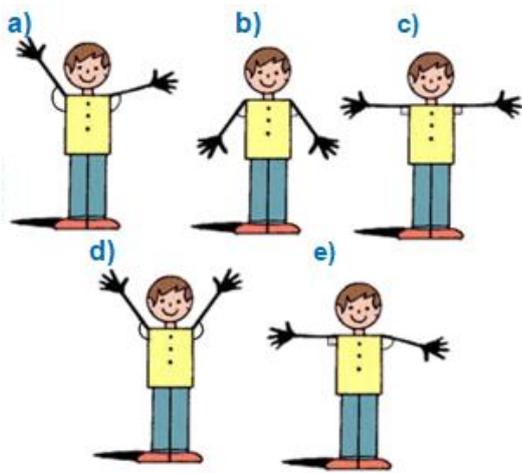
1. Qual é maior:

a) um ângulo agudo ou um ângulo reto?

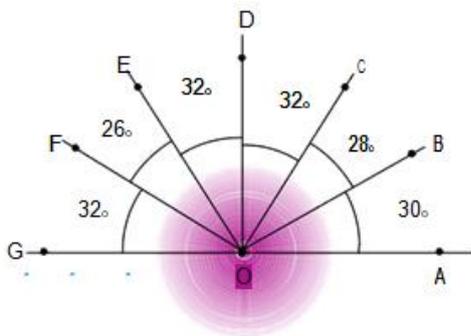
b) um ângulo reto ou um ângulo obtuso?

c) um ângulo agudo ou um ângulo obtuso?

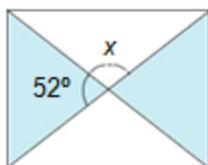
2. Observe como Pedro desenhou os movimentos que fez na aula de Educação Física. Seus braços e tronco formam vários ângulos. Classifique-os como retos, agudos ou obtusos.



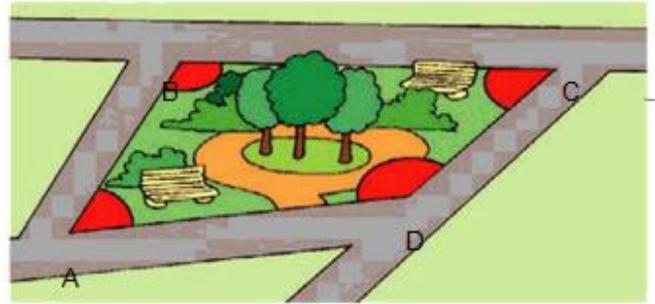
3. Identifique todos os ângulos retos da figura.



4. Qual é o valor de x?

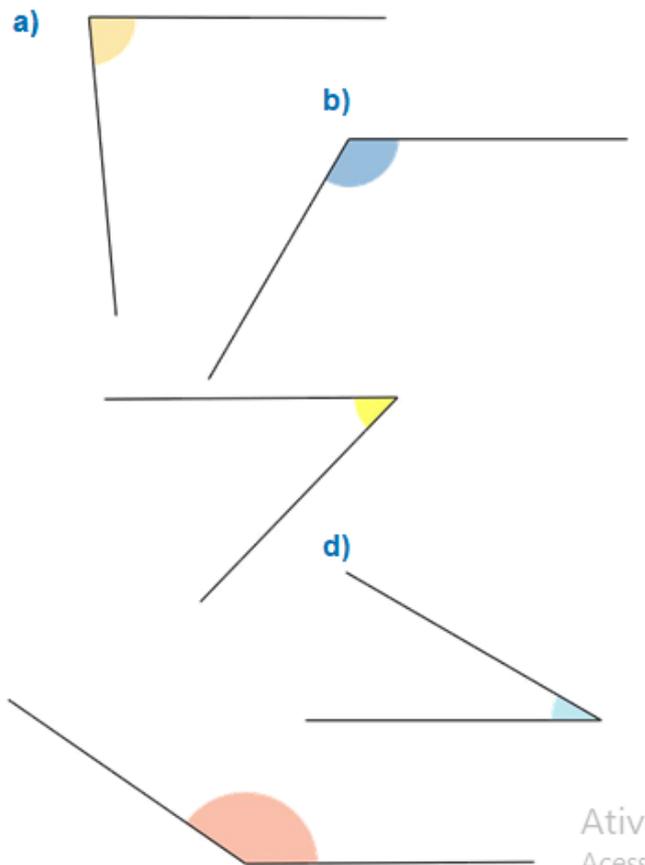


5. Usando um transferidor, determine as medidas dos ângulos indicados de uma praça representada no desenho abaixo.



6. Veja a representação de vários ângulos, bem como a medida de cada um deles. Por estimativa, indique no caderno a letra que acompanha o ângulo e a medida a ele correspondente.

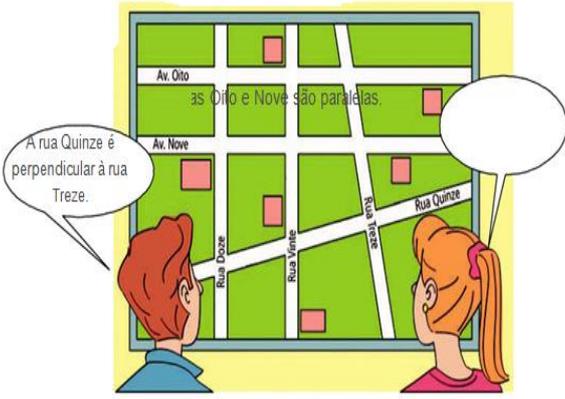
30° 45° 85° 120° 145°



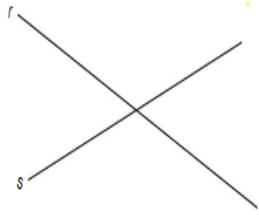
Ativ.
Acess

Retas Perpendiculares e Retas Paralelas

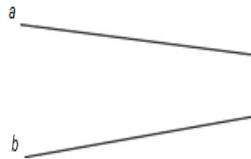
Considerando que as ruas ilustradas no mapa nos dão a ideia de retas, vamos usar a Geometria para entender melhor o diálogo entre essas pessoas?



Quando duas retas de um mesmo plano se cortam em um único ponto, elas são chamadas de retas concorrentes. Veja:

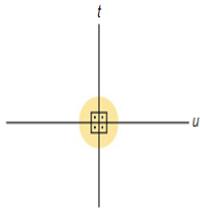


As retas r e s são concorrentes.

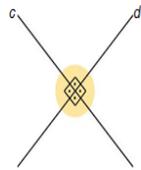


As retas a e b também são concorrentes (o ponto de interseção delas está fora do papel).

Duas retas concorrentes que formam entre si ângulos retos são chamadas retas perpendiculares.

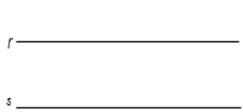


As retas t e u são perpendiculares.

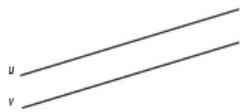


As retas c e d são perpendiculares.

Quando duas retas em um mesmo plano não têm ponto comum, ou seja, não se intersectam, elas são chamadas de retas paralelas.



As retas r e s são paralelas.



As retas u e v são paralelas.

Volte ao mapa ilustrado no alto da página. Encontre mais pares de ruas que podem ser consideradas retas:

perpendiculares;

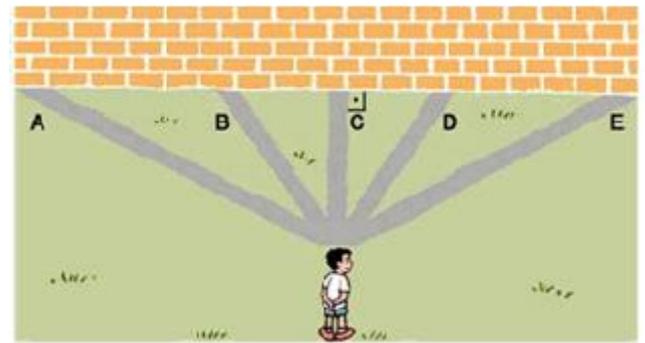
paralelas.

Compreensão

1. Olhe para a folha do seu caderno e para esta fotografia. O que você pode dizer sobre a direção das linhas desenhadas nesta folha?



2. Mário quer ir até o muro pelo caminho mais curto.



Qual caminho deverá escolher? Por quê?

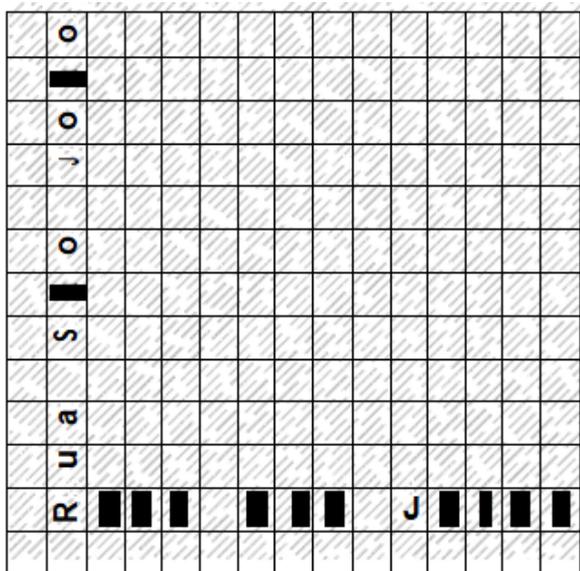
3. Observe a planta de um bairro mostrada na figura abaixo e responda:



a) Quais ruas são paralelas?

b) Quais ruas são perpendiculares?

4. Em papel quadriculado, copie e complete o mapa da figura de acordo com as instruções.



✓ Desenhe no mapa a rua São Pedro paralela à rua São João.

✓ Desenhe a rua São Sebastião, que não pode ser paralela à rua São Jorge e também não pode ser perpendicular à rua São Jorge.

5. Indique se as linhas a seguir são paralelas ou perpendiculares.



As duas linhas de fundo.

Uma linha lateral e uma linha de fundo.

A linha do meio em relação às linhas laterais.

A linha do meio em relação às linhas de fundo.

Esquadros

Você já viu um esquadro?

Os esquadros são usados por desenhistas e outros profissionais para traçar alguns ângulos e também para traçar retas paralelas e perpendiculares.

Existem dois tipos de esquadros:



Este tipo tem um ângulo de 90° , um ângulo de 60° e um ângulo de 30° .

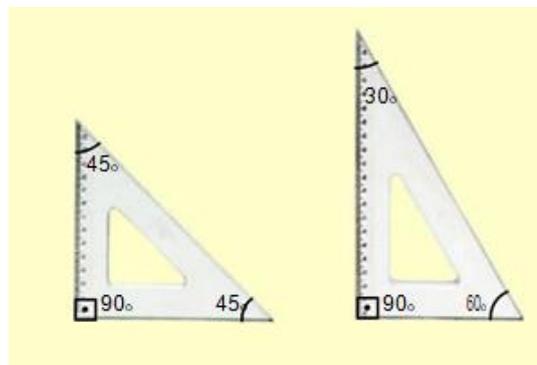


Este tipo tem um ângulo de 90° e dois ângulos de 45° .

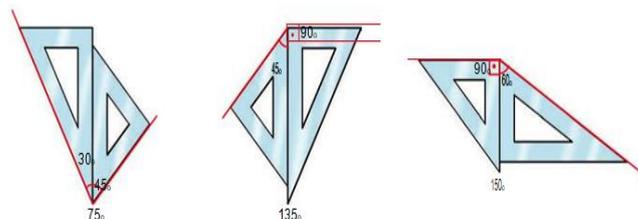
Providencie um par de esquadros. Cole uma etiqueta em cada ângulo dos esquadros, marcando suas medidas: 90° , 30° e 60° ; e 45° , 45° e 90° .

Atualmente, muitos profissionais traçam retas perpendiculares ou paralelas e ângulos necessários a seus trabalhos no computador. Eles contam com o auxílio de softwares especializados. No entanto, para usar 45° corretamente esses softwares é preciso conhecer Geometria.

Procure entrevistar um desses profissionais, como um arquiteto ou projetista, para saber que importância tem a Geometria em seu trabalho.



Com o par de esquadros você pode traçar alguns ângulos:



E também retas paralelas e perpendiculares.

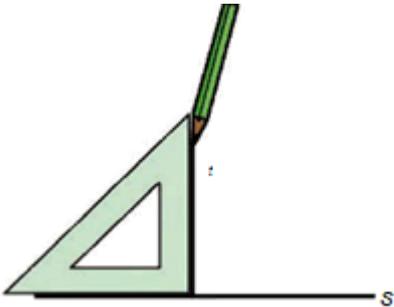
Observe a seguir.

Retas Perpendiculares

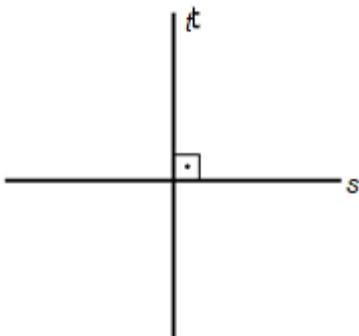
Trace uma reta.



Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a reta s e trace um trecho da reta t perpendicular a s.

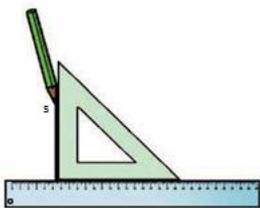


Retire o esquadro e prolongue a reta t.

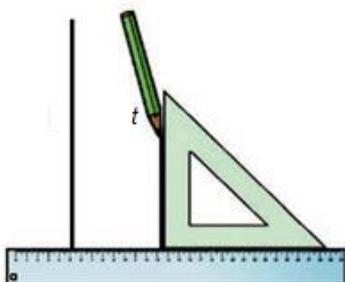


Retas Paralelas

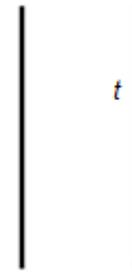
Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a régua e trace a reta s.



Mantenha a régua fixa e deslize o esquadro para traçar a reta t.

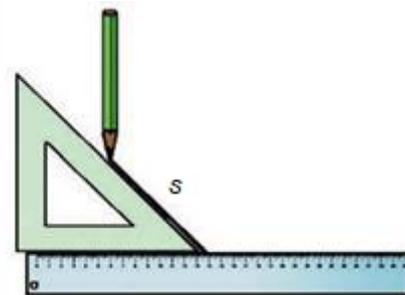


Retire o esquadro e a régua e prolongue s e t, que são paralelas.

