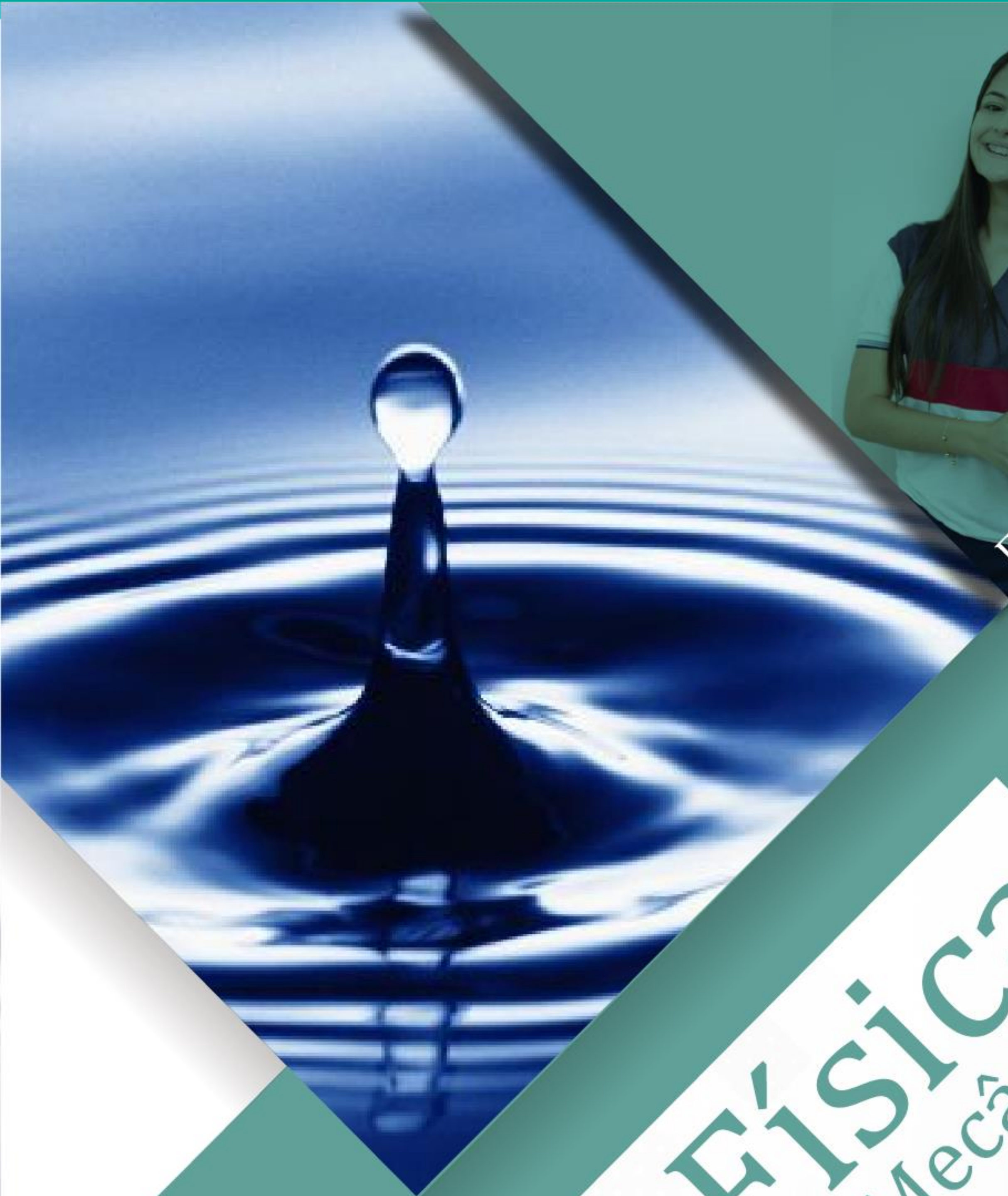


Ensino Médio

1ª série

Física
Mecânica

Manual exclusivo do aluno

INSTITUTO EDUCACIONAL
VERA CRUZ

1° CAPÍTULO

Cinemática

Velocidade

A velocidade de um corpo é dada pela relação entre o deslocamento de um corpo em determinado tempo. Pode ser considerada a grandeza que mede o quão rápido um corpo se desloca.

A análise da velocidade se divide em dois principais tópicos: Velocidade Média e Velocidade Instantânea. É considerada uma grandeza vetorial, ou seja, tem um módulo (valor numérico), uma direção (Ex.: vertical, horizontal,...) e um sentido (Ex.: para frente, para cima, ...). Porém, para problemas elementares, onde há deslocamento apenas em uma direção, o chamado movimento unidimensional, convém tratá-la como um grandeza escalar (com apenar valor numérico).

As unidades de velocidade comumente adotadas são:

m/s (metro por segundo);

km/h (quilômetro por hora);

No Sistema Internacional (S.I.), a unidade padrão de velocidade é o *m/s*. Por isso, é importante saber efetuar a conversão entre o *km/h* e o *m/s*, que é dada pela seguinte relação:

$$\frac{1km}{1h} = \frac{1000m}{3600s}$$

A partir daí, é possível extrair o seguinte fator de conversão:

$1\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, ou de forma equivalente: $1\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Velocidade Média

Indica o quão rápido um objeto se desloca em um intervalo de tempo médio e é dada pela seguinte razão:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Onde:

v_m = Velocidade Média

Δs = Intervalo do deslocamento [posição final – posição inicial ($s_{final} - s_{inicial}$)]

Δt = Intervalo de tempo [tempo final – tempo inicial ($t_{final} - t_{inicial}$)]

Por exemplo:

Um carro se desloca de Florianópolis – SC a Curitiba – PR. Sabendo que a distância entre as duas cidades é de 300 km e que o percurso iniciou as 7 horas e terminou ao meio dia, calcule a velocidade média do carro durante a viagem:

Δs = (posição final) – (posição inicial)

Δs = (300 km) – (0 km)

Δs = 300 km

E que:

Δt = (tempo final) – (tempo inicial)

Δt = (12 h) – (7h)

Δt = 5 h

Então:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v_m = \frac{300\,km}{5h}$$

$$v_m = 60km/h$$

Mas, se você quiser saber qual a velocidade em *m/s*, basta dividir este resultado por 3,6 e terá:

$$v_m = 60km/h \div 3,6 \cong 16,67m/s$$

Velocidade Instantânea

Sabendo o conceito de velocidade média, você pode se perguntar: “Mas o automóvel precisa andar todo o percurso a uma velocidade de 60km/h?”

A resposta é não, pois a velocidade média calcula a média da velocidade durante o percurso (embora não seja uma média ponderada, como por exemplo, as médias de uma prova).

Então, a velocidade que o velocímetro do carro mostra é a Velocidade Instantânea do carro, ou seja, a velocidade que o carro está no exato momento em que se olha para o velocímetro.

A velocidade instantânea de um móvel será encontrada quando se considerar um intervalo de tempo (Δt) infinitamente pequeno, ou seja, quando o intervalo de tempo tender a zero ($\Delta t \to 0$).

> **Saiba mais:**
> Para realizar o cálculo de velocidade instantânea, os seja, quando o intervalo de tempo for muito próximo a zero, usa-se um cálculo de derivada: Derivando a equação do deslocamento em movimento uniformemente acelerado em função do tempo:
>
> $$\frac{d[s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2]}{dt} \Rightarrow v = v_0 + at$$

Movimento Uniforme

Quando um móvel se desloca com uma velocidade constante, diz-se que este móvel está em um *movimento uniforme* (MU). Particularmente, no caso em que ele se desloca com uma velocidade constante em trajetória reta, tem-se um *movimento retilíneo uniforme*.

Uma observação importante é que, ao se deslocar com uma velocidade constante, a velocidade instantânea deste corpo será igual à velocidade média, pois não haverá variação na velocidade em nenhum momento do percurso.

A equação horária do espaço pode ser demonstrada a partir da fórmula de velocidade média.

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Isolando o Δs, teremos:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Mas sabemos que:

$$\Delta s = s_{final} - s_{inicial}$$

Então:

$$s_{final} = s_{inicial} + v \cdot \Delta t$$

Por exemplo:

Um tiro é disparado contra um alvo preso a uma grande parede capaz de refletir o som. O eco do disparo é ouvido 2,5 segundos depois do momento do golpe. Considerando a velocidade do som 340m/s, qual deve ser a distância entre o atirador e a parede?

$$\Delta t = 2{,}5s$$
$$v_m = 340m/s$$

Aplicando a equação horária do espaço, teremos:

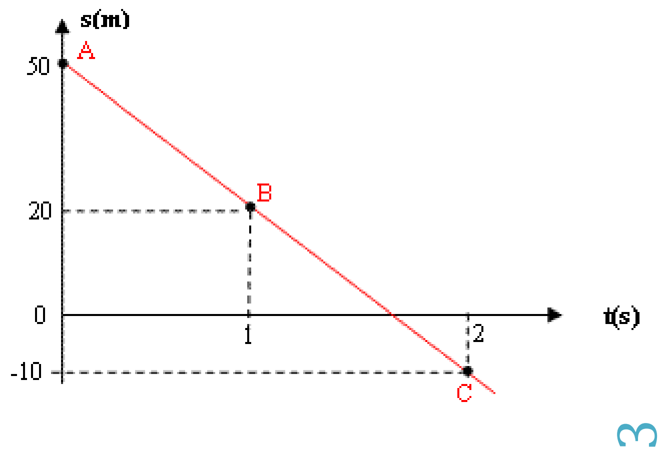
$s_{final} = s_{inicial} + v \cdot \Delta t$, mas o eco só será ouvido quando o som "ir e voltar" da parede. Então $S_{final} = 2S$.

$$2S = 0 + \frac{340m}{s} \cdot 2{,}5s$$
$$2S = 850m$$
$$S = \frac{850m}{2} = 425m$$

É importante não confundir o *s* que simboliza o deslocamento do *s* que significa segundo. Este é uma unidade de tempo. Para que haja essa diferenciação, no problema foram usados: *S* (para deslocamento) e *s* (para segundo).

Diagrama s x t

Existem diversas maneiras de se representar o deslocamento em função do tempo. Uma delas é por meio de gráficos, chamados diagramas deslocamento *versus* tempo (s *x* t). No exemplo a seguir, temos um diagrama que mostra um movimento retrógrado:



Analisando o gráfico, é possível extrair dados que deverão ajudar na resolução dos problemas:

	50m	20m	-10m
	0s	1s	2s

Sabemos então que a posição inicial será a posição $s_0 = 50m$ quando o tempo for igual a zero. Também sabemos que a posição final *s=-10m* se dará quando *t=2s*. A partir daí, fica fácil utilizar a equação horária do espaço e encontrar a velocidade do corpo:

$$
\begin{aligned}
&s = s_0 + v\Delta t \\
&-10m = 50m + v(2s - 0s) \\
&-10m - 50m = (2s)v \\
&-60m = (2s)v \\
&\frac{-60m}{2s} = v \\
&-30m/s = v
\end{aligned}
$$

Saiba mais:

A velocidade será numericamente igual à tangente do ângulo formado em relação à reta onde está situada, desde que a trajetória seja retilínea uniforme.

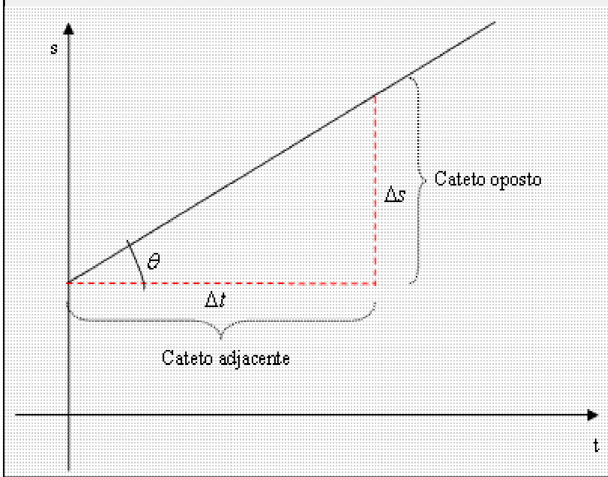
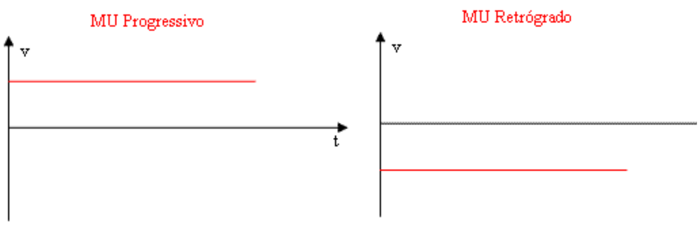


Diagrama v x t

Em um movimento uniforme, a velocidade se mantém igual no decorrer do tempo. Portanto seu gráfico é expresso por uma reta:



Dado este diagrama, uma forma de determinar o deslocamento do móvel é calcular a área sob a reta compreendida no intervalo de tempo considerado.

Velocidade Relativa

É a velocidade de um móvel relativa a outro.

Por exemplo:

Considere dois trens andando com velocidades uniformes e que $v_1 \neq v_2$. A velocidade relativa será dada se considerarmos que um dos trens (trem 1) está parado e o outro (trem 2) está se deslocando. Ou seja, seu módulo será dado por $v_2 - v_1$.

Generalizando, podemos dizer que a velocidade relativa é a velocidade de um móvel em relação a um outro móvel referencial.

Movimento Uniformemente Variado

Também conhecido como movimento acelerado, consiste em um movimento onde há variação de velocidade, ou seja, o móvel sofre aceleração à medida que o tempo passa.

Mas se essa variação de velocidade for sempre igual em intervalos de tempo iguais, então dizemos que este é um Movimento Uniformemente Variado (também chamado de Movimento Uniformemente Acelerado), ou seja, que tem aceleração constante e diferente de zero.

O conceito físico de aceleração, difere um pouco do conceito que se tem no cotidiano. Na física, acelerar significa basicamente mudar de velocidade, tanto tornando-a maior, como também menor. Já no cotidiano, quando pensamos em acelerar algo, estamos nos referindo a um aumento na velocidade.

O conceito formal de aceleração é: a taxa de variação de velocidade numa unidade de tempo, então como unidade teremos:

$$\frac{velocidade}{tempo} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Aceleração

Assim como para a velocidade, podemos definir uma <u>aceleração média</u> se considerarmos a variação de velocidade Δv em um intervalo de tempo Δt , e esta média será dada pela razão:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Velocidade em função do tempo

No entanto, quando este intervalo de tempo for infinitamente pequeno, ou seja, $\Delta t \to 0$, tem-se a <u>aceleração instantânea</u> do móvel.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Isolando-se o Δv :

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

Mas sabemos que:

$$\Delta v = v - v_0$$

Então:

$$v - v_0 = a \cdot \Delta t$$

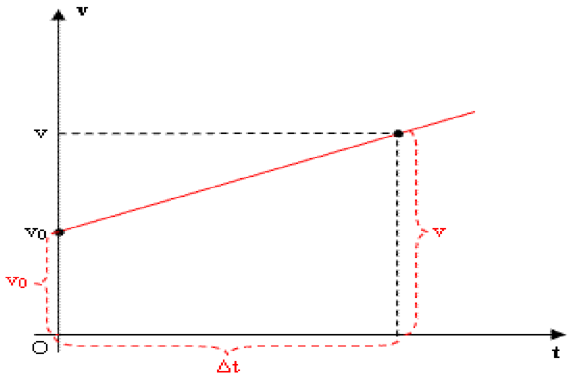
$$v = v_0 + a \cdot \Delta t$$

Entretanto, se considerarmos $t_0 = 0$, teremos a **função horária da velocidade** do Movimento Uniformemente Variado, que descreve a velocidade em função do tempo [v=f(t)]:

$$v = v_0 + at$$

Posição em função do tempo

A melhor forma de demonstrar esta função é através do diagrama velocidade *versus*tempo (v *x* t) no movimento uniformemente variado.



O deslocamento será dado pela área sob a reta da velocidade, ou seja, a área do trapézio.

$$\Delta s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

Onde sabemos que:

$$v = v_0 + at$$

logo:

$$\Delta s = \frac{v_0 + at + v_0}{2} \cdot t$$

$$\Delta s = \frac{2v_0 t}{2} + \frac{at^2}{2}$$

$$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2} \cdot at^2$$

ou

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot at^2$$

Interpretando esta função, podemos dizer que seu gráfico será uma parábola, pois é resultado de uma função do segundo grau.

Equação de Torricelli

Até agora, conhecemos duas equações do movimento uniformemente variado, que nos permitem associar velocidade ou deslocamento com o tempo gasto.

Torna-se prático encontrar uma função na qual seja possível conhecer a velocidade de um móvel sem que o tempo seja conhecido.

Para isso, usaremos as duas funções horárias que já conhecemos:

(1) $v = v_0 + at$

(2) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot at^2$

Isolando-se *t* em (1):

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Substituindo *t* em (2) teremos:

$$s = s_0 + v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_o}{a} \right)^2$$

$$s - s_0 = \frac{v_0 v - v_0^{\ 2}}{a} + \cancel{a} \cdot \frac{v^2 - 2vv_o + v_0^{\ 2}}{2a^{\cancel{2}}}$$

$$s - s_0 = \frac{v_0 v - v_0^{\ 2}}{a} + \frac{v^2 - 2vv_o + v_0^{\ 2}}{2a}$$

Reduzindo-se a um denominador comum:

$$2a(s - s_0) = \cancel{2v_0 v} - 2v_0^{\ 2} + v^2 - \cancel{2vv_o} + v_0^{\ 2}$$

$$2a\Delta s = \left(-2v_0^{\ 2} + v_0^{\ 2}\right) + v^2$$

$$2a\Delta s = -v_0^{\ 2} + v^2$$

$$v^2 = v_0^{\ 2} + 2a\Delta s$$

Exemplo:

(UFPE) Uma bala que se move a uma velocidade escalar de 200m/s, ao penetrar em um bloco de madeira fixo sobre um muro, é desacelerada até parar. Qual o tempo que a bala levou em movimento dentro do bloco, se a distância total percorrida em seu interior foi igual a 10cm?

Apesar de o problema pedir o tempo que a bala levou, para qualquer uma das funções horárias, precisamos ter a aceleração, para calculá-la usa-se a Equação de Torricelli.

$$v^2 = v_0^{\ 2} + 2a\Delta s$$

$$0^2 = (200)^2 + 2a(0{,}1 - 0)$$

Observe que as unidades foram passadas para o SI (10cm=0,1m)

$$-40000 = 0{,}2a$$

$$a = \frac{-40000}{0{,}2}$$

$$a = -200000 m/s^2$$

A partir daí, é possível calcular o tempo gasto:

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 200 + (-200000)t$$

$$t = \frac{-200}{-200000} = 0{,}001s = 1ms$$

Movimento Vertical

Se largarmos uma pena e uma pedra de uma mesma altura, observamos que a pedra chegará antes ao chão.

Por isso, pensamos que quanto mais pesado for o corpo, mais rápido ele cairá. Porém, se colocarmos a pedra e a pena em um tubo sem ar (vácuo), observaremos que ambos os objetos levam o mesmo tempo para cair.

Assim, concluímos que, se desprezarmos a resistência do ar, todos os corpos, independente de massa ou formato, cairão com uma aceleração constante: a aceleração da Gravidade.

Quando um corpo é lançado nas proximidades da Terra, fica então, sujeito à gravidade, que é orientada sempre na vertical, em direção ao centro do planeta.

O valor da gravidade (g) varia de acordo com a latitude e a altitude do local, mas durante fenômenos de curta duração, é tomado como constante e seu valor médio no nível do mar é:

g=9,80665m/s²

No entanto, como um bom arredondamento, podemos usar sem muita perda nos valores:

g=10m/s²

Lançamento Vertical

Um arremesso de um corpo, com velocidade inicial na direção vertical, recebe o nome de Lançamento Vertical.

Sua trajetória é retilínea e vertical, e, devido à gravidade, o movimento classifica-se com Uniformemente Variado.

As funções que regem o lançamento vertical, portanto, são as mesmas do movimento uniformemente variado, revistas com o referencial vertical (**h**), onde antes era horizontal (**S**) e com aceleração da gravidade (**g**).

$$v = v_0 \pm gt$$

$$h = h_0 + v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

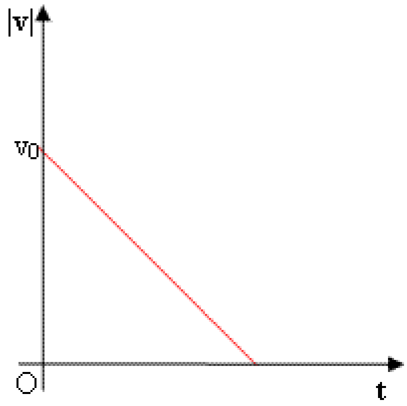
$$v^2 = {v_0}^2 \pm 2g\Delta h$$

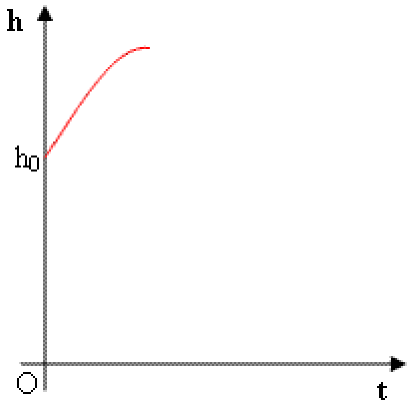
Sendo que **g** é positivo ou negativo, dependendo da direção do movimento:

Lançamento Vertical para Cima

<u>g é negativo</u>

Como a gravidade aponta sempre para baixo, quando jogamos algo para cima, o movimento será acelerado negativamente, até parar em um ponto, o qual chamamos *Altura Máxima.*

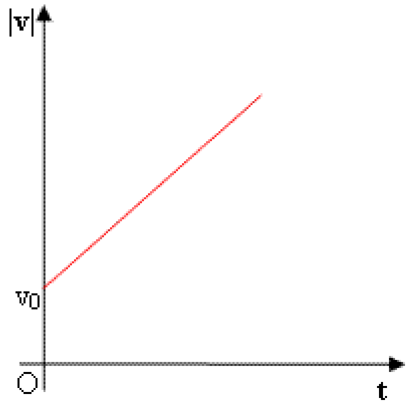


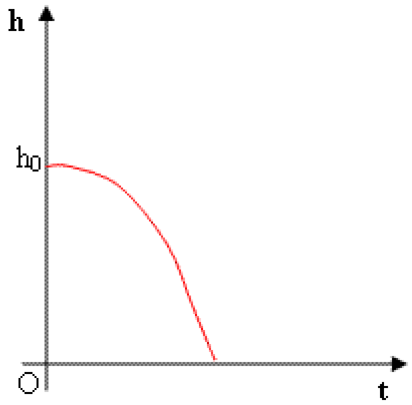


Lançamento Vertical para Baixo

<u>g é positivo</u>

No lançamento vertical para baixo, tanto a gravidade como o deslocamento apontam para baixo. Logo, o movimento é acelerado positivamente. Recebe também o nome de queda livre.





Exemplo

Uma bola de futebol é chutada para cima com velocidade igual a 20m/s.
(a) Calcule quanto tempo a bola vai demorar para retornar ao solo.
(b) Qual a altura máxima atingida pela bola? Dado $g=10m/s^2$.

(a)

Neste exemplo, o movimento é uma combinação de um lançamento vertical para cima + um lançamento vertical para baixo (que neste caso também pode ser chamado de queda livre). Então, o mais indicado é calcularmos por partes:

Movimento para cima:

$$v = v_0 - gt$$

$$0 = 20 - 10t$$
$$10t = 20$$
$$t = 2s$$

Movimento para baixo:

$$v = v_0 + at$$

Como não estamos considerando a resistência do ar, a velocidade final será igual à velocidade com que a bola foi lançada.

$$20 = 0 + 10t$$
$$20 = 10t$$
$$t = 2s$$

Observamos, então, que nesta situação, onde a resistência do ar é desprezada, o tempo de subida é igual ao de decida.

$$t = 2 + 2 = 4s$$

(b)

Sabendo o tempo da subida e a velocidade de lançamento, podemos utilizar a função horária do deslocamento, ou então utilizar a Equação de Torricelli.

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Lembre-se de que estamos considerando apenas a subida, então t=2s

$$h = 0 + 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2$$
$$h = 40 - 20$$
$$h = 20m$$

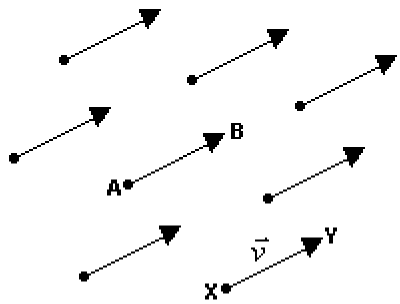
ou

$$v^2 = v_o{}^2 - 2g\Delta h$$

$$0 = 20^2 - 2 \cdot 10(h - 0)$$
$$20h = 400$$
$$h = 20m$$

Vetores

Determinado por um segmento orientado AB, é o conjunto de todos os segmentos orientados equipolentes a AB.