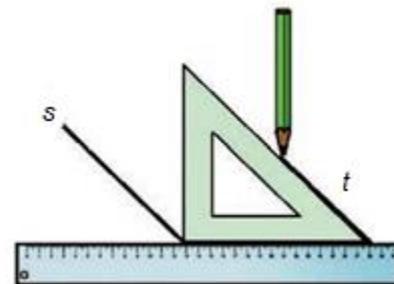


Também podemos traçar retas paralelas usando o outro lado do esquadro. Veja a seguir.

Apoie um lado do ângulo reto do esquadro sobre a régua e trace s.



Mantenha a régua fixa e deslize o esquadro para traçar a reta t.



As retas s e t são paralelas.

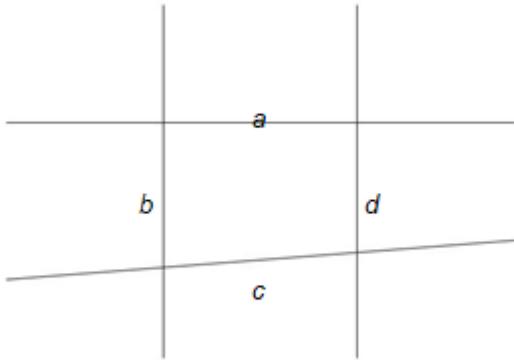


Compreensão

1. Em seu caderno, com o auxílio de esquadros, desenhe um ângulo de:

- a) 60° _____
- b) 90° _____
- c) 45° _____
- d) 135° _____

2. Usando régua e esquadro verifique a posição relativa das retas:



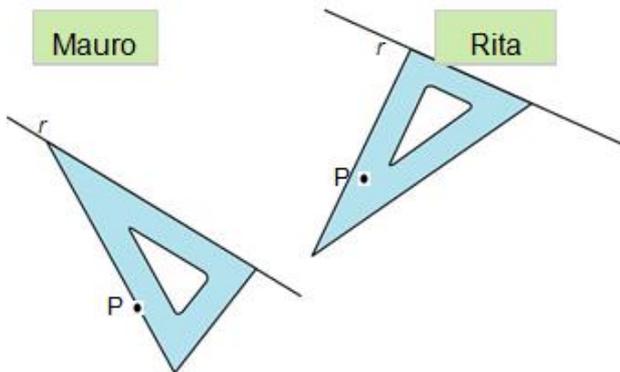
E indique:

Duas retas paralelas

Duas retas perpendiculares

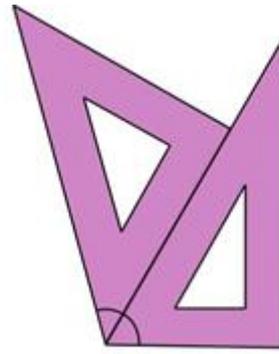
Duas retas com um só ponto comum e que não são perpendiculares.

3. Para traçarem uma reta perpendicular a r passando por P , Rita e Mauro colocaram os seus esquadros como mostram as figuras:

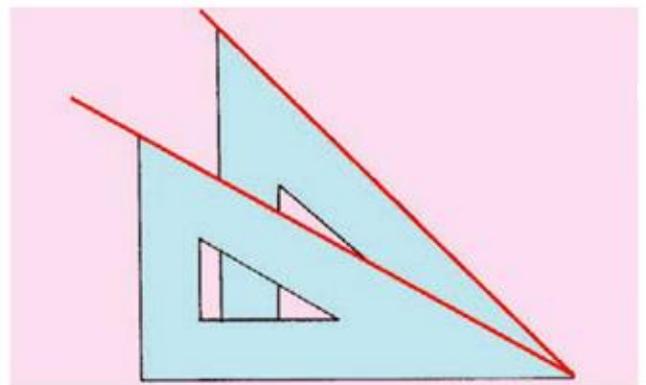


Só um deles colocou corretamente o esquadro. Quem foi?

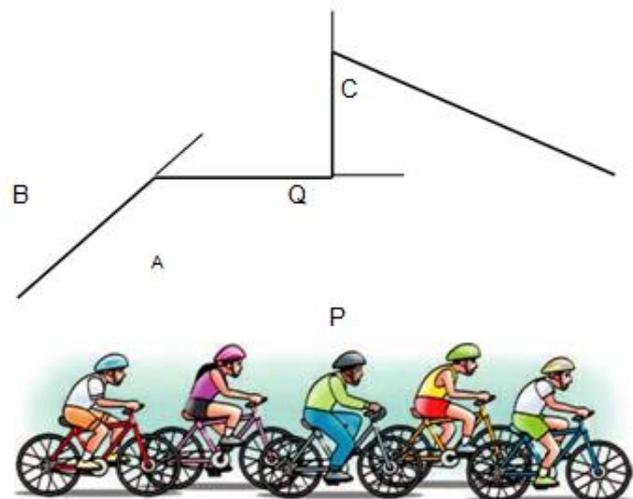
4. Qual é a medida do ângulo assinalado na figura?



5. Qual é a medida do ângulo determinado pelas retas vermelhas na figura?



6. A figura abaixo mostra a trajetória seguida por um grupo de ciclistas. Nesse percurso, quantas vezes os ciclistas mudaram de direção?



Capítulo 21

Polígonos e Circunferências

Polígonos

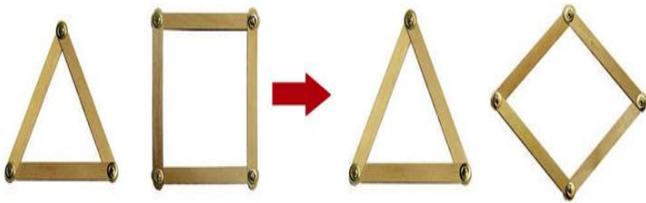
Repare como na estrutura ilustrada ao lado foram utilizados triângulos.

Isso é bastante comum nas construções de prédios, telhados, móveis etc. Você sabe por quê?



O triângulo torna as estruturas mais firmes, rígidas.

Podemos comprovar isso construindo um triângulo e um quadrado com palitos de sorvete e percevejos, como os das fotografias a seguir. Em seguida, tentamos deformar essas figuras.



Observe que o quadrado é deformável e o triângulo é rígido.

Numa estrutura de telhado, por exemplo, a rigidez é uma característica importante. No entanto, em outras situações, a maleabilidade pode ser desejável.



Os polígonos apresentam características e propriedades importantes.

Estudando-os, poderemos utilizá-los melhor no nosso dia a dia.

Nomeando Polígonos

A palavra polígono origina-se do grego:

poli: muitos;

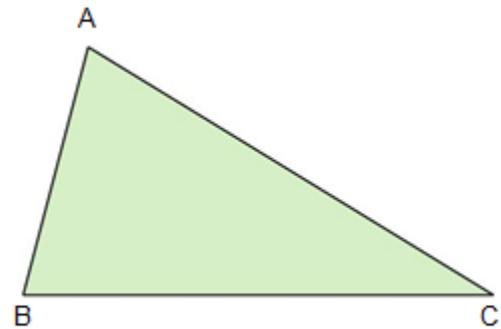
gonos: ângulos.

O prefixo poli aparece em várias palavras da língua portuguesa. Procure no dicionário o significado de:

- ✓ Polissílabo _____
- ✓ Polivalente _____
- ✓ Poliglota _____

Acrescente a esta lista outras palavras que tenham o prefixo poli, com seus respectivos significados.

Observe o polígono:



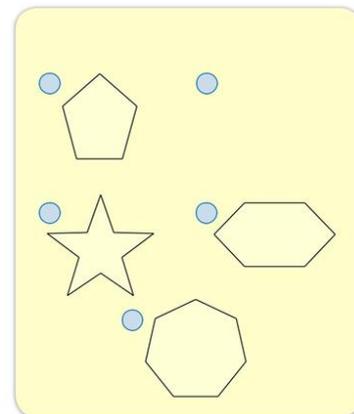
Esse polígono é um triângulo. Ele apresenta:

- ✓ 3 lados que são segmentos de reta: AB, BC e CA;
- ✓ 3 ângulos internos: \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} ;
- ✓ 3 vértices: A, B e C.

Podemos chamá-lo de triângulo ABC.

De acordo com o número de lados ou ângulos que o polígono apresenta, ele recebe um nome.

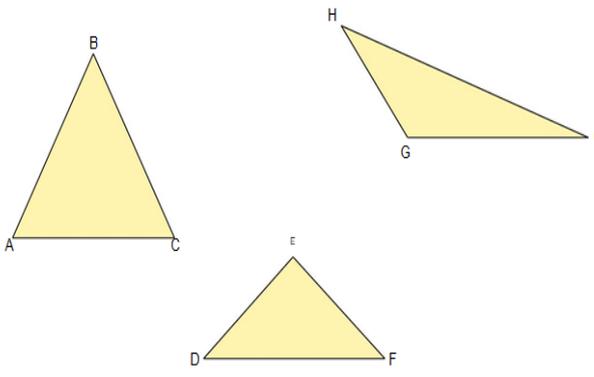
Veja os principais:



Triângulos

Copie em seu caderno a tabela abaixo. Usando a régua, meça os lados de cada triângulo a seguir e anote as medidas na tabela.

Medidas dos lados em centímetros			
Triângulo ABC	AB = ■	BC = ■	AC = ■
Triângulo DEF	DE = ■	EF = ■	FD = ■
Triângulo GHI	GH = ■	HI = ■	IG = ■



De acordo com as medidas dos lados, classificamos os triângulos em:

Equilátero: 3 lados com medidas iguais;

Isósceles: 2 lados com medidas iguais;

Escaleno: 3 lados com medidas diferentes.

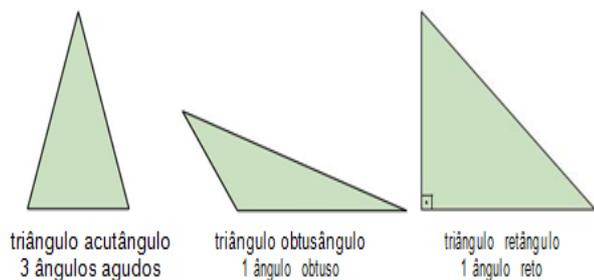
A partir da tabela que você construiu, responda.

1) Qual dos triângulos é equilátero?

2) Qual dos triângulos é isósceles?

3) Qual dos triângulos é escaleno?

Agora, veja como os triângulos são classificados de acordo com seus ângulos:



triângulo acutângulo
3 ângulos agudos

triângulo obtusângulo
1 ângulo obtuso

triângulo retângulo
1 ângulo reto

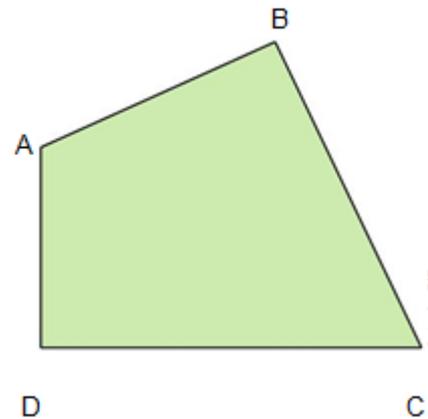
Pense e responda.

a) Existe triângulo com dois ângulos retos? .

b) Existe triângulo com dois ângulos obtusos? .

Quadriláteros

O polígono ao lado é um quadrilátero. Ele apresenta:



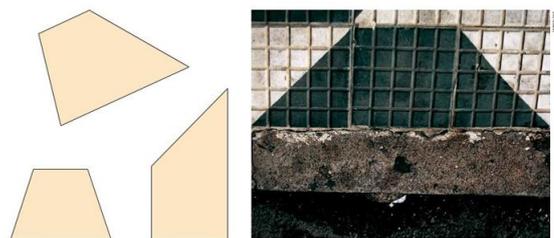
4 lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} e \overline{DA} ;

4 ângulos internos: A, B, C e D;

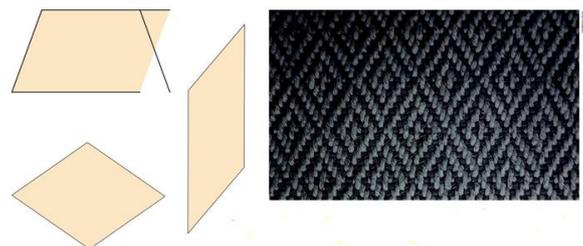
4 vértices: A, B, C e D.

Alguns quadriláteros têm características especiais e por isso recebem nomes especiais.

Os trapézios são quadriláteros que apresentam 1 par de lados paralelos.



Os paralelogramos são quadriláteros que apresentam 2 pares de lados paralelos.

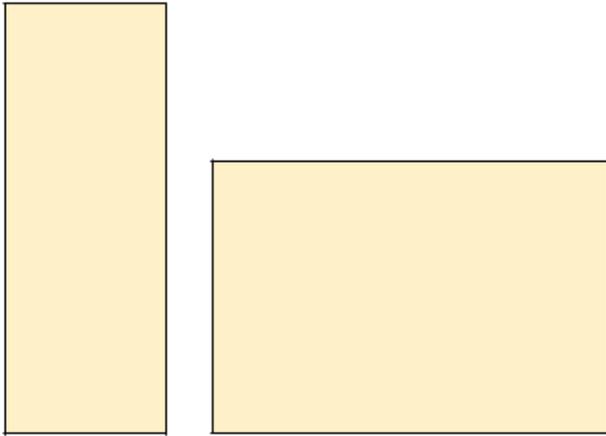


Observe que paralelogramos são trapézios, pois apresentam um par de lados paralelos.

Os Paralelogramos

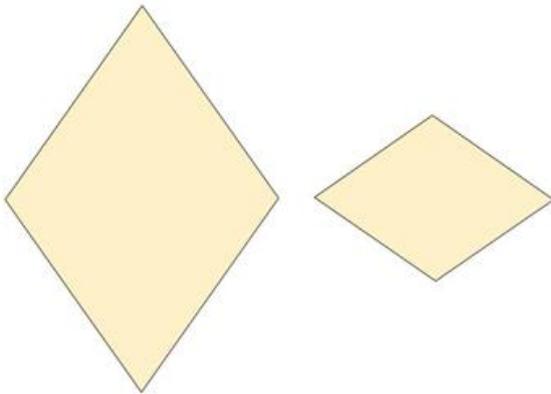
Os paralelogramos que apresentam todos os ângulos retos são chamados de retângulos.

Então retângulos são Paralelogramos que têm uma característica especial: ter 4 ângulos de 90° .