Se indicarmos $\vec{v}$ com este conjunto, simbolicamente poderemos escrever:

$$\vec{v} = \{XY/XY \sim AB\}$$

onde **XY** é um segmento qualquer do conjunto.

O vetor determinado por **AB** é indicado por $\overrightarrow{AB}$ ou B - A ou $\vec{v}$. Um mesmo vetor $\overrightarrow{AB}$ é determinado por uma infinidade de segmentos orientados, chamados representantes desse vetor, os quais são todos equipolentes entre si. Assim, um segmento determina um conjunto que é o vetor, e qualquer um destes representantes determina o mesmo vetor. Usando um pouco mais nossa capacidade de abstração, se considerarmos todos os infinitos segmentos orientados de origem comum, estaremos caracterizando, através de representantes, a totalidade dos vetores do espaço. Ora, cada um destes segmentos é um representante de um só vetor. Consequentemente, todos os vetores se acham representados naquele conjunto que imaginamos.

As características de um vetor $\vec{v}$ são as mesmas de qualquer um de seus representantes, isto é: o módulo, a direção e o sentido do vetor são o módulo, a direção e o sentido de qualquer um de seus representantes.

O módulo de $\vec{v}$ se indica por $|\vec{v}|$.

Soma de vetores

Se v=(a,b) e w=(c,d), definimos a soma de v e w, por:

$$\mathbf{v + w = (a+c,b+d)}$$

Propriedades da Soma de vetores

I) Comutativa: Para todos os vetores u e v de R^2:

v + w = w + v

II) Associativa: Para todos os vetores u, v e w de R^2:

u + (v + w) = (u + v) + w

III) Elemento neutro: Existe um vetor O=(0,0) em R^2 tal que para todo vetor u de R^2 tem:

O + u = u

IV) Elemento oposto: Para cada vetor v de R^2, existe um vetor -v em R^2 tal que:

v + (-v) = O

Diferença de vetores

Se v=(a,b) e w=(c,d), definimos a diferença entre v e w, por:

$$\mathbf{v - w = (a-c,b-d)}$$

Produto de um número escalar por um vetor

Se v=(a,b) é um vetor e c é um número real, definimos a multiplicação de c por v como:

$$\mathbf{c.v = (ca,cb)}$$

Propriedades do produto de escalar por vetor

Quaisquer que sejam k e c escalares, v e w vetores:

- 1 v = v
- (k c) v = k (c v) = c (k v)
- k v = c v implica k = c, se v for não nulo
- k (v+w) = k v + k w
- (k + c)v = k v + c v

Módulo de um vetor

O módulo ou comprimento do vetor v=(a,b) é um número real não negativo, definido por:

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Vetor unitário

Vetor unitário é o que tem o módulo igual a 1.

Existem dois vetores unitários que formam a **base canônica** para o espaço R^2, que são dados por:

i = (1,0) j = (0,1)

Para construir um vetor unitário **u** que tenha a mesma direção e sentido que um outro vetor **v**, basta dividir o vetor v pelo seu módulo, isto é:

$$u = \frac{v}{|v|}$$

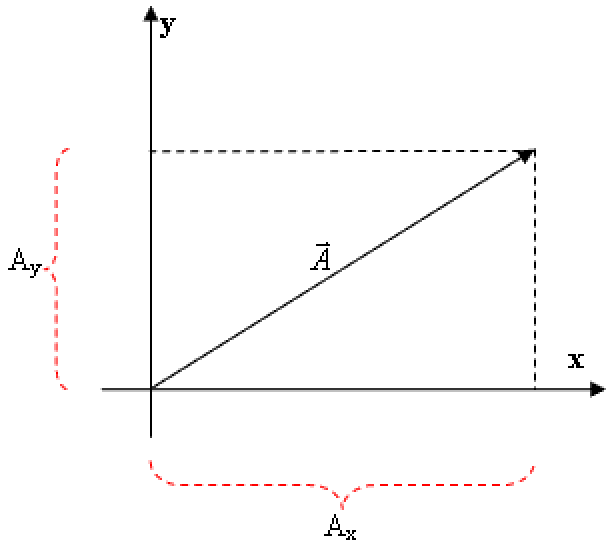
Observação:
Para construir um vetor u paralelo a um vetor v, basta tomar u=cv, onde c é um escalar não nulo. Nesse caso, **u** e **v** serão paralelos:

Se c = 0, então u será o vetor nulo.
Se 0 < c < 1, então u terá comprimento menor do que v.
Se c > 1, então u terá comprimento maior do que v.
Se c < 0, então u terá sentido oposto ao de v.

Decomposição de vetores em Vetores Unitários

Para fazer cálculos de vetores em apenas um dos planos em que ele se apresenta, pode-se decompor este vetor em vetores unitários em cada um dos planos apresentados.

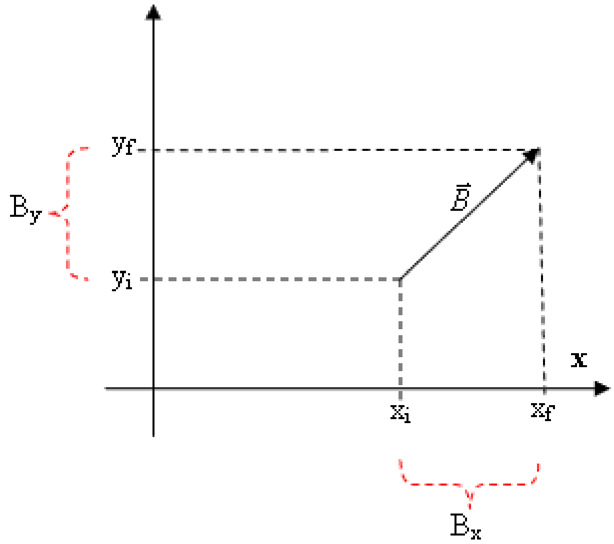
Sendo simbolizados, por convenção, $\hat{\imath}$ como vetor unitário do plano *x* e $\hat{\jmath}$ como vetor unitário do plano *y*. Caso o problema a ser resolvido seja dado em três dimensões, o vetor utilizado para o plano *z* é o vetor unitário $\hat{k}$.



Então, a projeção do vetor $\overline{A}$ no eixo **x** do plano cartesiano será dado por $A_x\hat{\imath}$, e sua projeção no eixo **y** do plano será: $A_y\hat{\jmath}$. Este vetor pode ser escrito como:

$\overline{A} = (A_x\hat{\imath}, A_y\hat{\jmath})$, respeitando que sempre o primeiro componente entre parênteses é a projeção em **x** e o segundo é a projeção no eixo **y**. Caso apareça um terceiro componente, será o componente do eixo **z**.

No caso onde o vetor não se encontra na origem, é possível redesenhá-lo, para que esteja na origem, ou então descontar a parte do plano onde o vetor não é projetado.



$$\vec{B} = [(x_f - x_i)\hat{\imath}, (y_f - y_i)\hat{\jmath}]$$

Produto escalar

Dados os vetores u=(a,b) e v=(c,d) definimos o produto escalar entre os vetores u e v, como o número real obtido por:

u.v = a.c + b.d

Exemplos:

O produto escalar entre u=(3,4) e v=(-2,5) é:

u.v = 3.(-2) + 4.(5) = -6+20 = 14

O produto escalar entre u=(1,7) e v=(2,-3) é:

u.v = 1.(2) + 7.(-3) = 2-21 = -19

Propriedades do produto escalar

Quaisquer que sejam os vetores, **u** **v** e **w** e **k** escalar:

v.w = w.v
v.v = |v| |v| = $|v|^2$
u.(v+w) = u.v + u.w
(kv).w = v.(kw) = k(v.w)
|kv| = |k| |v|
|u.v| <= |u| |v| (desigualdade de Schwarz)
|u+v| <= |u| + |v| (desigualdade triangular)

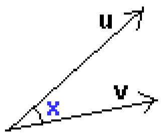
Obs: **<=** significa menor ou igual

Ângulo entre dois vetores

O produto escalar entre os vetores u e v pode ser escrito na forma:

u.v = |u| |v| cos(x)

onde x é o ângulo formado entre u e v.



Através desta última definição de produto escalar, podemos obter o ângulo x entre dois vetores genéricos u e v, como,

$$\cos(x) = \frac{u.v}{|u||v|}, \qquad 0 \le x \le \pi$$

desde que nenhum deles seja nulo.

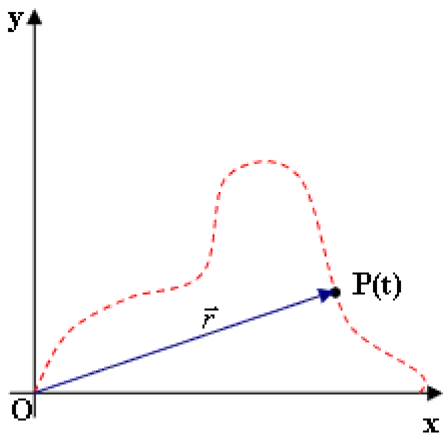
Aceleração e Velocidade Vetoriais

Vetor Posição

Imagine um móvel deslocando-se em uma trajetória aleatória, com uma origem O.

Se colocarmos um plano cartesiano situado nesta origem, então poderemos localizar o móvel nesta trajetória por meio de um vetor.

O vetor $\vec{r}$ é chamado vetor deslocamento e possui módulo, direção e sentido.

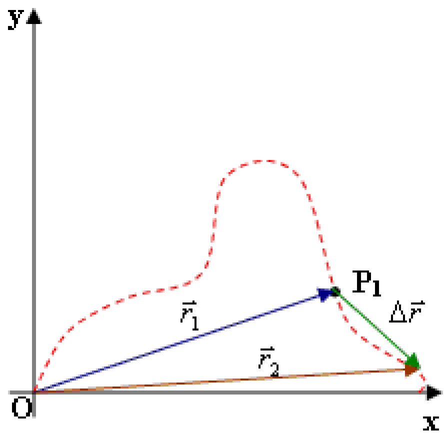


$\vec{r} = P - O$

Velocidade Vetorial

Vetor Velocidade Média: Considere-se um móvel percorrendo a trajetória do gráfico acima, ocupando posições P_1 e P_2 nos instantes t_1 e t_2, respectivamente.

Sabendo que a velocidade média é igual ao quociente do vetor deslocamento pelo intervalo de tempo:



$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Observação:

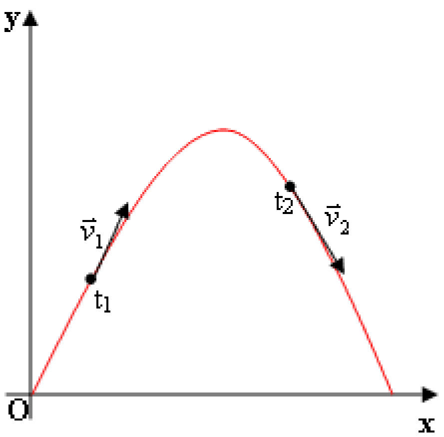
O vetor velocidade média tem a mesma direção e sentido do vetor deslocamento, pois é obtido quando multiplicamos um número positivo $\frac{1}{\Delta t}$ pelo vetor $\Delta\vec{r}$.

<u>Vetor Velocidade Instantânea</u>: Análogo à velocidade escalar instantânea, quando o intervalo de tempo tender a zero ($\Delta t \to 0$), a velocidade calculada será a velocidade instantânea.

então: $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m$

Aceleração Vetorial

<u>Vetor Aceleração Média:</u> Considerando um móvel que percorre uma trajetória qualquer com velocidade $\vec{v}_1$ em um instante t_1 e velocidade $\vec{v}_2$ em um instante posterior t_2, sua aceleração média será dada por:



$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Observação:

Assim como para o vetor velocidade, o vetor aceleração terá o mesmo sentido e mesma direção do vetor velocidade, pois é resultado do produto deste vetor ($\Delta\vec{v}$) por um número escalar positivo, $\frac{1}{\Delta t}$.

<u>Vetor Aceleração Instantânea:</u> A aceleração vetorial instantânea será dada quando o intervalo de tempo tender a zero ($\Delta t \to 0$).

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m$$

Sabendo esses conceitos, podemos definir as funções de velocidade em função do tempo, deslocamento em função do tempo e a equação de Torricelli para notação vetorial:

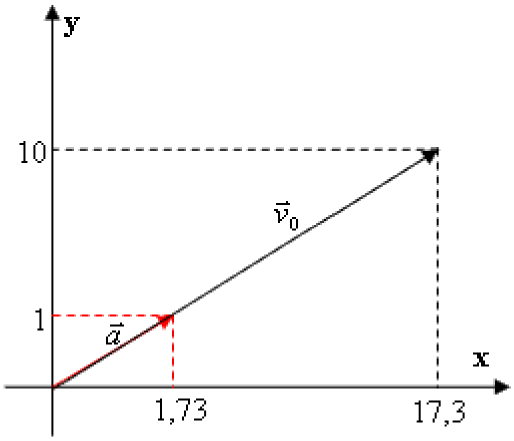
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{v}^2 = \vec{v}_0{}^2 + 2\vec{a}\Delta\vec{r}$$

Por exemplo:

Um corpo se desloca com velocidade $\vec{v}_0 = 20m/s$, e aceleração constante $\vec{a} = 2m/s^2$, da forma como está descrita abaixo:



(a)Qual o vetor velocidade após 10 segundos?
(b)Qual a posição do móvel neste instante?

*(a)Para calcularmos a velocidade vetorial em função de um tempo, precisamos decompor os vetores velocidade inicial e aceleração em suas projeções em **x** e **y**:*

$a_x = 1{,}73\hat{i}$; $a_y = 1\hat{j}$; $\vec{v}_{0,x} = 17{,}3\hat{i}$; $\vec{v}_{0,y} = 10$

*Assim, podemos dividir o movimento em vertical(**y**) e horizontal(**x**):*

*Em **x**:* $v_x = v_{0,x} + a_x t$

$v_x = 17{,}3 + 1{,}73 \cdot 10$
$v_x = 17{,}3 + 17{,}3$
$v_x = 34{,}6m/s$

*Em **y**:* $v_y = v_{0,y} + a_y t$

$$v_y = 10 + 1 \cdot 10$$
$$v_y = 10 + 10$$
$$v_y = 20 m/s$$

A partir destes valores podemos calcular o vetor velocidade:

$$v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(34{,}6)^2 + (20)^2}$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{1197{,}16 + 400}$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{1597{,}16}$$
$$|\vec{v}| = 39{,}96 m/s$$
$$|\vec{v}| \approx 40 m/s$$

(b)Sabendo o vetor velocidade, podemos calcular o vetor posição pela equação de Torricelli, ou pela função horária do deslocamento, ambas na forma de vetores:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$
$$\vec{v}^2 = \vec{v}_0^{\,2} + 2\vec{a}\Delta\vec{r}$$

Por Torricelli:

$$(40)^2 = (20)^2 + 2 \cdot (2) \cdot (\vec{r} - 0)$$
$$1600 = 400 + 4\vec{r}$$
$$1600 - 400 = 4\vec{r}$$
$$1200 = 4\vec{r}$$
$$\frac{1200}{4} = \vec{r}$$
$$\vec{r} = 300 m$$

na mesma direção e sentido dos vetores aceleração e velocidade.

Pela Função horária da Posição:

$$\vec{r} = 0 + (20) \cdot (10) + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot (\cancel{2}) \cdot (10)^2$$
$$\vec{r} = 200 + 100$$
$$\vec{r} = 300 m$$

na mesma direção e sentido dos vetores aceleração e velocidade.

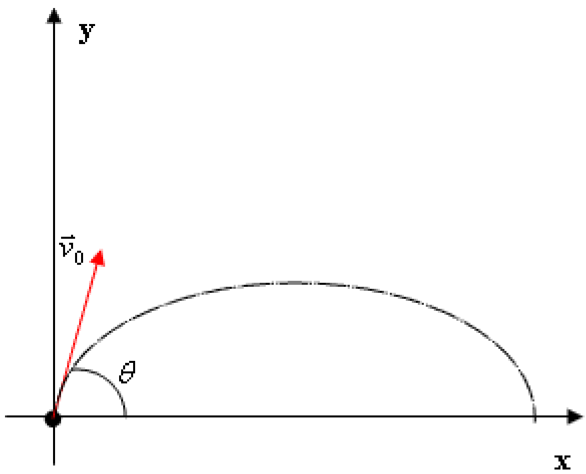
Movimento Oblíquo

Um movimento oblíquo é um movimento parte vertical e parte horizontal. Por exemplo, o movimento de uma pedra sendo arremessada em um certo ângulo com a horizontal, ou uma bola sendo chutada formando um ângulo com a horizontal.

Com os fundamentos do movimento vertical, sabe-se que, quando a resistência do ar é desprezada, o corpo sofre apenas a aceleração da gravidade.

Lançamento Oblíquo ou de Projétil

O móvel se deslocará para a frente em uma trajetória que vai até uma altura máxima e depois volta a descer, formando uma trajetória parabólica.



Para estudar este movimento, deve-se considerar o movimento oblíquo como sendo o resultante entre o movimento vertical (**y**) e o movimento horizontal (**x**).

Na direção vertical o corpo realiza um Movimento Uniformemente Variado, com velocidade inicial igual a $\vec{v}_{0,y}$ e aceleração da gravidade (g)

Na direção horizontal o corpo realiza um movimento uniforme com velocidade igual a $\vec{v}_{0,x}$.

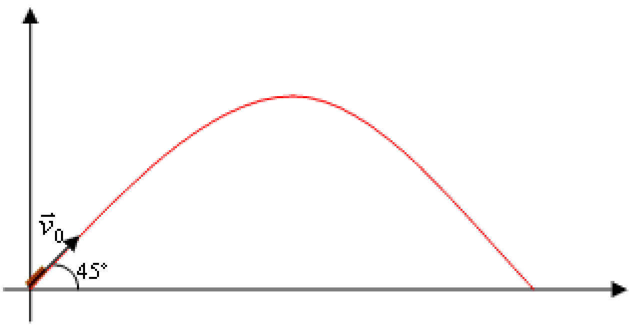
Observações:

- Durante a subida a velocidade vertical diminui, chega a um ponto (altura máxima) onde $\vec{v}_y = 0$, e desce aumentando a velocidade.

- O alcance máximo é a distância entre o ponto do lançamento e o ponto da queda do corpo, ou seja, onde y=0.
- A velocidade instantânea é dada pela soma vetorial das velocidades horizontal e vertical, ou seja, $v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}$. O vetor velocidade é tangente à trajetória em cada momento.

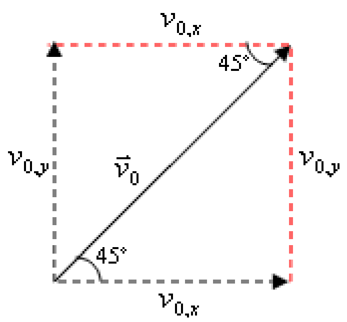
Exemplo:

Um dardo é lançado com uma velocidade inicial v_0*=25m/s*, formando um ângulo de 45° com a horizontal. (a) Qual o alcance máximo (b) e a altura máxima atingida?



Para calcular este movimento deve-se dividir o movimento em vertical e horizontal.

Para decompor o vetor $\vec{v}_0$ *em seus componentes são necessários alguns fundamentos de trigonometria:*



Genericamente podemos chamar o ângulo formado de θ .

Então:

$$\sin\,\theta = \frac{v_{0,y}}{|\,\vec{v}_0\,|}$$

logo:

$$v_{0,y} = |\,\vec{v}_0\,|\, sen\,\theta$$

e:

$$\cos\theta = \frac{v_{0,x}}{|\,\vec{v}_0\,|}$$

logo:

$$v_{0,x} = |\,\vec{v}_0\,|\cos\theta$$

*(a) No sentido horizontal (substituindo o **s** da função do espaço por **x**):*

$$x = x_0 + v_{0,x}\cdot t$$

sendo

$$v_{0,x} = |\,\vec{v}_0\,|\cos\theta$$

temos:

$$(1)\quad x = x_0 + |\,\vec{v}_0\,|\cos\theta\cdot t$$

*No sentido vertical (substituindo **h** por **y**):*

$$y = y_0 + v_{o,y}\cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

sendo

$$v_{0,y} = |\,\vec{v}_0\,|\, sen\,\theta$$

temos:

$$(2)\quad y = y_0 + |\,\vec{v}_0\,|\, sen\,\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

E o tempo é igual para ambas as equações, então podemos isolá-lo em (1), e substituir em (2):

$$(1)\quad x = x_0 + |\,\vec{v}_0\,|\cos\theta\cdot t$$

e $x_0 = 0$ *, então:*

$$t = \frac{x}{|\,\vec{v}_0\,|\cos\theta}$$

onde substituindo em (2):

(2) $$y = y_0 + |\vec{v}_0|\, sen\,\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = y_0 + |\vec{v}_0|\, sen\,\theta \cdot \frac{x}{|\vec{v}_0|\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{|\vec{v}_0|\cos\theta}\right)^2$$

$y_0 = 0$ *e onde o alcance é máximo* $y = 0$ *. Então temos:*

$$0 = x \cdot \frac{sen\,\theta}{\cos\theta} - \frac{gx^2}{2|\vec{v}_0|^2\cos^2\theta}$$

mas $\frac{sen\,\theta}{\cos\theta} \equiv \tan\theta$ *, então:*

$$\frac{gx^2}{2|\vec{v}_0|^2\cos^2\theta} - x\tan\theta = 0$$

resolvendo esta equação por fórmula de Baskara:

$$x = \frac{2\tan\theta . |\vec{v}_0|^2\cos^2\theta}{g}$$

mas

$$\frac{sen\,\theta}{\cos\theta} \equiv \tan\theta$$

então:

$$x = \frac{2\frac{sen\,\theta}{\cancel{\cos\theta}} \cdot |\vec{v}_0|^2 \cos^{\cancel{2}}\theta}{g}$$

$$x = \frac{2sen\,\theta\cos\theta \cdot |\vec{v}_0|^2}{g}$$

mas

$$2sen\,\theta\cos\theta \equiv sen\,2\theta$$

Então

$$x = \frac{|\vec{v}_0|^2}{g} \cdot sen\,2\theta$$

Substituindo os dados do problema na equação:

$$x = \frac{25^2}{10} \cdot sen\,2(45°)$$
$$x = \frac{625}{10} \cdot sen\,90°$$
$$x = 62{,}5m$$

(b) Sabemos que quando a altura for máxima $v_y = 0$ *. Então, partindo da equação de Torricelli no movimento vertical:*

$$v^2{}_y = v_{0,y}^2 - 2g\Delta y$$

e substituindo os dados do problema na equação, obtemos:

$$0 = (v_0 sen\theta)^2 - 2g(y - y_0)$$
$$2gy = v_0^2 sen^2\theta$$
$$y = \frac{v_0^2 sen^2\theta}{2g}$$
$$y = \frac{(25m/s)^2(sen^2 45)}{2(10m/s^2)}$$
$$y = 15{,}625m$$

Lançamento Horizontal

Trata-se de uma particularidade do movimento oblíquo onde o ângulo de lançamento é zero, ou seja, é lançado horizontalmente.

Por exemplo, quando uma criança chuta uma bola que cai em um penhasco, ou quando um jardineiro está regando um jardim com uma mangueira orientada horizontalmente.

Por exemplo:

(Cefet-MG) Uma bola de pingue-pongue rola sobre uma mesa com velocidade constante de 0,2m/s. Após sair da mesa, cai, atingindo o chão a uma distância de 0,2m dos pés da mesa. Considerando $g=10m/s^2$ e a resistência do ar desprezível, determine:

(a) a altura da mesa;

(b) o tempo gasto pela bola para atingir o solo.