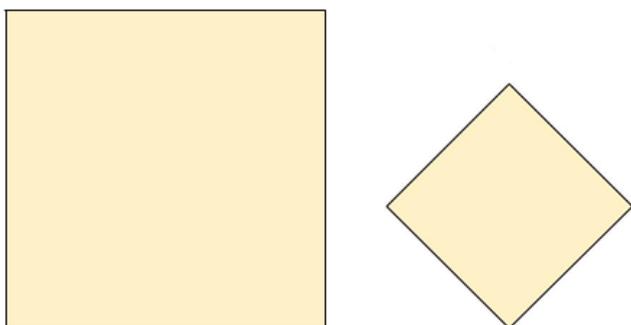
Os paralelogramos que apresentam todos os lados com a mesma medida são chamados de losangos.

E os Losangos também são Paralelogramos especiais.



Por fim, temos os quadrados, que são paralelogramos que apresentam todos os ângulos retos e todos os lados com mesma medida.

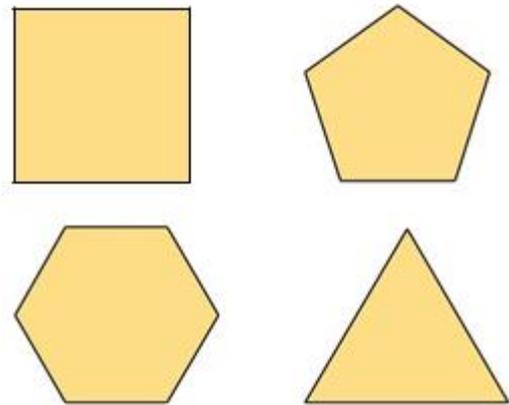
O quadrado é um paralelogramo, é um retângulo e é um losango também!



Polígonos Regulares

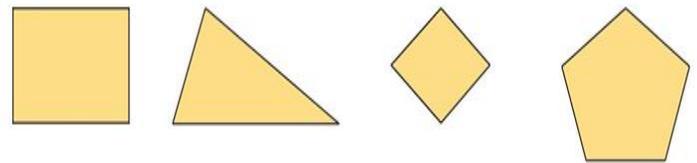
Um polígono é regular quando tem todos os lados com medidas iguais e todos os ângulos com medidas iguais.

Estes polígonos são regulares:

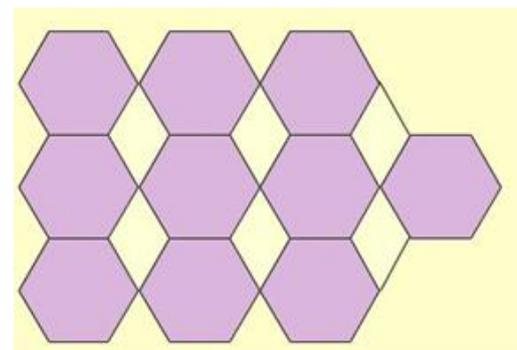
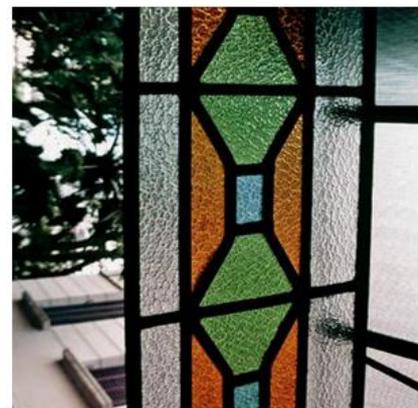


Use régua e transferidor para medir os lados e os ângulos de cada polígono e verificar que eles realmente são regulares.

Estes polígonos não são regulares:



Junte-se a um colega para fazer esta atividade: expliquem por que cada um dos quatro polígonos acima não é regular.



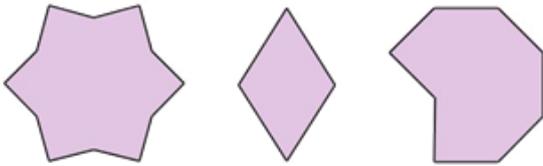
Mosaico

Compreensão

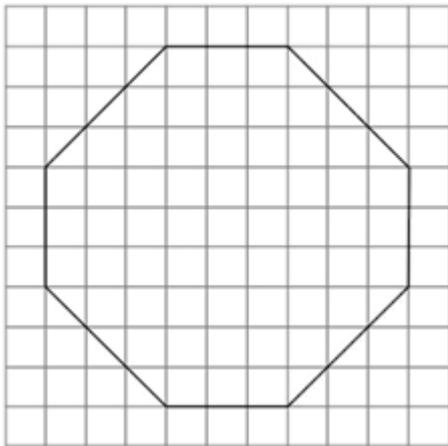
1. Quais destas placas de trânsito têm forma de polígono regular?



2. Os polígonos representados a seguir têm os lados com medidas iguais, mas não são regulares. Por quê?



3. Observe o polígono da figura e responda:

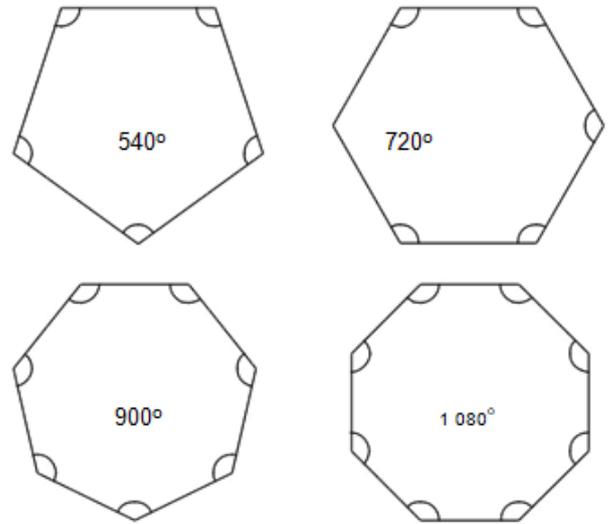


a) Qual é o nome que se dá a esse polígono?

b) Quantos graus mede cada um dos ângulos desse polígono?

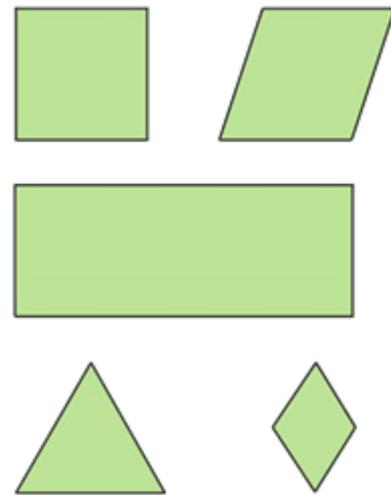
c) É um polígono regular? Por quê?

4. (Saeb) Cristina desenhou quatro polígonos regulares e anotou dentro deles o valor da soma de seus ângulos internos.



Qual é a medida de cada ângulo interno do hexágono regular?

5. Dos polígonos abaixo apenas dois são regulares. Observe as figuras e marque a alternativa correta.



a) Retângulo, paralelogramo.

b) Quadrado, triângulo equilátero.

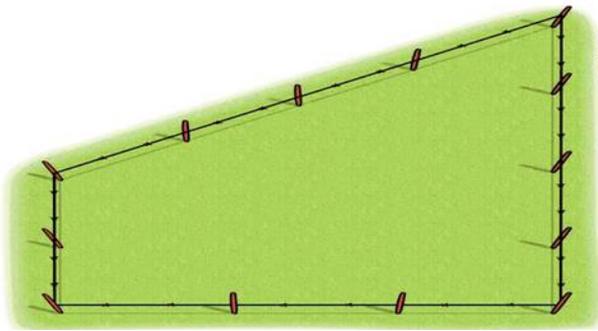
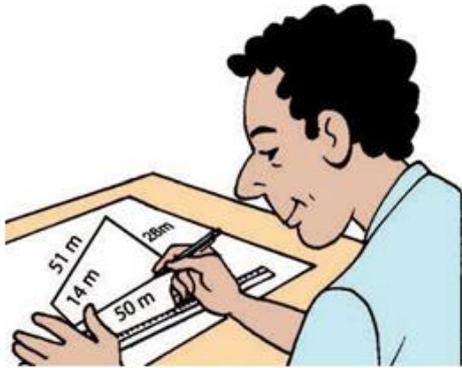
c) Losango, quadrado.

d) Retângulo, losango.

Perímetro

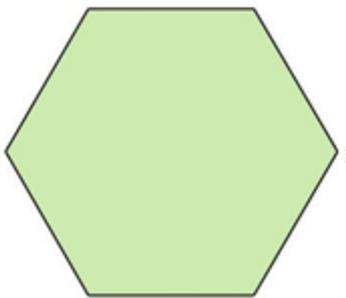
O senhor Lima possui um terreno em forma de trapézio. Ele pretende cercar esse terreno com arame. Para isso, fez um desenho representando o terreno, marcou as medidas necessárias e calculou:

$$51 + 28 + 50 + 14 = 143$$



A soma das medidas dos lados do terreno é 143 m. Para contornar o seu terreno, o senhor Lima precisa de 143 m de arame.

A medida do contorno de uma figura geométrica plana é o seu perímetro.



Este hexágono regular tem perímetro de 12 cm.

Podemos construir vários retângulos diferentes cujo perímetro seja de 24 cm. Um retângulo de 8 cm de comprimento por 4 cm de largura, por exemplo, tem perímetro de 24 cm.

Apresente outras possibilidades para as medidas de comprimento e largura desses retângulos.

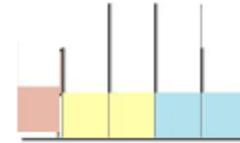
Estime qual deve ser o perímetro da capa retangular da sua apostila de Matemática. Tire as medidas com régua, calcule o valor correto do perímetro e avalie se sua estimativa foi boa.

Com um colega, façam estimativas para o perímetro da sala de aula.

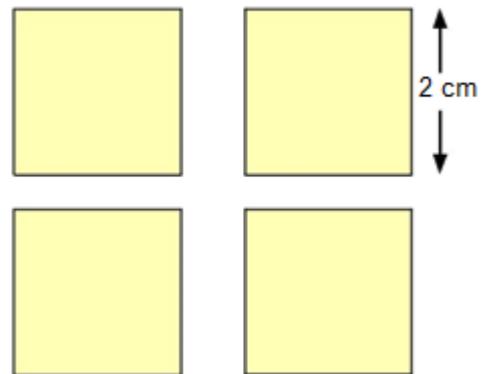
Com auxílio de trena ou metro de carpinteiro para tirar as medidas, determinem esse perímetro e vejam se as estimativas foram satisfatórias.

Compreensão

1. Use o lado do quadrado como unidade de medida de comprimento e responda qual é a medida do perímetro da figura que foi montada?



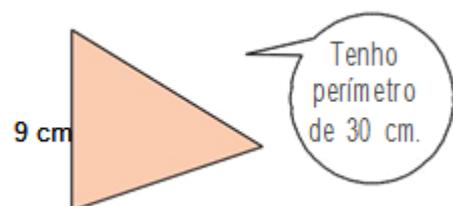
2. Todos estes quadrados têm as mesmas dimensões.



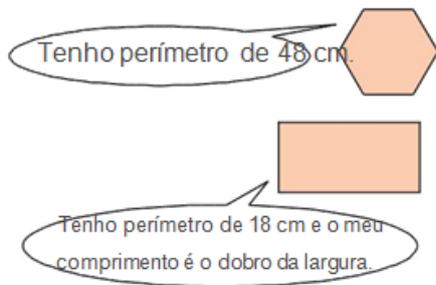
Juntando os quatro quadrados é possível formar figuras com 20 cm de perímetro. Descubra pelo menos duas dessas figuras e faça o desenho delas em seu caderno.

3. Responda.

a) Quanto mede o lado desconhecido?

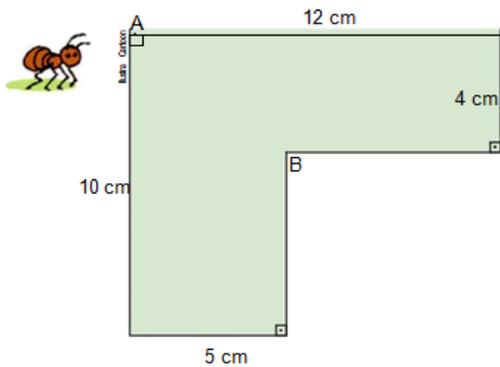


b) Quanto mede o lado do hexágono regular?

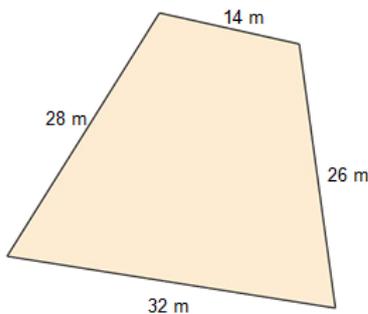


c) Qual é a largura do retângulo?

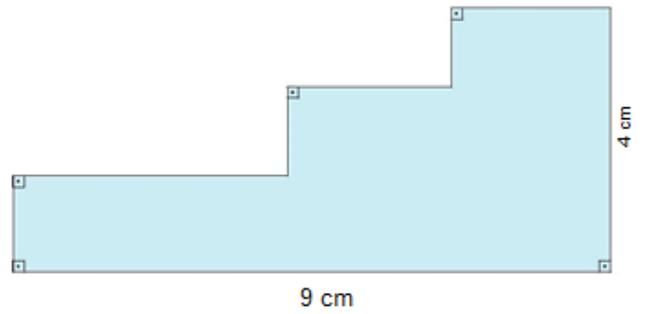
4. Qual é o menor trajeto que uma formiga deve fazer para ir de A até B usando o contorno da figura?



5. Queremos fazer uma cerca de 3 fios de arame em volta do terreno indicado pela figura abaixo. Cada rolo de arame tem 50 m. Quantos rolos serão necessários?



6. Qual é o perímetro do polígono da figura?

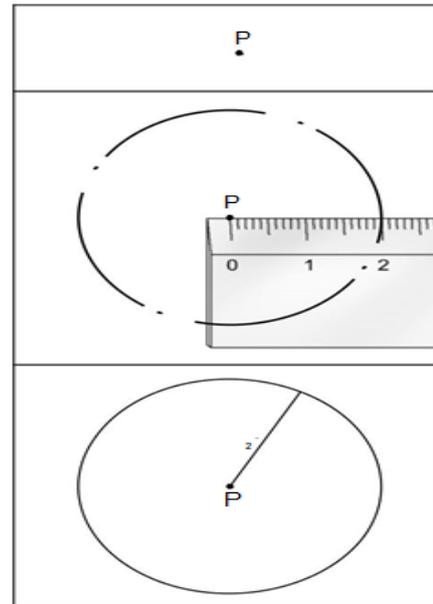


Circunferências

A palavra *circum* em latim quer dizer “ao redor”. Mas ao redor do quê? Vamos descobrir?