(a) $x = x_0 + v_{0,x} \cdot t$

$x = x_0 + |\vec{v}_0|\cos\theta \cdot t$ *, e cos0°=1, então:*

$x = x_0 + |\vec{v}_0|t$ *, considerando a posição horizontal inicial do móvel zero, e isolando **t**:*

$$t = \frac{x}{|\vec{v}_0|}$$

*Porém neste caso, a aceleração da gravidade (**g**) vai ser positiva, devido ao movimento ser no mesmo sentido da aceleração.*

$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = y_0 + |\vec{v}_0|\,sen\,\theta \cdot t + \frac{1}{2}gt^2$$ *, mas sen0°=0, então:*

$$y = y_0 + \frac{1}{2}gt^2$$ *, considerando a posição vertical inicial zero e substituindo **t**:*

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{|\vec{v}_0|}\right)^2$$

$$y = \frac{1}{2}\cdot 10\left(\frac{0,2}{0,2}\right)^2$$
$$y = 5m$$

(b) Sabendo a altura da mesa é possível calcular o tempo gasto pela função horária do deslocamento:

$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = y_0 + |\vec{v}_0|\,sen\,\theta \cdot t + \frac{1}{2}gt^2$$ *, mas sen0°=0, então:*

$$y = y_0 + \frac{1}{2}gt^2$$

$$5 = \frac{1}{2}\cdot 10t^2$$
$$5 = 5t^2$$
$$t = \sqrt{\frac{5}{5}} = 1s$$

Movimento Circular

Grandezas Angulares

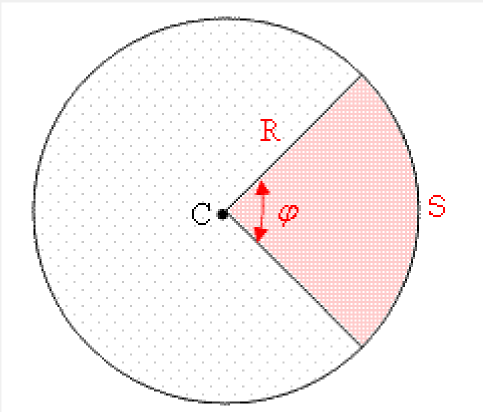
As grandezas até agora utilizadas de deslocamento/espaço (**s, h, x, y**), de velocidade (**v**) e de aceleração (**a**), eram úteis quando o objetivo era descrever movimentos lineares.

Na análise de movimentos circulares, devemos introduzir novas grandezas, que são chamadas **grandezas angulares**, medidas sempre em radianos. São elas:

- deslocamento/espaço angular: φ (phi)
- velocidade angular: ω (ômega)
- aceleração angular: α (alpha)

Saiba mais...

Da definição de radiano temos:



$$\varphi = \frac{S}{R}$$

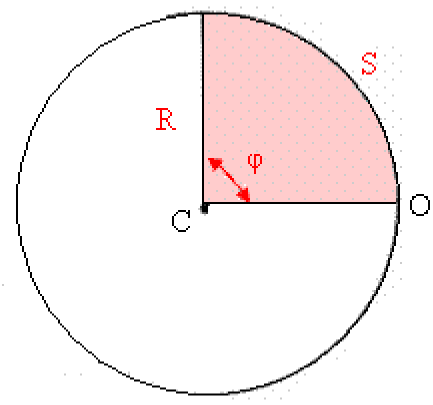
Desta definição é possível obter a relação:

$$2\pi \;\; rad = 360°$$

E também é possível saber que o arco correspondente a 1rad é o ângulo formado quando seu arco **S** tem o mesmo comprimento do raio **R**.

Espaço Angular (φ)

Chama-se espaço angular o espaço do arco formado, quando um móvel encontra-se a uma abertura de ângulo φ qualquer em relação ao ponto denominado origem.



E é calculado por: $\varphi = \dfrac{S}{R}$

Deslocamento angular (Δφ)

Assim como para o deslocamento linear, temos um deslocamento angular se calcularmos a diferença entre a posição angular final e a posição angular inicial:

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$$

Sendo:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta S}{R}$$

Por convenção:

No sentido anti-horário o deslocamento angular é positivo.

No sentido horário o deslocamento angular é negativo.

Velocidade Angular (ω)

Análogo à velocidade linear, podemos definir a <u>velocidade angular média</u>, como a razão entre o deslocamento angular pelo intervalo de tempo do movimento:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{t}$$

Sua unidade no Sistema Internacional é: **rad/s**

Sendo também encontradas: rpm, rev/min, rev/s.

Também é possível definir a <u>velocidade angular instantânea</u> como o limite da velocidade angular média quando o intervalo de tempo tender a zero:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_m$$

Aceleração Angular (α)

Seguindo a mesma analogia utilizada para a velocidade angular, definimos <u>aceleração angular média</u> como:

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Algumas relações importantes

Através da definição de radiano dada anteriormente temos que:

$$\varphi = \frac{S}{R}$$

mas se isolarmos S:

$$S = \varphi R$$

derivando esta igualdade em ambos os lados em função do tempo obteremos:

$$\frac{dS}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt}$$

mas a derivada da Posição em função do tempo é igual a velocidade linear e a derivada da Posição Angular em função do tempo é igual a velocidade angular, logo:

$$v = \omega R$$

onde podemos novamente derivar a igualdade em função do tempo e obteremos:

$$\frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$

mas a derivada da velocidade linear em função do tempo é igual a aceleração linear, que no movimento circular é tangente à trajetória, e a derivada da velocidade angular em função do tempo é igual a aceleração angular, então:

$$a = \alpha R$$

Então:

Linear		Angular

S		φR
v		ωR
a		αR

Período e Frequência

Período (T) é o intervalo de tempo mínimo para que um fenômeno ciclico se repita. Sua unidade é a unidade de tempo (segundo, minuto, hora...)

Frequência(f) é o número de vezes que um fenômeno ocorre em certa unidade de tempo. Sua unidade mais comum é Hertz (1Hz=1/s) sendo também encontradas kHz, MHz e rpm. No movimento circular a frequência equivale ao número de rotações por segundo sendo equivalente a velocidade angular.

Para converter rotações por segundo para rad/s:

$$1\frac{rotação}{s}$$

sabendo que 1rotação = 2πrad,

$$\frac{2\pi \ \ rad}{s}$$

Movimento Circular Uniforme

Um corpo está em Movimento Curvilíneo Uniforme, se sua trajetória for descrita por um círculo com um "eixo de rotação" a uma distância R, e sua velocidade for constante, ou seja, a mesma em todos os pontos do percurso.

No cotidiano, observamos muitos exemplos de MCU, como uma roda gigante, um carrossel ou as pás de um ventilador girando.

Embora a velocidade linear seja constante, ela sofre mudança de direção e sentido, logo existe uma aceleração, mas como esta aceleração não influencia no módulo da velocidade, chamamos de **Aceleração Centrípeta**.

Esta aceleração é relacionada com a velocidade angular da seguinte forma:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \qquad e \qquad v = \omega R \Rightarrow a_{cp} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R}{R}$$

$$a_{cp} = \omega^2 R$$

Sabendo que $S = \varphi R$ e que $v = \omega R$, pode-se converter a função horária do espaço linear para o espaço angular:

$$S = S_0 + vt$$

$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{v}{R}t$$

então: $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$

Movimento Circular Uniformemente Variado

Quando um corpo, que descreve trajetória circular, e sofre mudança na sua velocidade angular, então este corpo tem aceleração angular (α).

As formas angulares das equações do Movimento Curvilíneo Uniformemente Variado são obtidas quando divididas pelo raio R da trajetória a que se movimenta o corpo.

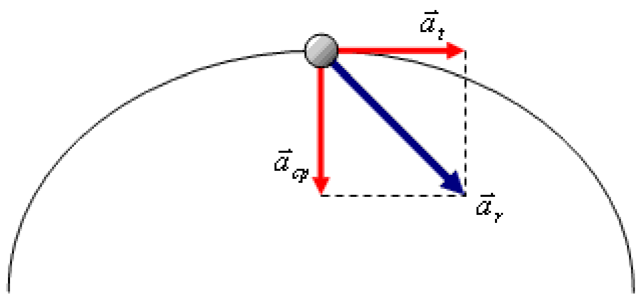
Assim:

MUV	MCUV
Grandezas lineares	Grandezas angulares
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$
$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot at$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t$
$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$\alpha_m = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
$v^2 = {v_0}^2 + 2a\Delta s$	$\omega^2 = {\omega_0}^2 + 2\alpha \cdot \Delta \varphi$

E, aceleração resultante é dada pela soma vetorial da aceleração tangencial e da aceleração centípeta:

$$\vec{a}_r = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

$$|\vec{a}_r| = \sqrt{|\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2}$$



Exemplo:

Um volante circular como raio 0,4 metros gira, partindo do repouso, com aceleração angular igual a 2rad/s^2.

(a) Qual será a sua velocidade angular depois de 10 segundos?

(b) Qual será o ângulo descrito neste tempo?

(c) Qual será o vetor aceleração resultante?

(a) Pela função horária da velocidade angular:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\omega = 0 + 2 \cdot 10$$

$$\omega = 20 rad/s$$

(b) Pela função horária do deslocamento angular:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$$

$$\varphi = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2$$

$$\varphi = 100 rad$$

(c) Pelas relações estabelecidas de aceleração tangencial e centrípeta:

$$|\vec{a}_t| = \alpha R$$

$$|\vec{a}_t| = 2 \cdot 0,4 = 0,8 m/s^2$$

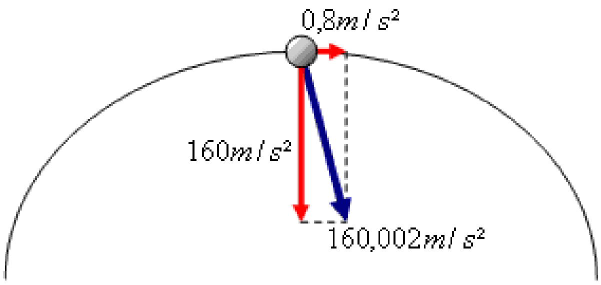
$$|\vec{a}_{cp}| = \omega^2 R$$

$$|\vec{a}_{cp}| = (20)^2 \cdot 0,4$$

$$|\vec{a}_{cp}| = 400 \cdot 0,4 = 160 m/s^2$$

$$|\vec{a}_r| = \sqrt{(0,8)^2 + (160)^2} =$$

$$|\vec{a}_r| = \sqrt{25600,64} = 160,002 m/s^2$$



2° capítulo

Leis de Newton

Quando se fala em dinâmica de corpos, a imagem que vem à cabeça é a clássica e mitológica de Isaac Newton, lendo seu livro sob uma macieira. Repentinamente, uma maçã cai sobre a sua cabeça. Segundo consta, este foi o primeiro passo para o entendimento da gravidade, que atraia a maçã.

Com o entendimento da gravidade, vieram o entendimento de Força, e as três Leis de Newton.

Na cinemática, estuda-se o movimento sem compreender sua causa. Na dinâmica, estudamos a relação entre a força e movimento.

Força: É uma interação entre dois corpos.

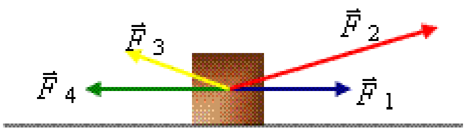
O conceito de força é algo intuitivo, mas para compreendê-lo, pode-se basear em efeitos causados por ela, como:

Aceleração: faz com que o corpo altere a sua velocidade, quando uma força é aplicada.

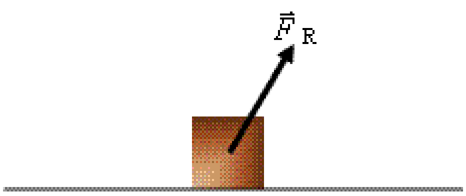
Deformação: faz com que o corpo mude seu formato, quando sofre a ação de uma força.

Força Resultante: É a força que produz o mesmo efeito que todas as outras aplicadas a um corpo.

Dadas várias forças aplicadas a um corpo qualquer:



A força resultante será igual a soma vetorial de todas as forças aplicadas:



As leis de Newton constituem os três pilares fundamentais do que chamamos Mecânica Clássica, que justamente por isso também é conhecida por Mecânica Newtoniana.

1ª Lei de Newton - Princípio da Inércia

- Quando estamos dentro de um carro, e este contorna uma curva, nosso corpo tende a permanecer com a mesma velocidade vetorial a que estava submetido antes da curva, isto dá a impressão que se está sendo "jogado" para o lado contrário à curva. Isso porque a velocidade vetorial é tangente a trajetória.
- Quando estamos em um carro em movimento e este freia repentinamente, nos sentimos como se fôssemos atirados para frente, pois nosso corpo tende a continuar em movimento.

estes e vários outros efeitos semelhantes são explicados pelo princípio da inércia, cujo enunciado é:

"Um corpo em repouso tende a permanecer em repouso, e um corpo em movimento tende a permanecer em movimento."

Então, conclui-se que um corpo só altera seu estado de inércia se alguém ou alguma coisa aplicar nele uma força resultante diferente de zero.

2ª Lei de Newton - Princípio Fundamental da Dinâmica

Quando aplicamos uma mesma força em dois corpos de massas diferentes observamos que elas não produzem aceleração igual.

A 2ª lei de Newton diz que a Força é sempre diretamente proporcional ao produto da aceleração de um corpo pela sua massa, ou seja:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

ou em módulo: F=ma

Onde:

F é a resultante de todas as forças que agem sobre o corpo (em N);

m é a massa do corpo a qual as forças atuam (em kg);

a é a aceleração adquirida (em m/s^2).

A unidade de força, no sistema internacional, é o N (Newton), que equivale a kg m/s^2 (quilograma metro por segundo ao quadrado).

Exemplo:

Quando um força de 12N é aplicada em um corpo de 2kg, qual é a aceleração adquirida por ele?

F=ma

12=2a

a=6m/s^2

Força de Tração

Dado um sistema onde um corpo é puxado por um fio ideal, ou seja, que seja inextensível, flexível e tem massa desprezível.

Podemos considerar que a força é aplicada no fio, que por sua vez, aplica uma força no corpo, a qual chamamos Força de Tração $\vec{T}$.

3ª Lei de Newton - Princípio da Ação e Reação

Quando uma pessoa empurra um caixa com um força F, podemos dizer que esta é uma força de ação. mas conforme a 3ª lei de Newton, sempre que isso ocorre, há uma outra força com módulo e direção iguais, e sentido oposto a força de ação, esta é chamada força de reação.

Esta é o princípio da ação e reação, cujo enunciado é:

"As forças atuam sempre em pares, para toda força de ação, existe uma força de reação."

Força Peso

Quando falamos em movimento vertical, introduzimos um conceito de aceleração da gravidade, que sempre atua no sentido a aproximar os corpos em relação à superficie.

Relacionando com a 2ª Lei de Newton, se um corpo de massa **m**, sofre a aceleração da gravidade, quando aplicada a ele o principio fundamental da dinâmica poderemos dizer que:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

A esta força, chamamos *Força Peso,* e podemos expressá-la como:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

ou em módulo: $P = mg$

O Peso de um corpo é a força com que a Terra o atrai, podendo ser váriável, quando a gravidade variar, ou seja, quando não estamos nas proximidades da Terra.

A massa de um corpo, por sua vez, é constante, ou seja, não varia.

Existe uma unidade muito utilizada pela indústria, principalmente quando tratamos de força peso, que é o kilograma-força, que por definição é:

1kgf é o peso de um corpo de massa 1kg submetido a aceleração da gravidade de 9,8m/s^2.

A sua relação com o newton é:

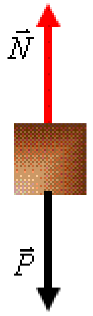
$$P = mg$$
$$1kgf = 1kg \cdot 9{,}8m/s^2$$
$$1kgf = 9{,}8kg \cdot m/s^2 = 9{,}8N$$

Saiba mais...
Quando falamos no peso de algum corpo, normalmente, lembramos do "peso" medido na balança.
Mas este é um termo fisicamente errado, pois o que estamos medindo na realidade, é a nossa **massa**.

Além da Força Peso, existe outra que normalmente atua na direção vertical, chamada Força Normal.

Esta é exercida pela superfície sobre o corpo, podendo ser interpretada como a sua resistência em sofrer deformação devido ao peso do corpo. Esta força sempre atua no sentido perpendicular à superfície, diferentemente da Força Peso que atua sempre no sentido vertical.

Analisando um corpo que encontra-se sob uma superfície plana verificamos a atuação das duas forças.



Para que este corpo esteja em equilíbrio na direção vertical, ou seja, não se movimente ou não altere sua velocidade, é necessário que os módulos das forças Normal e Peso sejam iguais, assim, atuando em sentidos opostos elas se anularão.

Por exemplo:

Qual o peso de um corpo de massa igual a 10kg:

(a) Na superfície da Terra ($g=9{,}8 m/s^2$);

(b) Na supefície de Marte ($g=3{,}724 m/s^2$).

(a) $P = mg$

$$P_t = 10 \cdot 9{,}8$$
$$P_t = 98N$$

(b) $P = mg$

$$P_m = 10 \cdot 3{,}724$$
$$P_m = 37{,}24N$$

Força de Atrito

Até agora, para calcularmos a força, ou aceleração de um corpo, consideramos que as superfícies por onde este se deslocava, não exercia nenhuma força contra o movimento, ou seja, quando aplicada uma força, este se deslocaria sem parar.

Mas sabemos que este é um caso idealizado. Por mais lisa que uma superfície seja, ela nunca será totalmente livre de *atrito*.

Sempre que aplicarmos uma força a um corpo, sobre uma superfície, este acabará parando.

É isto que caracteriza a força de atrito:

- Se opõe ao movimento;
- Depende da natureza e da rugosidade da superfície (coeficiente de atrito);
- É proporcional à força normal de cada corpo;
- Transforma a energia cinética do corpo em outro tipo de energia que é liberada ao meio.

A força de atrito é calculada pela seguinte relação:

$$F_{at} = \mu \cdot N$$

Onde:

μ: coeficiente de atrito (adimensional)

N: Força normal (N)

Atrito Estático e Dinâmico

Quando empurramos um carro, é fácil observar que até o carro entrar em movimento é necessário que se aplique uma força maior do que a força necessária quando o carro já está se movimentando.

Isto acontece pois existem dois tipo de atrito: o estático e o dinâmico.

Atrito Estático

É aquele que atua quando não há deslizamento dos corpos.

A força de atrito estático máxima é igual a força mínima necessária para iniciar o movimento de um corpo.

Quando um corpo não está em movimento a força da atrito deve ser maior que a força aplicada, neste caso, é usado no cálculo um coeficiente de atrito estático: μ_{est} .

Então:

$$F_{at_{est}} = \mu_{est} \cdot N$$

Atrito Dinâmico

É aquele que atua quando há deslizamento dos corpos.

Quando a força de atrito estático for ultrapassada pela força aplicada ao corpo, este entrará em movimento, e passaremos a considerar sua força de atrito dinâmico.

A força de atrito dinâmico é sempre menor que a força aplicada, no seu cálculo é utilizado o coeficiente de atrito cinético: μ_d

Então:

$$F_{at_d} = \mu_d \cdot N$$

Força Elástica

Imagine uma mola presa em uma das extremidades a um suporte, e em estado de repouso (sem ação de nenhuma força).

Quando aplicamos uma força F na outra extremidade, a mola tende a deformar (esticar ou comprimir, dependendo do sentido da força aplicada).

Ao estudar as deformações de molas e as forças aplicadas, Robert Hooke (1635-1703), verificou que a deformação da mola aumenta proporcionalmente à força. Daí estabeleceu-se a seguinte lei, chamada Lei de Hooke:

$$F = kx$$

Onde:

F: intensidade da força aplicada (N);

k: constante elástica da mola (N/m);

x: deformação da mola (m).

A constante elástica da mola depende principalmente da natureza do material de fabricação da mola e de suas dimensões. Sua unidade mais usual é o N/m (newton por metro) mas também encontramos N/cm; kgf/m, etc.

Exemplo:

Um corpo de 10kg, em equilíbrio, está preso à extremidade de uma mola, cuja constante elástica é 150N/m. Considerando g=10m/s^2, qual será a deformação da mola?

Se o corpo está em equilíbrio, a soma das forças aplicadas a ela será nula, ou seja:

$F - P = 0$, pois *as forças tem sentidos opostos.*

$$F = P$$
$$kx = mg$$
$$150x = 100$$
$$x = 0{,}66m$$

Força Centrípeta

Quando um corpo efetua um Movimento Circular, este sofre uma aceleração que é responsável pela mudança da direção do movimento, a qual chamamos aceleração centrípeta, assim como visto no MCU.

Sabendo que existe uma aceleração e sendo dada a massa do corpo, podemos, pela 2ª Lei de Newton, calcular uma força que assim como a aceleração centrípeta, aponta para o centro da trajetória circular.

A esta força damos o nome: Força Centrípeta. Sem ela, um corpo não poderia executar um movimento circular.

Como visto anteriormente, quando o movimento for circular uniforme, a aceleração centrípeta é constante, logo, a força centrípeta também é constante.

Sabendo que:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

ou

$$a_{cp} = \omega^2 R$$

Então:

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

A força centrípeta é a resultante das forças que agem sobre o corpo, com direção perpendicular à trajetória.

Exemplo:

Um carro percorre uma curva de raio 100m, com velocidade 20m/s. Sendo a massa do carro 800kg, qual é a intensidade da força centrípeta?

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$F_{cp} = 800 \cdot \frac{(20)^2}{100}$$

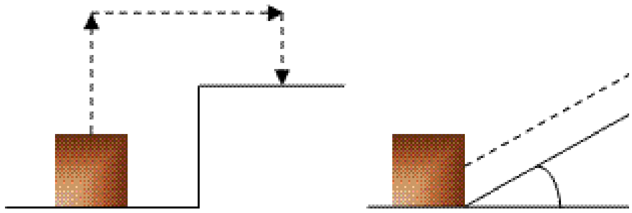
$$F_{cp} = 800 \cdot 4$$

$$F_{cp} = 3200N$$

Plano Inclinado

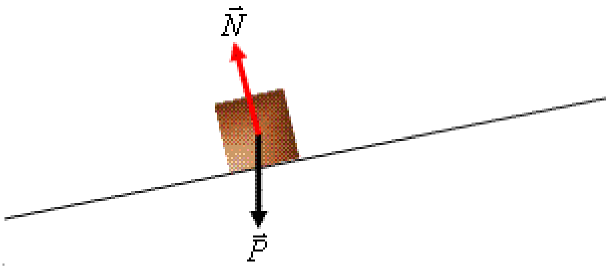
Dadas duas trajetórias abaixo, em qual delas é "mais fácil" carregar o bloco?

Obviamente, na trajetória inclinada, pois no primeiro caso, teremos que realizar uma força que seja maior que o peso do corpo. Já no segundo caso, devemos fazer uma força que seja maior que uma das componentes de seu peso, neste caso, a componente horizontal, que terá instensidade menor conforme o ângulo formado for menor.



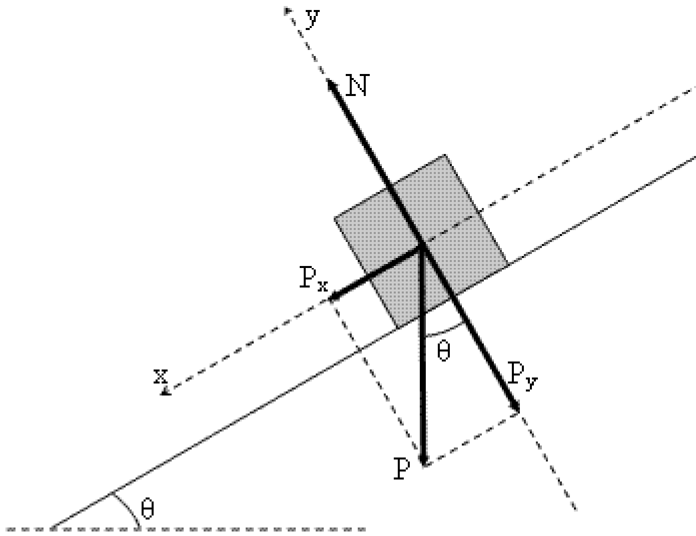
Por isso, no nosso cotidiano, usamos muito o plano inclinado para facilitar certas tarefas.

Ao analizarmos as forças que atuam sobre um corpo em um plano inclinado, temos:



A força Peso e a força Normal, neste caso, não tem o mesma direção pois, como já vimos, a força Peso, é causada pela aceleração da gravidade, que tem origem no centro da Terra, logo a força Peso têm sempre direção vertical. Já a força Normal é a força de reação, e têm origem na superfície onde o movimento ocorre, logo tem um ângulo igual ao plano do movimento.

Para que seja possível realizar este cálculo devemos estabelecer algumas relações:



- Podemos definir o plano cartesiano com inclinação igual ao plano inclinado, ou seja, com o eixo x formando um ângulo igual ao do plano, e o eixo y, perpendicular ao eixo x;
- A força Normal será igual à decomposição da força Peso no eixo y;
- A decomposição da força Peso no eixo x será a responsável pelo deslocamento do bloco;
- O ângulo formado entre a força Peso e a sua decomposição no eixo y, será igual ao ângulo formado entre o plano e a horizontal;
- Se houver força de atrito, esta se oporá ao movimento, neste caso, apontará para cima.