Faça assim:

Marque um ponto P na folha de seu caderno.

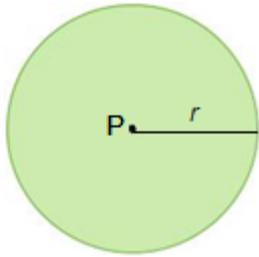


Usando régua, marque um ponto sobre a folha que esteja a 2 cm de P. Vá girando a régua e marcando na folha outros pontos distantes 2 cm de P.

Se tomarmos todos os pontos da folha que distam 2 cm de P, obteremos uma linha fechada ao redor de P: uma circunferência.

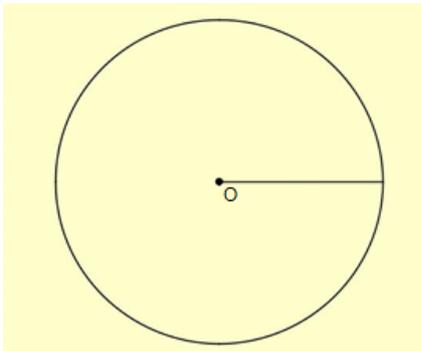
P é o centro dessa circunferência. A distância de P até qualquer ponto da circunferência é o seu raio.

A circunferência do exemplo tem raio de 2 cm. Unindo a circunferência e os pontos do seu interior, obtemos um círculo:



O círculo é uma figura plana. O centro e o raio do círculo coincidem com o centro e o raio de sua circunferência.

Use a régua para determinar a medida do raio desta circunferência, que tem centro no ponto O.

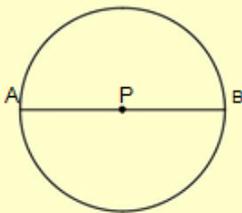


O ponto P é o centro da circunferência abaixo.

\overline{PA} e \overline{PB} são raios da circunferência.

O segmento AB é um diâmetro da circunferência.

Qual é a relação entre a medida do raio e a do diâmetro de uma circunferência?



Compreensão

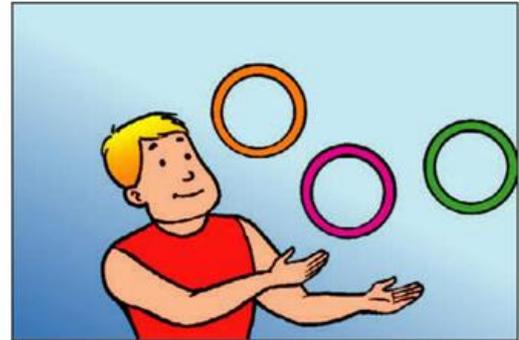
1. Veja a posição dos jogadores e responda.



a) Qual menino está mais próximo da bola? E qual está mais longe dela?

b) Dois meninos estão à mesma distância da bola. Quais são?

2. Observe as argolas, na primeira ilustração, e o CD, na segunda, e responda.



a) Qual objeto nos dá ideia de circunferência?

b) Qual objeto nos dá ideia de círculo?

3. Observe o quadro e responda qual é o planeta que tem:

O menor diâmetro?

O maior diâmetro?

O diâmetro mais próximo do da Terra?

Planeta	Diâmetro (em km)
Mercúrio	4 879
Vênus	12 104
Terra	12756
Marte	6 794
Júpiter	142 984
Saturno	120 536
Urano	51 118
Netuno	49 492

4. Quero confeccionar uma capa quadrada para guardar um CD que tem 6 cm de raio. Qual deve ser a menor medida da lateral dessa capa?



5. Veja um tubo cilíndrico de ferro, oco, com as dimensões indicadas:



Qual é o diâmetro interno?

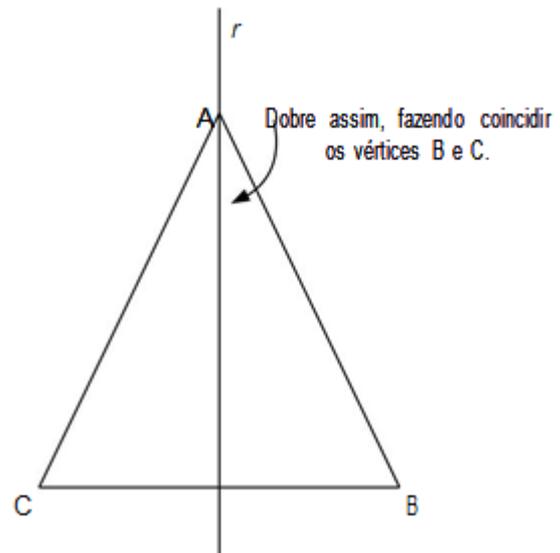
Simetria nos Polígonos e no Círculo

Pesquise, tire uma cópia e recorte com cuidado, modelos de Polígonos. Identifique-os a partir das letras marcadas nas figuras.

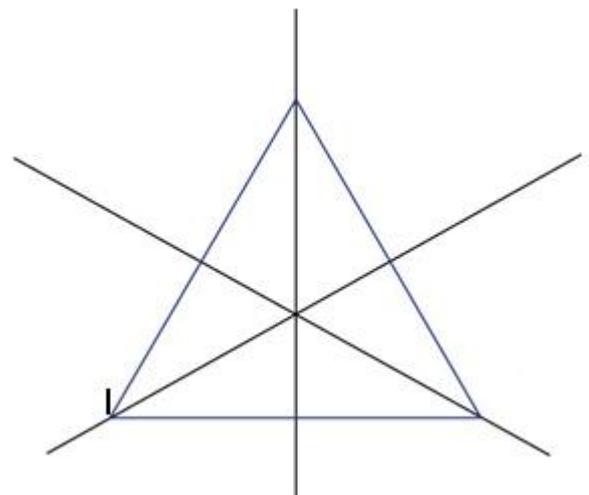
- A – Triângulo Isósceles
- B – Triângulo Equilátero
- C – Triângulo Escaleno
- D – Quadrado
- E – Pentágono Regular
- F – Paralelogramo
- G – Losango
- H – Hexágono
- I – Pentágono Regular

Comece pelo Triângulo Isósceles

Dobre-o pela reta r como indica a figura. Observe que a reta r separou o triângulo em duas partes idênticas que se superpõem perfeitamente. A reta r é o eixo de simetria deste triângulo. O triângulo isósceles apresenta somente um eixo de simetria.



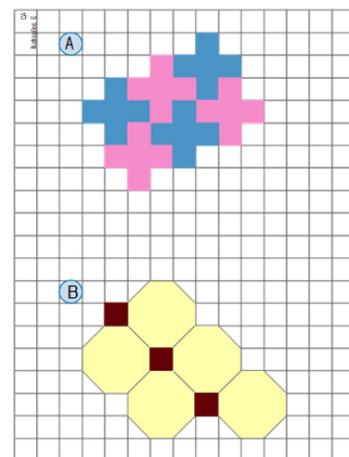
Pegue o triângulo equilátero. Ele apresenta três eixos de simetria. Veja abaixo como fazer as dobras.



Já o triângulo escaleno não apresenta eixo de simetria. Confira!

Compreensão

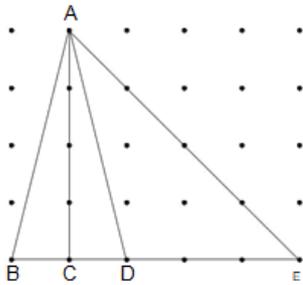
1. Observe os mosaicos.



a) No mosaico A há apenas um tipo de polígono. Qual é o nome dele?

b) Dois tipos de polígonos formam o mosaico. Quais os nomes desses polígonos?

2. Observe a figura.

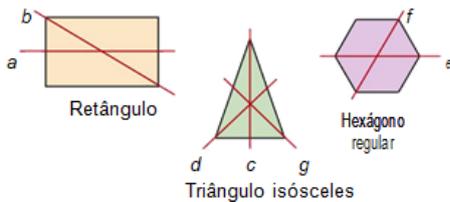


a) Indique os triângulos retângulos.

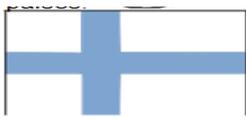
b) Indique um triângulo isósceles e acutângulo.

c) Indique um triângulo obtusângulo.

3. Observe as figuras seguintes e quais das retas assinaladas são eixos de simetria.



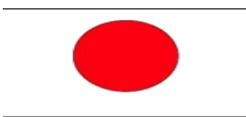
4. Observe as bandeiras de alguns países.



◆ Finlândia



◆ Brasil



◆ Japão



◆ Grécia



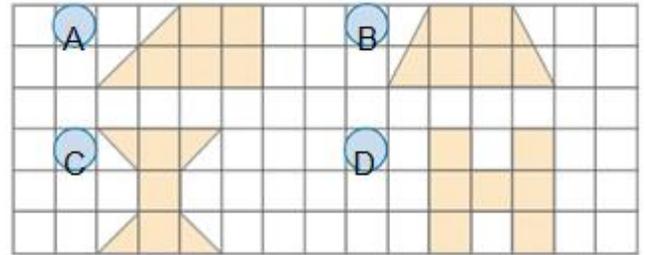
◆ Colômbia



◆ Jamaica

Quantos eixos de simetria tem cada bandeira?

5. Indique o número de eixos de simetria de cada uma das figuras.



Capítulo 22

Frações

O que é uma fração?

Daniel vai se atrasar para o jantar. A mãe dele preparou uma pizza. Dividiu-a em 4 partes iguais e guardou uma delas para Daniel.

Para representar a parte da pizza reservada para Daniel, usamos uma fração: $\frac{1}{4}$



Nas frações temos:

$$\frac{1}{4} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{numerador} \\ \longrightarrow \text{denominador} \end{array}$$

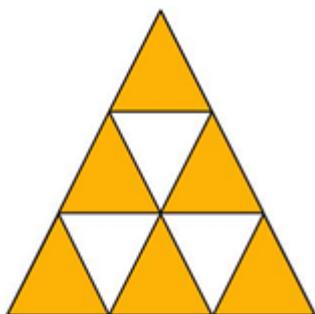
Observe que $\frac{4}{4}$ da pizza correspondem à pizza inteira.

O número que aparece embaixo (chamado denominador da fração) indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

O número que aparece em cima (numerador da fração) indica quantas dessas partes foram tomadas.

A fração $\frac{4}{4}$ indica uma quantidade inteira, ou seja, $\frac{4}{4} = 1$.

Veja mais um exemplo:



O triângulo foi dividido em 9 partes iguais e 6 delas foram pintadas.

A parte pintada corresponde a $\frac{6}{9}$ do triângulo.

Simplificação de frações

Dada uma fração qualquer, podemos obter infinitas frações equivalentes a ela. Veja um exemplo:

Família da fração $\frac{3}{5}$:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \dots$$

Diagram illustrating the generation of equivalent fractions from $\frac{3}{5}$ by multiplying both numerator and denominator by 2, 3, 4, and 5.

Nesse exemplo, observamos que $\frac{3}{5}$ e $\frac{18}{30}$ são frações equivalentes.

Pense nisso: já que essas frações representam a mesma quantidade, não é preferível trabalhar com a mais simples, ou seja, com $\frac{3}{5}$?

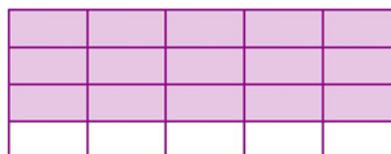
Nem sempre uma fração aparece na sua forma mais simples.

Mas muitas vezes é possível encontrar uma fração equivalente a ela que tenha numerador e denominador menores.

Para isso, é necessário dividir o numerador e o denominador da fração por um mesmo número natural diferente de zero.

Por exemplo, na fração $\frac{15}{20}$ é possível dividir o numerador e o denominador por 5:

$$\frac{15}{20} \xrightarrow{\div 5} \frac{3}{4}$$



A simplificação pode ser feita em uma ou mais etapas.

Exemplo:

$$\frac{12}{18} \xrightarrow{\div 6} \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{12}{18} \xrightarrow{\div 2} \frac{6}{9} \xrightarrow{\div 3} \frac{2}{3}$$



Simplificando a fração $\frac{15}{20}$ obtivemos a fração $\frac{3}{4}$, que é equivalente a ela.

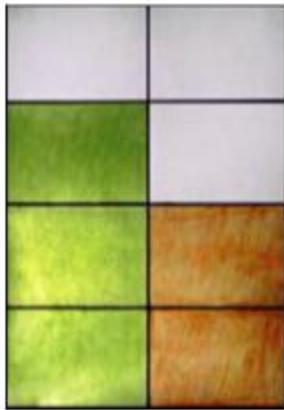
A fração $\frac{3}{4}$ não pode mais ser simplificada, pois o único número natural que é divisor de 3 e de 4 é o número 1. Dizemos então que $\frac{3}{4}$ é uma fração irredutível.

Entre as frações $\frac{14}{15}$ e $\frac{13}{39}$, qual é irredutível?

Operações com frações

Adição e Subtração de Frações de Denominadores Iguais

Dividi uma cartolina em oito partes iguais. Ontem pintei três partes de verde e hoje, duas de laranja.



Que fração da cartolina toda eu já pintei?

Que fração da cartolina toda falta pintar?

Observe:

Fração pintada hoje – cartolina toda

$$\frac{2}{8}$$

Fração Pintada ontem – ontem

$$\frac{3}{8}$$

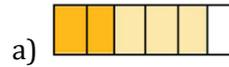
$$\longrightarrow \frac{5}{8}$$

Fração da cartolina já pintada:

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

Compreensão

1. Observe as figuras e efetue as operações com as frações.



$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Calcule e simplifique os resultados, quando for possível.

a) $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

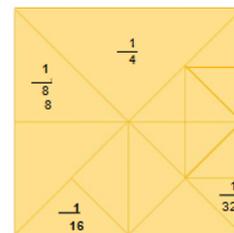
b) $\frac{1}{9} + \frac{9}{4} + \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. O Sr. Quintino está pintando o muro da sua casa. No primeiro dia pintou quatro décimos do muro, no dia seguinte cinco décimos.

a) Que parte do muro pintou nesses dois dias?

b) Que parte do muro ainda falta pintar?

4. Utilizando a figura, calcule e apresente cada um dos resultados na forma de uma fração simplificada:



a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\frac{1}{32} + \frac{1}{32} = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $\frac{1}{32} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} = \underline{\hspace{2cm}}$

Adição e subtração de frações de denominadores diferentes

Dona Júlia vai fazer um bolo. A receita indica a utilização de um terço de tablete de margarina para a massa e meio tablete de margarina para a cobertura. Qual é a quantidade total de margarina necessária?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

As frações que devem ser somadas têm denominadores diferentes, portanto representam pedaços de tamanhos diferentes, o que dificulta identificar a fração total resultante.

Mas podemos encontrar frações equivalentes a cada uma delas, que tenham denominadores iguais. Todos os pedaços ficarão do mesmo tamanho e poderemos contar quantos são.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \\ \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \end{array} \right\} \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}, \text{ então } \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

Para fazer o bolo, dona Júlia utilizará $\frac{5}{6}$ de um tablete de margarina. Ela deve dividir o tablete em seis partes iguais, usando duas partes na massa e três na cobertura. Ainda sobrá $\frac{1}{6}$ do tablete para untar a forma.

Veja exemplos de adição e subtração de frações com denominadores diferentes:

$$\frac{1}{8} + \frac{5}{6} = \frac{3}{24} + \frac{20}{24} = \frac{23}{24}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{4} = \frac{14}{20} + \frac{5}{20} = \frac{19}{20}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$$

Multiplicações envolvendo frações

Qual é o dobro de $\frac{3}{8}$?

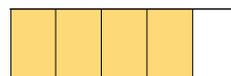
Ora, o dobro de $\frac{3}{8}$ corresponde a $2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$, que na forma irredutível é $\frac{3}{4}$.

$$\text{Observe: } 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

De forma semelhante, $\frac{1}{3} \cdot 12 = 4$, pois a terça parte de 12 é igual a 4.

$$\text{Observe: } \frac{1}{3} \cdot 12 = \frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 1} = \frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 1} = \frac{12}{3} = 4$$

E que quantidade corresponderá a $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$? As figuras vão nos ajudar a descobrir.



Colorimos $\frac{4}{5}$ da figura.



Hachuramos $\frac{2}{3}$ dos $\frac{4}{5}$ coloridos.



Observe que $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ correspondem a $\frac{8}{15}$ da figura.

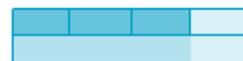
Na multiplicação de frações, multiplicamos os numeradores e multiplicamos os denominadores.

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 4} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} \text{ (na forma irredutível)}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{12}{105} = \frac{4}{35} \text{ (na forma irredutível)}$$

Mostre por meio de figuras

$$\text{que } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$



Também podemos fazer a simplificação antes de efetuar o produto:

$$\frac{18}{25} \cdot \frac{5}{12} = \frac{\cancel{18} \cdot \cancel{5}}{\cancel{25} \cdot \cancel{12}} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{21}{10} = \frac{1 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{21}}{\cancel{3} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{10}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Esta técnica é chamada de cancelamento.

Inversa de uma fração

Observe os produtos.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 2} = 1$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 8} = 1$$



Quando o produto de duas frações é igual a 1, essas frações são inversas uma da outra.

$$\frac{2}{5} \text{ é a inversa de } \frac{5}{2}$$

$$\frac{8}{3} \text{ é a inversa de } \frac{3}{8}$$

A inversa de $\frac{1}{5}$ é $\frac{5}{1}$, ou simplesmente 5.

A inversa de 3, que pode ser escrito como $\frac{3}{1}$, é $\frac{1}{3}$.

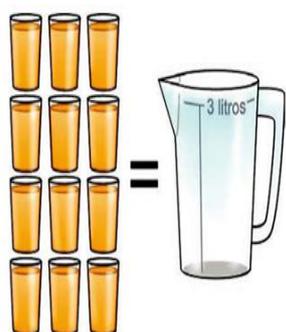
Divisão envolvendo frações

Para descobrir como se efetuam divisões com frações, vamos estudar algumas situações.

Quantos copos com capacidade igual a $\frac{1}{4}$ de litro cabem em uma vasilha com capacidade igual a 3 litros?

Para saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra, usamos a divisão: $3 \frac{1}{4} = ?$

Resolveremos essa divisão com o auxílio de figuras.

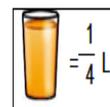


$$\frac{1}{4} \text{ cabe 12 vezes em 3, ou seja, } 3 \frac{1}{4} = 12$$

Repare que $3 \cdot 4 = 12$

inversa de $\frac{1}{4}$

Dividir por $\frac{1}{4}$ é o mesmo que multiplicar por 4, que é a inversa de $\frac{1}{4}$.



Potenciação e raiz quadrada de frações

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$14243$$

5 fatores iguais a 2.

Com frações, a ideia é a mesma.

Você se lembra de que a potenciação é uma multiplicação de fatores iguais?

Sabemos que $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$.

Veja algumas raízes quadradas de frações.

$$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7} \text{ porque } \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49} \quad \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} \text{ porque } \frac{1^2}{10^2} = \frac{1}{100}$$

Compreensão

1. Escreva na forma abreviada.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

Como se lê essa potência?

2. Calcule o valor das potências.

a) $\frac{4}{5}^2$ c) $\frac{1}{3}^5$ e) $\frac{1}{2}^4$

b) $\frac{1}{4}^3$ d) $\frac{9}{10}^2$ f) $\frac{9}{15}^1$

3. Calcule o valor de:

a) $\frac{3}{2}^2$ c) $\frac{2^4}{3}$

b) $\frac{2}{3}^4$ d) $\frac{2}{3}^4$

4. Calcule e compare com a unidade.

a) 1^6 c) $\frac{2}{5}^3$

b) $\frac{1}{5}^2$ d) $\frac{5}{2}^2$

5. Escreva os seguintes números em Ordem Crescente.

$$\frac{4}{3^2} \quad \frac{7}{6^0} \quad \frac{1}{3^3} \quad \frac{1}{6^2} \quad \frac{1}{2^4}$$

6. Calcule.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \sqrt{\frac{9}{4}} & \text{c)} \sqrt{\frac{1}{49}} & \text{e)} \sqrt{\frac{100}{81}} \\ \text{b)} \sqrt{\frac{49}{81}} & \text{d)} \sqrt{\frac{36}{64}} & \text{f)} \sqrt{\frac{1}{100}} \end{array}$$

Capítulo 23

Números Decimais

Notação Decimal

A necessidade dos seres humanos de registrar números que não são inteiros é muito antiga.

As frações foram criadas para que esses números pudessem ser registrados.

E das frações decimais, lembra-se? São aquelas que têm como denominador uma potência de base 10, como 10, 100, 1 000 etc.

Pois bem, no século XVI novas formas de registro foram criadas para representar essas frações, utilizando as regras do sistema de numeração decimal.

Essas ideias foram aperfeiçoadas e hoje funcionam assim:

O Sistema Decimal é posicional, isto é, o valor do algarismo depende da posição que ele ocupa no numeral.

... Unidades de milhar Centenas Dezenas Unidades ...

Cada ordem vale dez vezes a ordem que está imediatamente à sua direita, ou cada ordem é a décima parte da ordem que está imediatamente à sua esquerda.

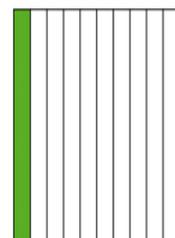
Se prosseguirmos com o mesmo padrão, criando ordens à direita da unidade, teremos:

... Unidades Décimos Centésimos Milésimos Décimos de milésimos ...

Coloca-se uma vírgula para separar a parte inteira da parte fracionária.

Registramos a décima parte da unidade como 0,1, que é a representação decimal de $\frac{1}{10}$:

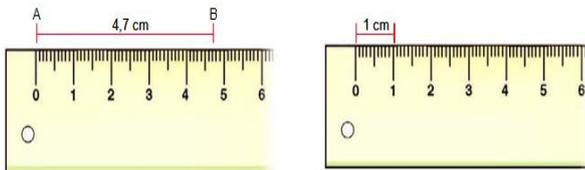
$$\frac{1}{10} = 0,1 \text{ (um décimo ou zero vírgula um)}$$



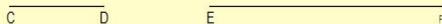
Números Decimais e o Registro de Medidas

Usamos os números decimais para registrar medidas não inteiras. Veja as situações a seguir.

Registramos a medida do segmento AB, em centímetros, com um número decimal: 4,7 cm.



Meça com uma régua e registre em seu caderno as medidas em centímetros dos segmentos CD e EF.



A balança está marcando 1,2 kg — quilograma

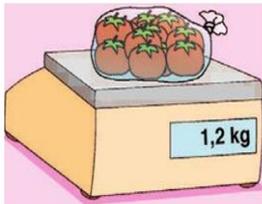
$$1,2 = 1 \cdot 10^{-2}$$

Como 1 kg tem 1 000 g — grama

10^1 de kg tem 100 g

10^2 de kg tem 200 g

Então 1,2 kg corresponde a 1 kg e 200 g.

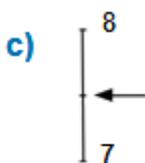
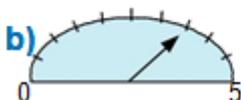
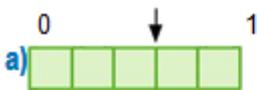


Os termômetros medem temperaturas. Este, ao lado, é usado para medir a temperatura ambiente, geralmente expressa em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

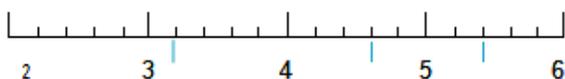
Se dividirmos 1 $^{\circ}\text{C}$ em 10 partes iguais, obteremos décimos de grau. Cada parte corresponderá a 0,1 $^{\circ}\text{C}$.

Compreensão

1. Indique o Número Decimal correspondente às setas.



2. Desenhe a reta e indique os pontos A, B e C, que correspondem a 3,2; 4,6 e 5,4.



3. Complete as sequências abaixo.

a) 4,5 - 5,0 - 5,5 - _____ - _____

b) 1,3 - _____ - 0,7 - _____ - 0,4 - _____

c) 0,01 - _____ - 1 - 10 - 100

4. Você já sabe: 2,5 cm significam dois centímetros e meio.

a) O que significa 3,5 kg?

b) O que significa 1,5 dia?

5. Um posto de combustível anuncia o preço da gasolina por 2,498 reais o litro. Isso significa que o posto vende a gasolina a 2 reais e

a) 0,498 décimos de real.

b) 0,498 centésimos de real.

c) 498 centésimos de real.

d) 498 milésimos de real.

6. A temperatura normal de Rosa é 37 graus. Ela ficou gripada e observou que estava com 37,9 graus de temperatura. Tomando um antitérmico receitado pelo médico, sua temperatura baixou meio grau. Em que valor chegou a temperatura de Rosa?

7. Leia o texto e escreva os números destacados, usando algarismos e vírgula.



Em uma consulta, o médico examinou Gustavo: ele tem um metro e cinquenta e três centímetros de altura, pesa quarenta e seis quilos e meio e está com trinta e oito graus e um décimo de febre (em graus Celsius).

8. Indique entre quais números naturais consecutivos se situa cada um dos números.

a) 2,5 _____

b) 8,34 _____

c) 0,7 _____

Capítulo 24

Adição e Subtração de Números Decimais

Dona Sílvia vai ao banco pagar as contas do mês. Para saber quanto ela gastará no total, fazemos:

The image shows several bank checks from 'Banco Itaú' and a chalkboard with a math problem. The chalkboard shows the addition of 28,36 and 64,30, resulting in 92,66. The text on the chalkboard explains the regrouping process: 5 centésimos + 8 centésimos = 13 centésimos, which is regrouped as 13 centésimos = 1 décimo e 3 centésimos.

Devemos somar centésimos com centésimos, décimos com décimos, unidades com unidades e assim por diante. Isso fica mais fácil se colocarmos vírgula embaixo de vírgula.

Dona Sílvia tem no banco R\$ 456,78. Se ela pagar as contas com esse dinheiro, quanto lhe sobrar?

The chalkboard shows the subtraction of 132,93 from 456,78. The result is 323,85. The text on the chalkboard shows the calculation: $456,78 - 132,93 = 323,85$.

Como não é possível tirar 9 décimos de 7 décimos, trocamos 1 unidade por 10 décimos.

$$17 - 9 = 8$$

Compreensão

1. Calcule mentalmente e anote os resultados.

- $12 + 0,7$ _____
- $4,8 + 11,2$ _____
- $15 - 0,5$ _____
- $6 - 1,5$ _____
- $27 + 3,2$ _____
- $1,71 + 0,09$ _____
- $15,8 - 0,8$ _____
- $0,05 + 2,95$ _____
- $34 + 0,06$ _____
- $8 - 0,01$ _____

2. (Saresp) Observe a tabela de preços desta lanchonete.

Lanches	
Mortadela	R\$ 1,80
Queijo	R\$ 2,00
Cachorro-quente	R\$ 1,70
Hambúrguer	R\$ 2,20

Sorvetes	
Abacaxi	R\$ 1,50
Coco	R\$ 1,60
Chocolate	R\$ 1,70
Lindo	R\$ 1,75

Sucos	
Laranja	R\$ 2,00
Maracujá	R\$ 2,50
Caju	R\$ 2,20
Melão	R\$ 2,30

Calcule mentalmente: quanto você iria gastar se comprasse o lanche, o sorvete e o suco mais baratos?

3. Considere os números.

- 14 7,009 1,6 15,2 6,13

Calcule:

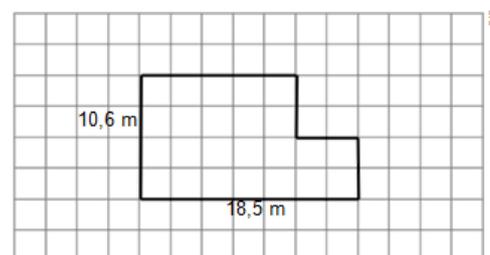
a) A soma dos dois números menores

b) A soma dos dois números maiores

c) A soma do número maior com o menor

4. Na hora de registrar o valor da minha compra, que foi de R\$ 9,15, o dono da padaria se enganou e trocou o 1 pelo 7. Quanto ele me cobrou a mais?

5. Qual é o perímetro do terreno?



Capítulo 25

Multiplicação de Números Decimais



Se o quilograma do queijo prato custa R\$ 9,64, quanto se paga por 2 kg desse queijo?