Sabendo isto podemos dividir as resultantes da força em cada direção:

Em y:

$$F_r^y = N - P_y = 0$$

como o bloco não se desloca para baixo e nem para cima, esta resultante é nula, então:

$$N = P_y$$

mas

$$P_y = P \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

então:

$$N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

Em x:

$$F_r^x = m \cdot a$$

$$P_x = m \cdot a$$

mas

$$P_x = P \cdot sen\theta = m \cdot g \cdot sen\theta$$

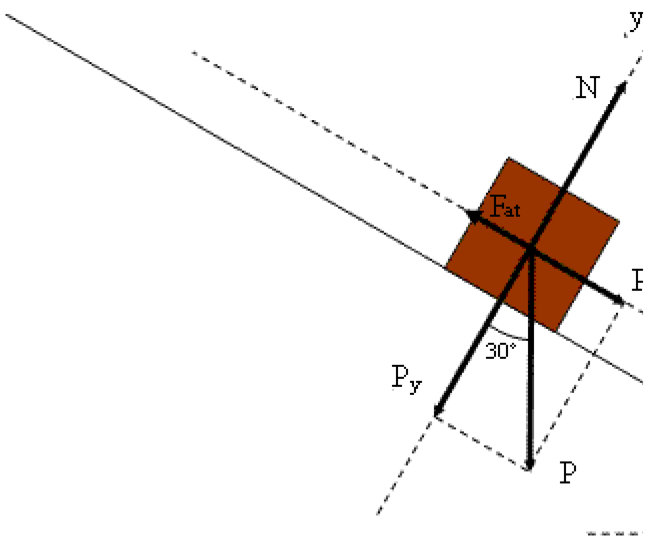
então:

$$\cancel{m} \cdot g \cdot sen\theta = \cancel{m} \cdot a$$

$$a = g \cdot sen\theta$$

Exemplo:

Um corpo de massa 12kg é abandonado sobre um plano inclinado formando 30° com a horizontal. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano é 0,2. Qual é a aceleração do bloco?



Em y:

$$F_r^y = N - P_y = 0$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

$$N = 12 \cdot 10 \cdot \cos 30°$$
$$N = 104N$$

Em x:

$$F_r^x = m \cdot a$$

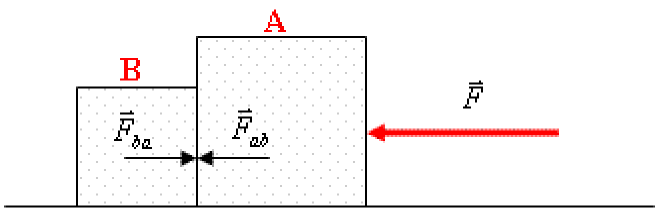
$$P_x - F_{at} = m \cdot a$$
$$\cancel{m} \cdot g \cdot sen\theta - \cancel{m} \cdot g \cdot \cos\theta \cdot \mu = \cancel{m} \cdot a$$
$$a = g \cdot (sen\theta - \mu \cdot \cos\theta)$$
$$a = 10 \cdot (0{,}5 - 0{,}2 \cdot 0{,}86)$$
$$a = 10 \cdot 0{,}326$$
$$a = 3{,}26 m/s^2$$

Sistemas

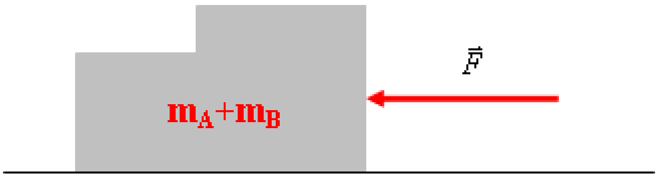
Agora que conhecemos os princípios da dinâmica, a força peso, elástica, centrípeta, de atito e o plano inclinado, podemos calcular fenômenos físicos onde estas forças são combinadas.

Corpos em contato

Quando uma força é aplicada a corpos em contato, existem "pares ação-reação" de forças que atuam entre eles e que se anulam.



Podemos fazer os cálculos neste caso, imaginando:



$$\begin{cases} F - \cancel{F_{AB}} = m_A \cdot a \\ \cancel{F_{BA}} = m_B \cdot a \end{cases}$$
$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

Depois de sabermos a aceleração, que é igual para ambos os blocos, podemos calcular as forças que atuam entre eles, utilizando a relação que fizemos acima:

$$F_{BA} = m_B \cdot a$$

Exemplo:

Sendo $m_A = 5kg$ e $m_B = 3kg$, e que a força aplicada ao sistema é de 24N, qual é a instensidade da força que atua entre os dois blocos?

$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$24 = (5+3) \cdot a$$

$$a = \frac{24}{8} = 3m/s^2$$

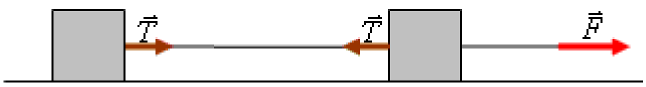
$$F_{BA} = m_B \cdot a$$

$$F_{BA} = 3 \cdot 3$$

$$F_{BA} = F_{AB} = 9N$$

Corpos ligados por um fio ideal

Um fio ideal é caracterizado por ter massa desprezível, ser inextensível e flexível, ou seja, é capaz de transmitir totalmente a força aplicada nele de uma extremidade à outra.



Como o fio ideal tem capacidade de transmitir integralmente a força aplicada em sua extremidade, podemos tratar o sistema como se os corpos estivessem encostados:

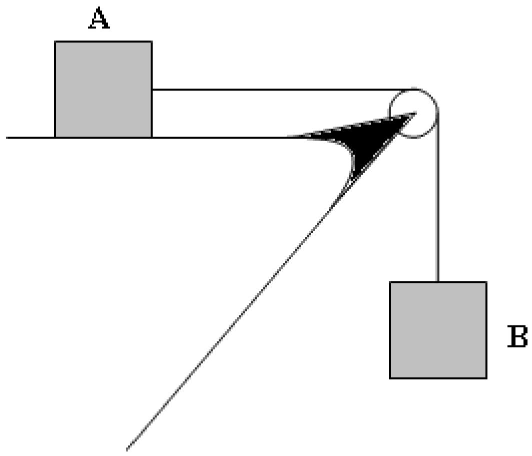
$$\begin{cases} F - \cancel{T} = m_A \cdot a \\ \cancel{T} = m_B \cdot a \end{cases}$$
$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

A tração no fio será calculada atráves da relação feita acima:

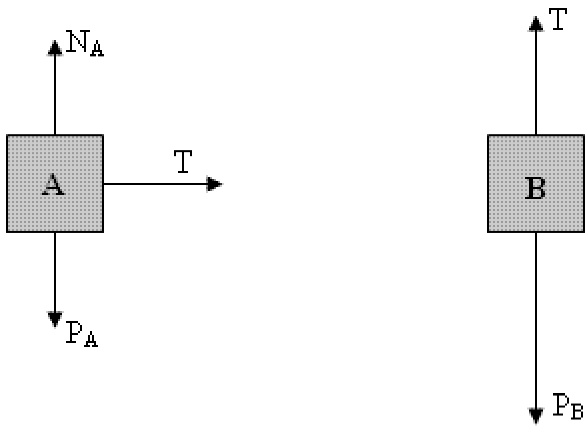
$$T = m_B a$$

Corpos ligados por um fio ideal através de polia ideal

Um polia ideal tem a capacidade de mudar a direção do fio e transmitir a força integralmente.



Das forças em cada bloco:



Como as forças Peso e Normal no bloco se anulam, é fácil verificar que as forças que causam o movimento são a Tração e o Peso do Bloco B.

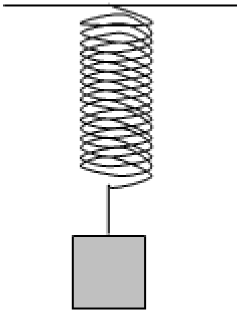
$$\begin{cases} \cancel{T} = m_A \cdot a \\ P_B - \cancel{T} = m_B \cdot a \end{cases}$$
$$P_B = (m_A + m_B) \cdot a$$

Conhecendo a aceleração do sistema podemos claclular a Tensão no fio:

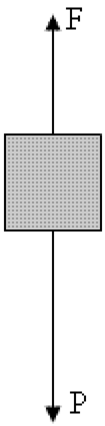
$$T = m_A \cdot a$$

Corpo preso a uma mola

Dado um bloco, preso a uma mola:



Dadas as forças no bloco:



Então, conforme a 2ª Lei de Newton:

$$F - P = m \cdot a$$

Mas F=kx e P=mg, então:

$$k \cdot x - m \cdot g = m \cdot a$$

Assim poderemos calcular o que for pedido, se conhecermos as outras incógnitas.

Trabalho

Na Física, o termo trabalho é utilizado quando falamos no Trabalho realizado por uma força, ou seja, o Trabalho Mecânico. Uma força aplicada em um corpo realiza um trabalho quando produz um deslocamento no corpo.

Utilizamos a letra grega tau minúscula (τ) para expressar trabalho.

A unidade de Trabalho no SI é o Joule (J)

Quando uma força tem a mesma direção do movimento o trabalho realizado é positivo: τ >0;

Quando uma força tem direção oposta ao movimento o trabalho realizado é negativo: τ <0.

O trabalho resultante é obtido através da soma dos trabalhos de cada força aplicada ao corpo, ou pelo cálculo da força resultante no corpo.

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \ldots + \tau_N$$

Força paralela ao deslocamento

Quando a força é paralela ao deslocamento, ou seja, o vetor deslocamento e a força não formam ângulo entre si, calculamos o trabalho:

$$\tau = F \cdot \Delta s$$

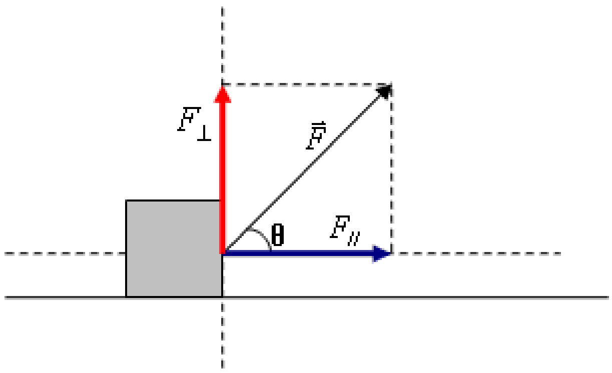
Exemplo:

Qual o trabalho realizado por um força aplicada a um corpo de massa 5kg e que causa um aceleração de 1,5m/s^2 e se desloca por uma distância de 100m?

$$\tau = F \cdot \Delta s$$
$$\tau = m \cdot a \cdot \Delta s$$
$$\tau = 5 \cdot 1{,}5 \cdot 100$$
$$\tau = 750J$$

Força não-paralela ao deslocamento

Sempre que a força não é paralela ao deslocamento, devemos decompor o vetor em suas componentes paralelas e perpendiculares:

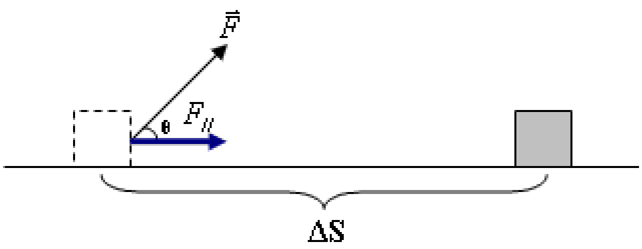


Considerando $F_\perp$ a componente perpendicular da Força e $F_{//}$ a componente paralela da força.