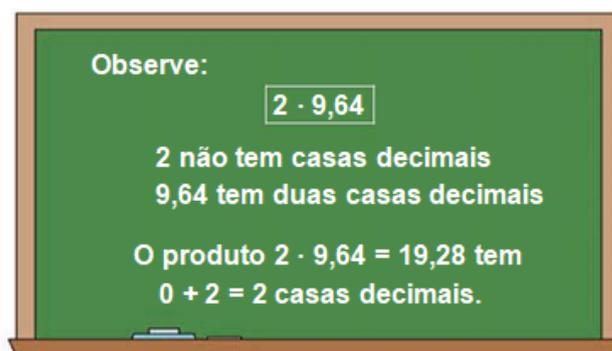
Para saber, temos de efetuar $2 \cdot 9,64$.

Fazemos com facilidade $2 \cdot 964 = 1\,928$

Como $964 = 9,64 \cdot 100$, o preço obtido é 100 vezes maior que o correto.

$$1\,928 : 100 = 19,28$$

Portanto, paga-se R\$ 19,28 por 2 kg desse queijo.



E quanto custa 1,6 kg do mesmo queijo?

Mais uma vez devemos multiplicar a quantidade de queijo pelo preço do quilo.

$$1,6 \cdot 9,64$$

Fazemos $16 \cdot 964 = 15\,424$

Como $16 = 1,6 \cdot 10$ e $964 = 9,64 \cdot 100$, o preço obtido é 1 000 vezes maior que o correto.

$$15\,424 + 000 = 15,424$$

Então, arredondando os centavos, 1,6 kg do queijo custa R\$ 15,42.

Observe:

- ✓ 1,6 tem 1 casa decimal
- ✓ 9,64 tem 2 casas decimais
- ✓ O produto $1,6 \cdot 9,64 = 15,424$ tem 3 casas decimais.

6. (UFRJ) Pedi R\$ 30,00 emprestados a José Marco. Uma semana depois, devolvi R\$ 22,00, mas acabei precisando recorrer novamente ao amigo, que me emprestou outros R\$ 15,00. Acabo de pagar R\$ 19,50 a José Marco. Qual é minha dívida atual com ele?

7. Uma das atividades favoritas de Rodolfo é andar de bicicleta. Mas, depois de tantas pedaladas, sua "máquina voadora" precisa de manutenção. Veja os gastos de Rodolfo com o conserto de sua bicicleta.

Beto Bicycletas	
Orçamento	
peças	R\$ 15,99
pneus	R\$ 4,03
polimento	R\$ 8,56
mão de obra	R\$ 11,34

a) Qual é o valor total do conserto?

b) Rodolfo pagou com uma nota de R\$ 50,00. Quanto ele recebeu de troco?

c) Escreva o valor do troco por extenso.

Vamos multiplicar 2 por um número menor que 1, como 0,8, por exemplo: $2 \cdot 0,8 = 1,6$.

O produto 1,6 é menor que 2.

Use a calculadora para efetuar $84,5 \cdot 0,38$.

O produto obtido é maior ou menor que 84,5?

Discuta com os colegas: o que acontece com o produto quando multiplicamos um número por outro menor que 1?

Compreensão

1. Quanto é:

a) o dobro de 0,65?

b) o triplo de 9,5?

c) 20 vezes 13 centésimos?

d) 3 vezes 175 milésimos?

2. Um teste é composto de três partes. Cada item da parte A vale 0,5 ponto, cada item da parte B vale 1,0 ponto e cada item da parte C vale 0,25 ponto. Mauro acertou três itens da parte A, quatro itens da B e cinco itens da C. Qual foi sua nota no teste?

3. A padaria estava fazendo a seguinte oferta na venda de pães:

Pão de coco

Unidade: R\$ 0,45

Leve 6 e pague 5

Gustavo aproveitou a oferta e levou 14 pães. Quanto ele pagou?

4. Carolina foi à padaria com R\$ 20,00 e comprou 11 pães de queijo, uma bandeja de iogurte, 12 kg de queijo e 3 litros de leite. Com base nos preços dos produtos abaixo, qual foi o troco que Carolina recebeu?

Produto	Preço (R\$)
Leite (litro)	1,95
Iogurte (bandeja)	3,75
Pão de queijo (unidade)	0,48
Queijo (kg)	9,00

5. Uma companhia de telefonia celular cobra R\$ 0,29 por minuto em ligações locais para outros celulares e R\$ 1,87 por minuto em ligações a distância. Roberta fez 8 ligações locais para outros celulares de 2,5 minutos cada e 2 ligações a distância de 0,5 minuto cada. Levando-se em conta apenas o preço do minuto em cada ligação, quanto Roberta vai pagar à companhia telefônica?

6. (CPII-RJ) No lançamento do sabão BOM, o fabricante fez a seguinte promoção:



Suponha que o poder de limpeza do sabão BOM seja idêntico ao do sabão UNO, cuja caixa de 500 gramas custa R\$ 1,60.

Assinale a opção mais vantajosa (justifique sua resposta).

a) Comprar duas caixas do sabão BOM (em promoção).

b) Comprar quatro caixas de 500 gramas do sabão UNO.

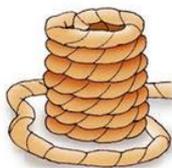
Capítulo 26

Divisão de Números Naturais com quociente decimal

Suponha que tenhamos uma corda com 31 metros de comprimento e precisemos cortá-la em 5 pedaços de mesmo comprimento.

A operação a ser feita é $31 : 5$.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5 \overline{) 31} \\ \underline{30} \\ 1 \end{array}$$



Usando somente os números naturais, obtemos quociente 6 e sobra 1 unidade. Mas agora que conhecemos os números decimais, podemos prosseguir a divisão: 1 unidade = 10 décimos.

10 décimos divididos por 5 resultam 2 décimos, e o resto é zero.

Veja, a seguir, como fica a divisão.

$$\begin{array}{r} 6,2 \\ 5 \overline{) 31,0} \\ \underline{30} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Colocamos a virgula, pois o algarismo 2 deve estar na casa dos décimos.

Essa divisão tem quociente decimal.

Cada parte da corda deve ter 6,2 metros de comprimento.

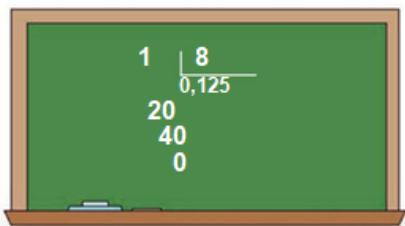
Se quiséssemos dividir a mesma corda em 4 partes de comprimentos iguais, faríamos $31 : 4$.

$$\begin{array}{r} 7,75 \\ 4 \overline{) 31,00} \\ \underline{28} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

31 dividido por 4 dá 7 e sobram 3 unidades
3 unidades = 30 décimos
30 décimos divididos por 4 dá 7 décimos e sobram 2 décimos
2 décimos = 20 centésimos
20 centésimos divididos por 4 dá 5 centésimos e resto zero

Cada parte deveria ter 7,75 metros de comprimento.

E quando o dividendo é menor que o divisor, como em $1 : 8$?



Como 1 é menor que 8, colocamos zero unidade no quociente, fazemos 1 unidade = 10 décimos e prosseguimos como nos exemplos anteriores.

Divisão de Números Decimais

Vimos que, numa divisão, o quociente não se altera quando multiplicamos dividendo e divisor por um mesmo número natural que não seja zero.

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ \underline{0} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 240 \overline{) 60} \\ \underline{240} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 480 \overline{) 120} \\ \underline{480} \\ 0 \end{array} \quad \text{etc.}$$

x3 x3 x10 x10 x2 x2

Usaremos essa propriedade e mais os conhecimentos sobre multiplicação por 10, 100, 1 000,...

Para efetuar divisões entre Números Decimais.

Veja exemplos:

$$2,4 : 1,6 = \underline{\quad}$$

Se multiplicarmos 2,4 por 10 e 1,6 também por 10, o quociente não se altera e ficamos com uma divisão de números naturais que já sabemos resolver.

$$2,4 : 1,6 = 24 : 16 = 1,5 \quad \begin{array}{r} 24 \overline{) 16} \\ \underline{15} \end{array}$$

$$15,12 : 2,7 = \underline{\quad}$$

Para ficarmos com uma divisão entre números naturais devemos multiplicar o dividendo e o divisor por 100.

$$15,12 : 2,7 = 1512 : 270 = 5,6 \quad \begin{array}{r} 1512 \overline{) 270} \\ \underline{1620} \\ 56 \end{array}$$

$$3,2 : 5 = \underline{\quad}$$

Multiplicamos dividendo e divisor por 10.

$$3,2 : 5 = 32 : 50 = 0,64 \quad \begin{array}{r} 32 \overline{) 50} \\ \underline{30} \\ 20 \end{array}$$

$$0,8 : 0,004 = \underline{\quad}$$

Multiplicamos dividendo e divisor por 1 000.

$$0,8 : 0,004 = 800 : 4 = 200$$

O quociente de dois números decimais pode ser um número natural!

Compreensão

1. Quatro amigos foram jantar num restaurante e gastaram R\$ 51,00. Dividiram a despesa em partes iguais. Quanto pagou cada um?

2. Observe a tabela abaixo. Note que está incompleta.

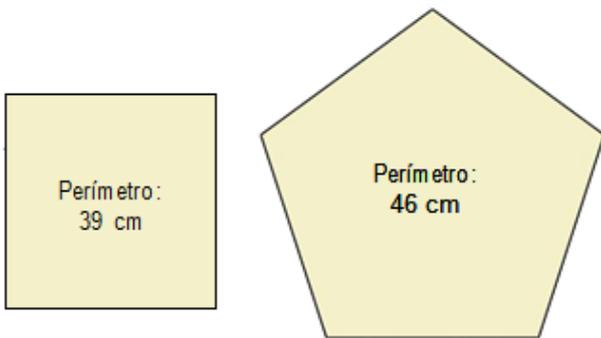
Produto	Preço Unitário (R\$)	Preço	Quantidade total R\$
Leite		10	12,30
Borracha	0,65	12	
Margarina		6	13,50
Pão de Queijo	1,30		7,80

Quanto vou gastar comprando uma unidade de cada produto da tabela?

3. Calcule.

- a) $7,2 : 1,8 =$ _____
- b) $13,5 : 5 =$ _____
- c) $72 : 0,09 =$ _____
- d) $5,6 : 0,7 =$ _____
- e) $144 : 0,25 =$ _____
- f) $3,6 : 5 =$ _____

4. Na figura estão representados polígonos regulares dos quais se conhece o perímetro.



Qual é a medida do lado de cada figura?

5. Calcule mentalmente.

- a) $0,76 : 10 =$ _____
- b) $0,76 : 0,1 =$ _____

c) $0,76 : 100 =$ _____

d) $0 : 9,8 =$ _____

e) $0,76 : 1000 =$ _____

f) $4,2 : 0,6 =$ _____

6. João usou 561 metros de arame para cercar um terreno. A cerca ficou com 4 voltas de arame. Qual é o perímetro desse terreno?

7. No supermercado Tudo Barato, a garrafa do refrigerante Pek Cola de 2 litros custa R\$ 2,89. Mais adiante, em outra gôndola (prateleira), há uma tabuleta indicando:



Há desconto na compra de 6 refrigerantes? Justifique sua resposta.

8. Veja os preços das fotocópias numa papelaria:

Cópia	Preço (R\$)
Simples	0,15
Colorida	2,40

Eu tinha R\$ 10,00 e pedi 3 cópias coloridas de uma gravura. Com o dinheiro restante, quantas cópias simples poderei pagar?

Capítulo 27

Porcentagens

Porcentagem

Se você abrir o jornal de hoje, provavelmente encontrará dados representados por meio de porcentagens.

Aprender porcentagens e os cálculos relacionados a elas nos ajuda a entender e utilizar melhor essas informações.



O símbolo % se identifica com centésimos. Veja exemplos:

$$\frac{85}{100} = 85\%$$

Lê-se: oitenta e cinco por cento.

$$\frac{12}{100} = 12\%$$

Lê-se: doze por cento.

$$\frac{7}{100} = 7\%$$

Lê-se: sete por cento.

$$\frac{63}{100} = 63\%$$

Lê-se: sessenta e três por cento.

Frações de denominador 100 podem ser escritas na forma de porcentagem: $\frac{79}{100} = 79\%$.

E 100% (cem por cento), quanto é?

Quando lemos um anúncio como este ao lado, sabemos que as mercadorias estão sendo vendidas pela metade do preço. Por quê?

Porque se 100% é o total, 50% é a metade do total.

Observe: $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

Para calcular 50% de um total, basta dividi-lo por 2.

50% de 30 é 15, porque $30 : 2 = 15$

50% de 46 é 23

Como calcular 25% de um número?

Para calcular 25% de um número, basta dividi-lo por 4, pois $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

25% de 12 é 3, porque $12 : 4 = 3$

25% de 200 é 50, porque $200 : 4 = 50$

25% de 26 é 6,5, porque $26 : 4 = 6,5$

25% de 3 é 0,75, porque $3 : 4 = 0,75$

25% corresponde à quarta parte do total

10% de um valor

Agora, imagine-se aproximando do caixa de uma loja e vendo o aviso ao lado.

Como sua compra soma R\$ 20,00, você calcula:

$20 : 10 = 2$, e conclui que terá R\$ 2,00 de desconto se pagar a compra à vista.

Você sabe por que, para calcular 10% de um valor, basta dividi-lo por 10?

Porque $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

10% corresponde à décima parte do total

10% de 50 é 5

10% de 160 é 16

Misto Quente

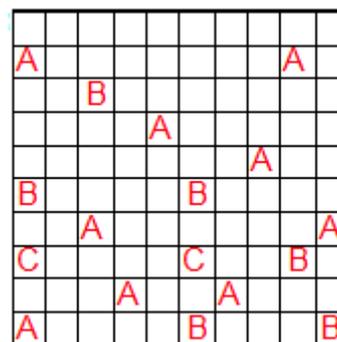


10% de 178 é 17,8

10% de 9 é 0,9

Compreensão

1. Relativamente ao número total de quadradinhos na figura abaixo, qual é a porcentagem dos quadradinhos:

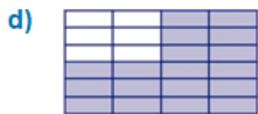
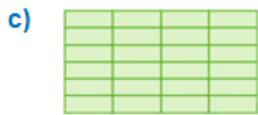
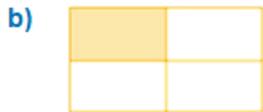


Com letra A?

Com letra B?

Com letra C?

2. Represente, com fração e na forma de porcentagem, a parte colorida de cada uma das figuras:



3. Escreva cada fração na forma de porcentagem

a) $\frac{47}{100}$ _____

b) $\frac{2}{5}$ _____

c) $\frac{7}{20}$ _____

d) $\frac{3}{25}$ _____

4. Escreva cada porcentagem na forma de fração irredutível.

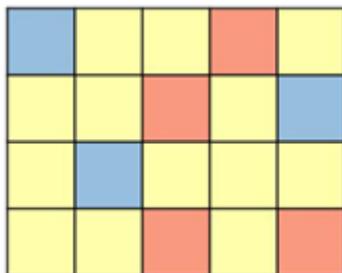
a) 20% _____

b) 45% _____

c) 5% _____

d) 80% _____

5. Escreva a porcentagem dos quadrados vermelhos, dos amarelos e dos azuis.



6. A geleia de morango contida na embalagem abaixo tem 28% de açúcar.



a) O que significa a expressão 28% de açúcar?

b) Qual é o peso do açúcar contido nessa embalagem de geleia?

7. Quanto é? Calcule mentalmente e anote os resultados.

50% de 600 reais

a) 25% de 4 000 reais _____

b) 10% de 2 800 reais _____

c) 20% de 2 800 ovos _____

d) 1% de 2 800 ovos _____

e) 100% de 350 gramas _____

Capítulo 28

Forma decimal das porcentagens

Como identificamos o símbolo % com centésimos, as porcentagens podem ser escritas na forma decimal.

$$35\% = \frac{35}{100} = 0,35 \quad 8\% = \frac{8}{100} = 0,08 \quad 40\% = \frac{40}{100} = 0,40 = 0,4$$

A forma decimal das porcentagens é bastante utilizada, principalmente para calcular porcentagens na calculadora.

Para calcular 43% de 200, na calculadora, basta fazer $0,43 \cdot 200$. Observe por quê:

$$43\% = \frac{43}{100} = 0,43$$

$$43\% \text{ de } 200 = 43\% \cdot 200 = 0,43 \cdot 200$$

A palavra **de**, indica multiplicação, então, 43% de 200 = 86.

Falando de calculadoras...

A maioria delas possui a tecla %. Como usá-la? Digamos que você queira calcular 17% de 150:

- ✓ Digite 150;
- ✓ Pressione a tecla 3 da multiplicação;
- ✓ Digite 17;
- ✓ Pressione a tecla %.

Aparecerá no visor o resultado: 25,5.

Use a calculadora e a tecla de porcentagem para determinar:

- ✓ 32% de 180;
- ✓ 6% de 25.

Capítulo 29

Medidas

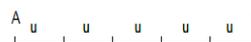


O que é medir?

Veja, ao lado, várias situações que envolvem medidas. Em todas elas temos um número acompanhado de uma unidade de medida.

Medir é comparar. A unidade de medida o padrão com o qual comparamos o que queremos medir.

A medida depende da unidade utilizada. Vamos medir o segmento AB. Acompanhe:



Usando o comprimento u como unidade de medida, temos $AB = 5 u$.



Usando o comprimento d como unidade de medida, temos $AB = 2,5 d$.

Escolham dois colegas para medir o comprimento da sala de aula. Eles devem usar o próprio passo como unidade de medida.

As medidas obtidas foram iguais? Por quê?

O passo é uma boa unidade de medida?

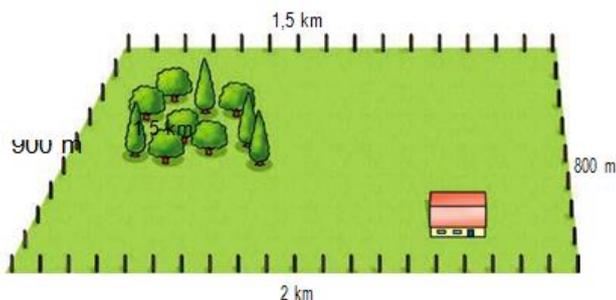


Se quero medir uma massa, comparo-a com outra massa tomada como unidade de medida.

Conversões entre unidades de medida de comprimento

Quilômetro e metro

Veja, ao lado, um desenho representando a chácara do senhor Siqueira. Para calcular quantos metros de arame são necessários para cercá-la, ele precisa somar as medidas de seu contorno. Só que não podemos operar com medidas que estão em unidades diferentes! É preciso convertê-las para a mesma unidade.



Fazer conversões entre as principais unidades de medida de comprimento do sistema métrico decimal não é difícil. Veja:

- ✓ 1 km = 1 000 m
- ✓ 2 km = 2 000 m
- ✓ 3 km = 3 000 m, e assim por diante.

Para converter uma medida de quilômetros para metros, basta multiplicá-la por 1 000.

Multiplicar por 1 000 equivale a deslocar a vírgula três posições para a direita. Veja os exemplos:

- ✓ 1,5 km = 1 500 m
- ✓ 0,075 km = 75 m
- ✓ 8,26 km = 8 260 m

Então, para saber quantos metros de arame são necessários para cercar a chácara do senhor Siqueira, transformamos as medidas 1,5 km e 2 km em metros e calculamos o perímetro.

$$2\ 000\text{ m} + 1\ 500\text{ m} + 800\text{ m} + 900\text{ m} = 5\ 200\text{ m}$$

Portanto, o perímetro dessa chácara é de 5 200 metros, e, se a cerca tiver somente uma volta, serão necessários 5 200 metros de arame.

Para escrever em quilômetros o perímetro de 5 200 metros, basta dividir 5 200 por 1 000:

$$5\ 200\text{ m} = 5,2\text{ km}$$

Para converter uma medida de metros para quilômetros, basta dividi-la por 1 000, o que equivale a deslocar a vírgula três posições para a esquerda!

Metro e centímetro

Dona Marta pretende contornar esta toalha com renda. Assim como o senhor Siqueira, ela precisa converter as medidas a uma mesma unidade para calcular o perímetro da toalha e comprar a metragem correta de renda.



Agora estamos trabalhando com centímetros e metros:

- ✓ 1 m = 100 cm
- ✓ 2 m = 200 cm
- ✓ 3 m = 300 cm, e assim por diante.

Para converter uma medida de metros para centímetros, basta multiplicá-la por 100.

E de centímetros para metros?

Não precisa nem falar, porque já entendi: para converter uma medida de centímetros para metros, devo dividir por 100, certo?

É isso mesmo! Veja exemplos:

- ✓ 38 cm = 0,38 m
- ✓ 70 cm = 0,7 m
- ✓ 125 cm = 1,25 m
- ✓ 3 cm = 0,03 m

Com essas informações podemos calcular quantos metros de renda dona Marta precisa comprar:

$$80\text{ cm} = 0,8\text{ m}$$

Então, ela precisa comprar 5,6 m de renda.

Agora é com você e seus colegas:

$$1\text{ m} = 1\ 000\text{ mm}$$

Como se faz para converter uma medida:

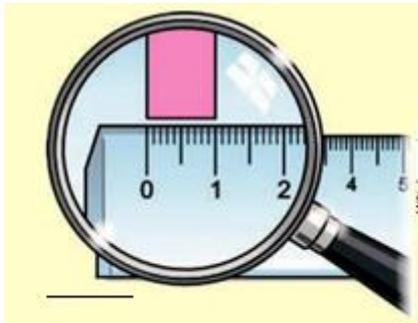
De metros para milímetros?

De milímetros para metros?

Quantos:

Milímetros há em 3 centímetros?

Centímetros há em 50 mm?



Medindo Superfícies

Quando se coloca carpete no piso de uma sala, forra-se a superfície desse piso.

Sua volta, você pode observar várias superfícies: no tampo de uma mesa, na folha do caderno, no vidro da janela, nas paredes.

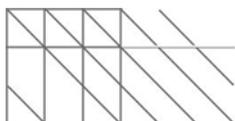
Uma superfície pode ser medida. A medida de uma superfície é a sua área. Sabendo a área da sala, por exemplo, podemos comprar a quantidade correta de carpete, evitando a falta ou o desperdício de material.

Se para medir comprimentos utilizamos um comprimento como unidade de medida, para medir superfícies a unidade de medida deve ser uma superfície.

Tomando como unidade de medida, o quadrado u , a área da figura abaixo é de $15 u$, pois a unidade de medida cabe exatamente 15 vezes na superfície da figura.

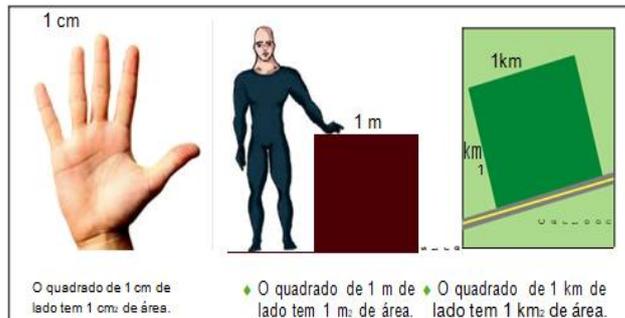
Se a unidade de medida for o triângulo , a

área da figura é de 30 , pois cabem exatamente 30 desses triângulos na superfície da figura.



Podemos escolher outras superfícies como unidade de medida. No entanto, no sistema métrico decimal existem padrões para medidas de área.

A unidade fundamental de área nesse sistema é o metro quadrado (m^2), que é a superfície ocupada por um quadrado de 1 metro de lado. Também são usados o centímetro quadrado (cm^2) o quilômetro quadrado (km^2). Visualize no quadro a seguir essas unidades:



Então o quadrado de 1 mm de lado tem $1 mm^2$ de área! Você consegue imaginar esse quadrado?



O Brasil ocupa uma área de $8\,547\,404 km^2$. Isso significa que se fosse possível “forrar” o solo brasileiro com quadrados de 1 km de lado, seriam necessários $8\,547\,404$ quadrados.

Que unidade de medida você usaria para medir a área:

Da capa do seu caderno?

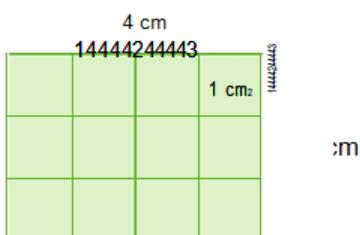
Do piso da sala de aula?

Do estado do Amazonas?

Pisos cerâmicos, azulejos, carpetes, alguns tipos de tapetes etc. são vendidos por metro quadrado (m²) porque se destinam a cobrir superfícies. Reúna-se com alguns colegas e procurem anúncios desses tipos de produtos em jornais, revistas ou folhetos. Colem os anúncios em uma folha de cartolina e exponham na sala de aula.

A área do retângulo

Quantos quadrados de 1 cm de lado cabem no retângulo abaixo?



Temos 3 fileiras de 4 quadrados cada:

$3 \cdot 4 = 12$ quadrados de 1 cm de lado A área deste retângulo é $A = 12 \text{ cm}^2$.

3 cm Repare que, para calcular a área de um retângulo, basta multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura. Se chamarmos o comprimento de c e a largura de, teremos:

$$A_{\text{retângulo}} = c \cdot l$$

Como no quadrado o comprimento é igual à largura, a área do quadrado de lado l é:

$$A_{\text{quadrado}} = l^2$$

Pense e responda.

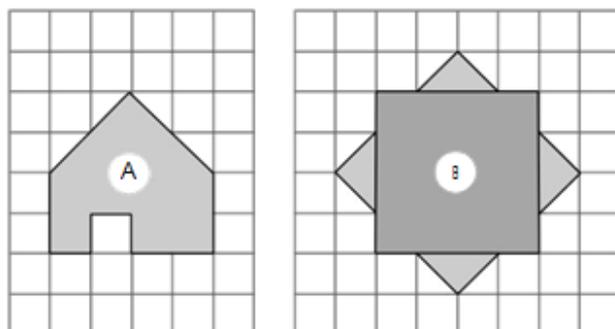
Com esta lata de tinta pode-se pintar 30 m² de superfície. Será que 1 lata é suficiente para pintar um muro retangular de 8 m de comprimento por 3 m de altura?

Numa loja, os tapetes são vendidos por metro quadrado. Um tapete quadrado de 3 m de lado custa o mesmo que um tapete retangular de 4,5 m por 2 m. Você sabe dizer por quê?

A franja usada no contorno dos tapetes é vendida por metro. Os dois tapetes vão consumir a mesma metragem de franja?

Compreensão

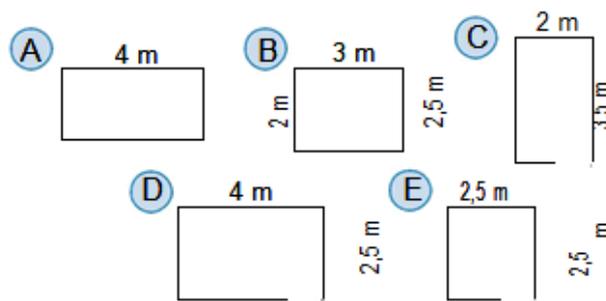
1. Se a área de um quadradinho é 1 cm², calcule e escreva.



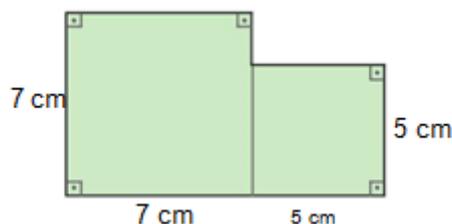
a) a área de A.

b) a área de B.

2. (SEE-RJ) As normas de arquitetura recomendam que um quarto de uma moradia tenha, no mínimo, 9 m². Qual das plantas abaixo representa um quarto que satisfaz a essa norma?



3. Calcule a área da figura e anote-a.

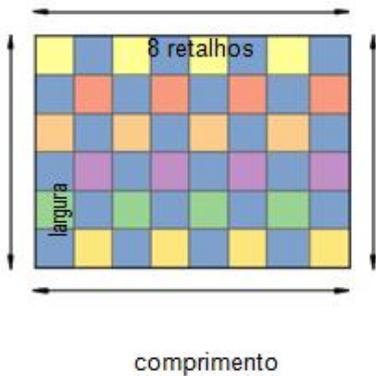


4. Quanto custa este anúncio no jornal, sabendo-se que 1 cm² de publicidade custa R\$ 2,50?



6 cm

5. Uma costureira confecciona 15 toalhas de retalhos por semana. Todos os retalhos têm formato de um quadrado de 30 cm de lado.



Observe as medidas da toalha e responda:

a) Quantos retalhos são utilizados na confecção de uma toalha?

b) Qual é, em centímetros, o comprimento da toalha?

c) Qual é, em centímetros, a largura da toalha?

d) Quantos metros quadrados de tecido são necessários para confeccionar uma toalha?

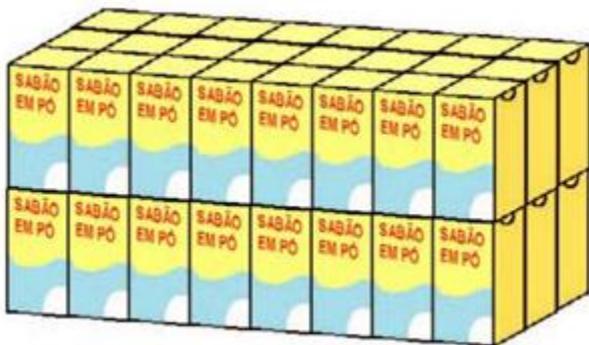
e) Quantos metros quadrados de tecido são necessários para confeccionar as toalhas de uma semana?

6. Uma casa possui 5 janelas, cada uma com 6 vidros retangulares de 30 cm de largura por 45 cm de comprimento cada um. Qual valor será gasto para colocar vidro em todas as janelas, sabendo-se que o m² de vidro custa R\$ 80,00?

Capítulo 30

Volumes

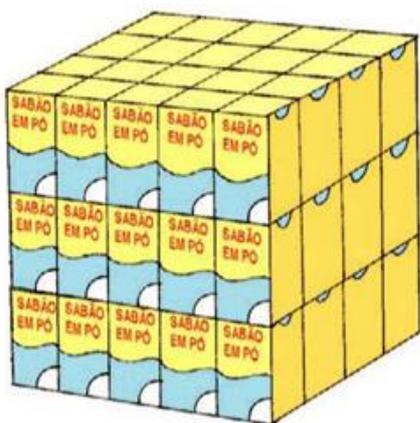
Nos supermercados é comum encontrarmos produtos empilhados.



Quantas caixas de sabão em pó há nesta pilha?

- ✓ A pilha tem 2 camadas.
- ✓ Cada camada tem $8 \cdot 3 = 24$ caixas.

Então temos no total 48 caixas de sabão, pois $2 \cdot 24 = 48$.



Usando o mesmo raciocínio, calcule o número de caixas desta outra pilha.

Qual dos dois empilhamentos ocupa maior volume?

Volume da 1ª pilha = 48 caixas.

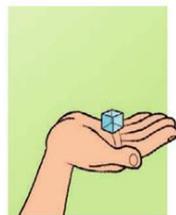
Volume da 2ª pilha = 60 caixas.

A segunda pilha tem maior volume.

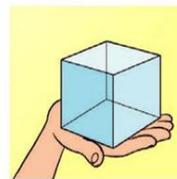
Ao comparar o volume das duas pilhas, usamos como referência o volume de uma caixa de sabão. Nesse caso, o volume da caixa de sabão foi usado como unidade de medida do volume de cada empilhamento. No entanto, existem unidades de medida mais adequadas para medir o espaço ocupado por algo, ou seja, o volume.

Se para medir superfícies usamos a superfície de quadrados como padrão, para medir o espaço ocupado usaremos como padrão o volume de cubos.

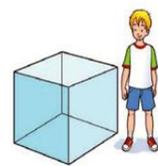
Então o volume de um objeto é a medida do espaço que ocupa.



O cubo com aresta de 1 cm tem volume de 1 cm³.

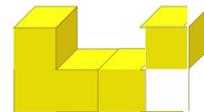


O cubo com aresta de 1 dm tem volume de 1 dm³.



O cubo com aresta de 1 m tem volume de 1 m³.

Volume do Bloco Retangular



Essas pilhas foram formadas com cubos de 1 cm de aresta. Elas têm formas diferentes, mas o mesmo volume.

Qual é esse volume em centímetros cúbicos? Se sua resposta foi 6 cm³, você acertou.

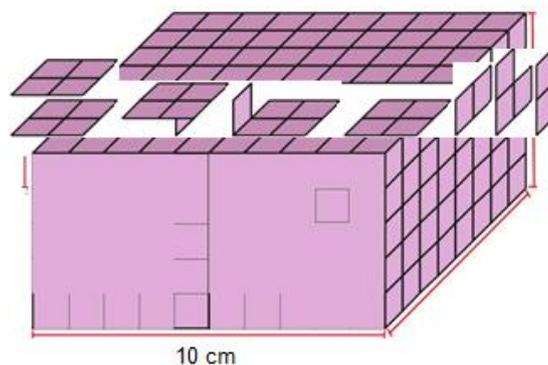
Desenhe em seu caderno outra pilha de forma diferente, mantendo o mesmo volume.

Será que para calcular, por exemplo, o volume de uma caixa em forma de bloco retangular teremos de preenchê-la com cubinhos de 1 cm³ e depois contá-los? Isso não seria muito prático.

Usaremos a ideia das camadas, como fizemos para contar as caixas de sabão empilhadas.

O bloco retangular da figura tem 5 cm de altura: temos 5 camadas de 1 cm.

Cada camada tem $10 \cdot 8 = 80$ cubinhos de 1 cm³.



Então o volume do bloco é:

$$V = 80 \cdot 5 = 400 \text{ cm}^3$$

O volume de qualquer bloco retangular pode ser calculado usando este raciocínio:

$V = \text{comprimento} \cdot \text{largura} \cdot \text{altura}$ ou $V = c \cdot l \cdot a$

14444244443 123

número de cubos por camada número de camadas

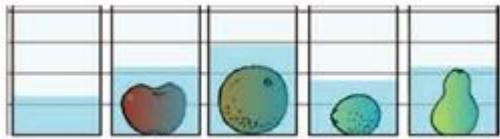
comprimento largura altura

Lembrando que o cubo tem todas as arestas com a mesma medida, ou seja, comprimento = largura = altura, podemos calcular seu volume fazendo:

$V = a \cdot a \cdot a = a^3$, em que a é a medida da aresta.

Compreensão

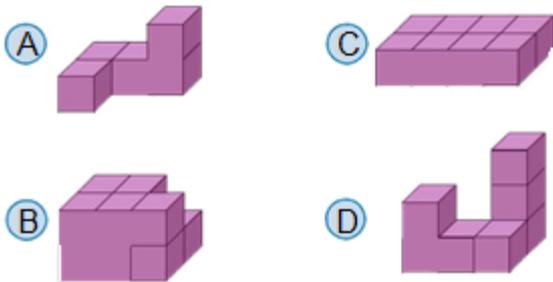
1. Em copos iguais com a mesma quantidade de água, mergulharam-se uma maçã, uma laranja, um limão e uma pera. Veja na figura o resultado dessa experiência.



a) Qual das frutas tem maior volume?

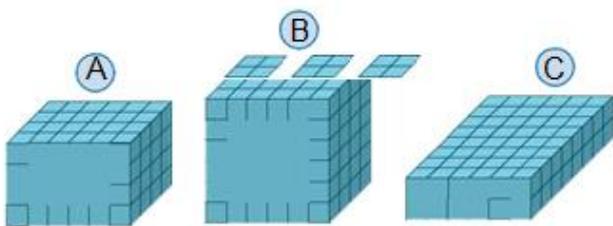
b) Há duas frutas que têm o mesmo volume? Quais são?

2. Um garoto fez várias construções com cubinhos todos iguais.



Qual construção ocupa mais espaço?

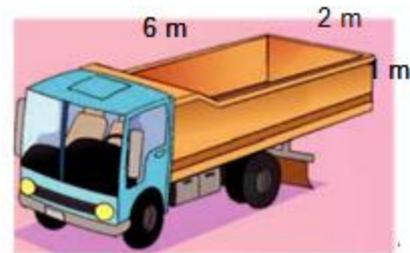
3. Os blocos retangulares da figura foram construídos com cubinhos todos iguais.



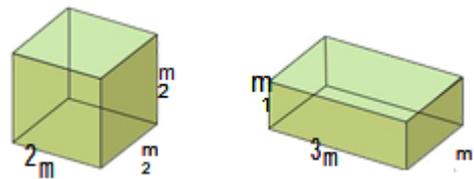
4. Uma caixa-d'água tem a forma de um cubo de 3 m de aresta. Qual é o volume dessa caixa?

5. Uma sala de aula tem as seguintes dimensões: 8 m de comprimento; 3,50 m de largura e 2,80 m de altura. Calcule, em m³, o volume da sala.

6. Um caminhão, como o da figura, é usado para transportar areia. Sabendo que a areia é comprada em metros cúbicos, quantas viagens faz o caminhão para entregar um pedido de 60 m³ de areia?

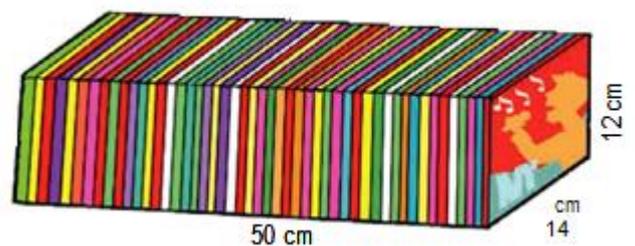


7. Observe as dimensões dessas duas caixas cheias de um mesmo produto químico.



A primeira custa R\$ 560,00 e a segunda, R\$ 480,00. Qual a embalagem mais econômica para o comprador?

8. Vanessa arrumou os seus 48 CDs, formando com eles o bloco retangular representado na figura.



a) Que volume ocupam os CDs de Vanessa?

b) Calcule o volume de cada CD.

Capítulo 31

Medidas de Massa

Quem tem mais massa: uma formiga ou um elefante?



Massa é a quantidade de matéria de um corpo.

A massa de um elefante é maior que a massa de uma formiga.

Para medir a massa de um corpo, devemos compará-la com uma massa padrão.

No sistema métrico decimal, as principais unidades de medida de massa são:

- ✓ o grama (g);
- ✓ o quilograma (kg).

$$1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$$



A milésima parte do grama é o miligrama, cujo símbolo é mg.

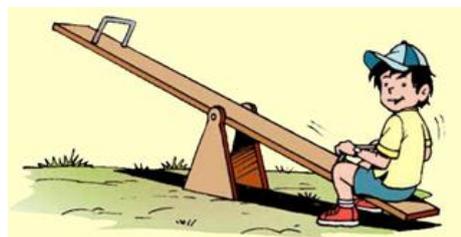
$$1 \text{ mg} = 0,001 \text{ g} \text{ ou } 1 \text{ g} = 1\,000 \text{ mg}$$



Na composição de remédios, por exemplo, é comum encontrarmos massas expressas em miligramas.

Pense e responda.

Que massa, colocada no outro extremo da gangorra, poderia equilibrar o menino?



- a) Uma massa de 30 g.
- b) Uma massa de 300 mg.
- c) Uma massa de 3 000 g.
- d) Uma massa de 30 kg.

A tonelada (t) é utilizada para registrar massas grandes, como a carga de um caminhão ou de um navio.

$$1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$$

Ainda podemos citar duas unidades que não são do sistema métrico decimal, mas aparecem com frequência nas atividades agropecuárias: a saca e a arroba.

A saca aparece no comércio de grandes quantidades de grãos, como soja, feijão e milho.

$$1 \text{ saca} = 60 \text{ kg}$$

A carne bovina é vendida no atacado por arroba.

$$1 \text{ arroba} = 15 \text{ kg}$$

As variações dos preços de produtos agropecuários costumam ser divulgadas em jornais, em tabelas como esta:

AGROPECUÁRIA			
Mercado interno			
Produtos	Ontem	Dia	Há um mês
Soja*	24,50	24,40	20,90
Milho*	14,80	14,80	13,80
Boi gordo**	43,50	43,50	42,00

(*) R\$ por saca de 60 kg na Bolsa de Cereais de São Paulo;
 (**) R\$ por arroba.

Fonte: Folha de S.Paulo, 4 jun. 2002.

Peso não é sinônimo de massa!

O peso de um corpo é a força com que um planeta, estrela etc. atrai esse corpo. O peso de um corpo depende da gravidade!

Você já viu em filmes como os astronautas ficam “mais leves” na Lua? Isso acontece porque a gravidade na Lua é menor do que na Terra. Por consequência, o peso dos astronautas na Lua é menor do que na Terra. No entanto, a massa (quantidade de matéria) do astronauta é a mesma em qualquer lugar.

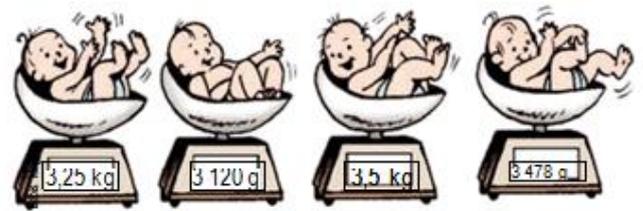
Como vivemos todos na Terra, ou seja, estamos todos sujeitos à mesma gravidade, é comum usar a palavra peso em vez de massa:

Meu peso é de 54 kg. O correto seria dizer:

Minha massa é de 54 kg.

Compreensão

1. Coloque em ordem crescente a massa dos bebês.



2. O pai de Carlos comprou 2,5 kg de laranja, 1,3 kg de pera e 850 g de maçã. Poderá transportar as compras num saco que só suporta 5 kg?

3. A mãe de Rúbia comprou:

2 kg de banana a R\$ 1,27 o kg;
 3,8 kg de laranja a R\$ 0,90 o kg;
 1,5 kg de maçã a R\$ 1,48 o kg.

Quanto gastou a mãe da Rúbia?

4. Qual produto é mais leve?



5. Em quase todos os produtos vendidos em embalagens aparecem as inscrições “peso líquido” e “peso bruto”. E o que é isso? Veja:

Peso bruto: massa do produto com a embalagem.

Peso líquido: massa somente do produto.

Com base nessa informação, responda:

Uma lata de doce tem peso bruto de 10 kg e peso líquido de 9,625 kg. Qual é, em gramas, o peso da embalagem?

6. Leia o cartaz que foi encontrado num elevador e responda:



Qual é o número máximo de caixas de 28,3 kg que podem ser levadas numa só viagem?

7. Em qual das situações o preço do sorvete é mais vantajoso?