Ou seja:

$$\cos\theta = \frac{F_{//}}{F}$$
$$F_{//} = F \cdot \cos\theta$$

Quando o móvel se desloca na horizontal, apenas as forças paralelas ao deslocamento produzem trabalho. Logo:



$$\tau = F_{//} \cdot \Delta S$$
$$\tau = F \cdot \cos\theta \cdot \Delta S$$

Exemplo:

Uma força de intensidade 30N é aplicada a um bloco formando um ângulo de 60° com o vetor deslocamento, que tem valor absoluto igual a 3m. Qual o trabalho realizado por esta força?

$$\tau = F_{//} \cdot \Delta S$$
$$\tau = F \cdot \cos\theta \cdot \Delta S$$

$$\tau = 30 \cdot \cos 60° \cdot 3$$
$$\tau = 45J$$

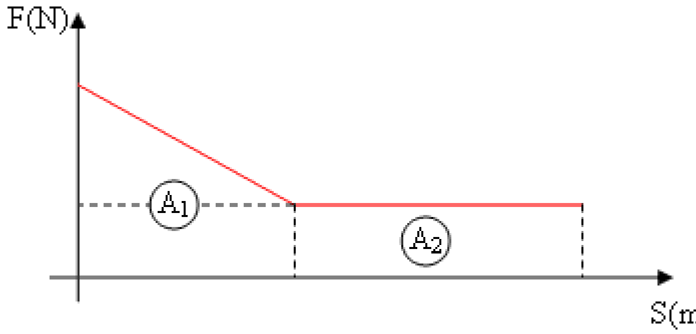
Podemos considerar sempre este caso, onde aparece o cosseno do ângulo, já que quando a força é paralela ao deslocamento, seu ângulo é 0° e cos0°=1, isto pode ajudar a entender porque quando a força é contrária ao deslocamento o trabalho é negativo, já que:

O cosseno de um ângulo entre 90° e 180° é negativo, sendo cos180°=-1

Trabalho de uma força variável

Para calcular o trabalho de uma força que varia devemos empregar técnicas de integração, que é uma técnica matemática estudada no nível superior, mas para simplificar este cálculo, podemos calcular este trabalho por meio do cálculo da área sob a curva no diagrama $F_R \times \Delta S$

Calcular a área sob a curva é uma técnica válida para forças que não variam também.



$$\tau = A_1 + A_2$$

Trabalho da força Peso

Para realizar o cálculo do trabalho da força peso, devemos considerar a trajetória como a altura entre o corpo e o ponto de origem, e a força a ser empregada, a força Peso.

Então:

$$\tau_P = \vec{P} \cdot \Delta h$$
$$\tau_P = m \cdot g \cdot \Delta h$$

Potência

Dois carros saem da praia em direção a serra (h=600m). Um dos carros realiza a viagem em 1hora, o outro demora 2horas para chegar. Qual dos carros realizou maior trabalho?

Nenhum dos dois. O Trabalho foi exatamente o mesmo. Entretanto, o carro que andou mais rápido desenvolveu uma Potência maior.

A unidade de potência no SI é o watt (W).

$$1\ W = \frac{1\ J}{1\ s}$$

Além do watt, usa-se com frequência as unidades:

1kW (1 quilowatt) = 1000W

1MW (1 megawatt) = 1000000W = 1000kW

1cv (1 cavalo-vapor) = 735W

1HP (1 horse-power) = 746W

Potência Média

Definimos a partir daí potência média relacionando o Trabalho com o tempo gasto para realizá-lo:

$$Pot_M = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Como sabemos que:

$$\tau = F \cdot \Delta s$$

Então:

$$Pot_m = \frac{F \cdot \Delta S}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} = F \cdot v_m$$

Potência Instantânea

Quando o tempo gasto for infinitamente pequeno teremos a potência instantânea, ou seja:

$$Pot = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F \cdot \Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} F \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} = F \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = F \cdot v$$

Exemplo:

Qual a potência média que um corpo desenvolve quando aplicada a ele uma força horizontal com intensidade igual a 12N, por um percurso de 30m, sendo que o tempo gasto para percorrê-lo foi 10s?

$$Pot_M = \frac{\tau}{\Delta t}$$

$$Pot_M = \frac{F \cdot \Delta S}{\Delta t} = \frac{12 \cdot 30}{10} = 36W$$

E a potência instantânea no momento em que o corpo atingir 2m/s?

$$Pot = F \cdot v = 12 \cdot 2 = 24W$$

Energia Mecânica

Energia é a capacidade de executar um trabalho.

Energia mecânica é aquela que acontece devido ao movimento dos corpos ou armazenada nos sistemas físicos.

Dentre as diversas energias conhecidas, as que veremos no estudo de dinâmica são:

- Energia Cinética;
- Energia Potencial Gravitacional;
- Energia Potencial Elástica;

Energia Cinética

É a energia ligada ao movimento dos corpos. Resulta da transferência de energia do sistema que põe o corpo em movimento.

Sua equação é dada por:

$$\tau = F \cdot \Delta S$$
$$\tau = m \cdot a \cdot \Delta S$$

Utilizando a equação de Torricelli e considerando o inicio do movimento sendo o repouso, teremos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$
$$v^2 = 0 + 2a\Delta S$$
$$\Delta S = \frac{v^2}{2a}$$

Substituindo no cálculo do trabalho:

$$\tau = m \cdot \cancel{a} \cdot \frac{v^2}{2\cancel{a}}$$
$$\tau = \frac{mv^2}{2}$$
$$E_C = \frac{mv^2}{2}$$

A unidade de energia é a mesma do trabalho: o Joule (J)

Teorema da Energia Cinética

Considerando um corpo movendo-se em MRUV.

O Teorema da Energia Cinética (TEC) diz que:

"O trabalho da força resultante é medido pela variação da energia cinética."

Ou seja:

$$\tau_R = \Delta E_C = E_C - E_{C_0}$$

$$\tau_R = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

Exemplo:

Qual o trabalho realizado por um corpo de massa 10kg que inicia um percurso com velocidade 10m/s² até parar?

$$\tau_R = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}$$

$$\tau_R = \frac{10 \cdot 0}{2} - \frac{10 \cdot (10)^2}{2}$$

$$\tau_R = -\frac{1000}{2} = -500J$$

Energia

Energia Potencial

Energia Potencial é a energia que pode ser armazenada em um sistema físico e tem a capacidade de ser transformada em energia cinética.

Conforme o corpo perde energia potencial ganha energia cinética ou vice-e-verso.

Energia Potencial Gravitacional

É a energia que corresponde ao trabalho que a força Peso realiza.

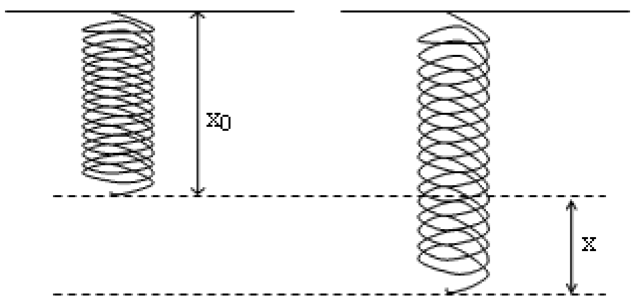
É obtido quando consideramos o deslocamento de um corpo na vertical, tendo como origem o nível de referência (solo, chão de uma sala, ...).

$$E_{PG} = P \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

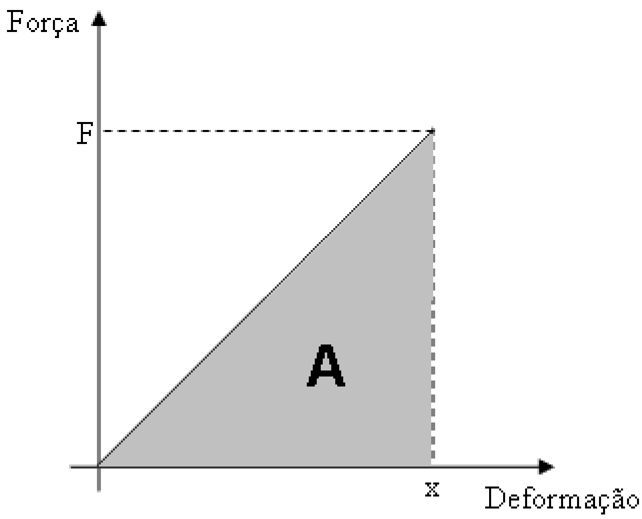
Enquanto o corpo cai vai ficando mais rápido, ou seja, ganha Energia Cinética, e como a altura diminui, perde Energia Potencial Gravitacional.

Energia Potencial Elástica

Corresponde ao trabalho que a força Elástica realiza.



Como a força elástica é uma força variável, seu trabalho é calculado através do cálculo da área do seu gráfico, cuja Lei de Hooke diz ser:



Como a área de um triângulo é dada por:

$$A = \frac{base \times altura}{2}$$

Então:

$$\tau_{Fel} = E_{el} = \frac{deformação \times força}{2}$$

$$E_{el} = \frac{k \cdot x \cdot x}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Energia

Conservação de Energia Mecânica

A energia mecânica de um corpo é igual a soma das energias potenciais e cinética dele.

Então:

$$\boxed{E_M = E_C + E_P}$$

Qualquer movimento é realizado através de transformação de energia, por exemplo, quando você corre, transforma a energia química de seu corpo em energia cinética. O mesmo acontece para a conservação de energia mecânica.

Podemos resolver vários problemas mecânicos conhecendo os princípios de conservação de energia.

Por exemplo, uma pedra que é abandonada de um penhasco. Em um primeiro momento, antes de ser abandonada, a pedra tem energia cinética nula (já que não está em movimento) e energia potencial total. Quando a pedra chegar ao solo, sua energia cinética sera total, e a energia potencial nula (já que a altura será zero).

Dizemos que a energia potencial se transformou, ou se converteu, em energia cinética.

Quando não são consideradas as forças dissipativas (atrito, força de arraste, etc.) a energia mecânica é conservada, então:

$$E_{M,inicial} = E_{M,final}$$

$$E_{C,inicial} + E_{P,inicial} = E_{C,final} + E_{P,final}$$

Para o caso de energia potencial gravitacional convertida em energia cinética, ou vice-versa:

$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 + mgh_{inicial} = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + mgh_{final}$$

Para o caso de energia potencial elástica convertida em energia cinética, ou vice-versa:

$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 + \frac{1}{2}kx_{inicial}^2 = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + \frac{1}{2}kx_{final}^2$$

Exemplos:

1) Uma maçã presa em uma macieira a 3 m de altura se desprende. Com que velocidade ela chegará ao solo?

$$E_{M,inicial} = E_{M,final}$$
$$E_{C,inicial} + E_{PG,inicial} = E_{C,final} + E_{PG,final}$$
$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 + mgh_{inicial} = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + mgh_{final}$$
$$\frac{1}{2}m \cdot 0 + m \cdot 10 \cdot 3 = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + mg \cdot 0$$
$$30\cancel{m} = \frac{1}{2}\cancel{m}v_{final}^2$$
$$30 \cdot 2 = v_{final}^2$$
$$\sqrt{60} = v_{final}$$
$$7{,}75 m/s \approx v_{final}$$

2) Um bloco de massa igual a 10kg se desloca com velocidade constante igual a 12m/s, ao encontrar uma mola de constante elástica igual a 2000N/m este diminui sua velocidade até parar, qual a compressão na mola neste momento?

$$E_{M,inicial} = E_{M,final}$$
$$E_{C,inicial} + E_{PE,inicial} = E_{C,final} + E_{PE,final}$$
$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 + \frac{1}{2}kx_{inicial}^2 = \frac{1}{2}mv_{final}^2 + \frac{1}{2}kx_{final}^2$$
$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (12)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot 0 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot x_{final}^2$$
$$720 = 1000x_{final}^2$$
$$\sqrt{\frac{720}{1000}} = x_{final}$$
$$0{,}85m \approx x_{final}$$

Impulso

Como já vimos, para que um corpo entre em movimento, é necessário que haja um interação entre dois corpos.

Se considerarmos o tempo que esta interação acontece, teremos o corpo sob ação de uma força constante, durante um intervalo de tempo muito pequeno, este será o impulso de um corpo sobre o outro:

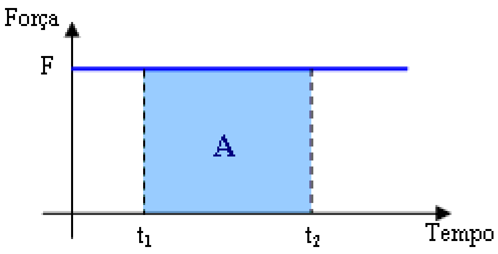
$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

As características do impulso são:

- Módulo: $I = F \cdot \Delta t$
- Direção: a mesma do vetor F.
- Sentido: o mesmo do vetor F.

A unidade utilizada para Impulso, no SI, é: N.s

No gráfico de uma força constante, o valor do impulso é numericamente igual à área entre o intervalo de tempo de interação:



A = F.Δt = I

Quantidade de Movimento

Se observarmos uma partida de bilhar, veremos que uma bolinha transfere seu movimento totalmente ou parcialmente para outra.

A grandeza física que torna possível estudar estas transferências de movimento é a quantidade de movimento linear $(\vec{Q})$, também conhecido como quantidade de movimento ou momentum linear.

A quantidade de movimento relaciona a massa de um corpo com sua velocidade:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

Como características da quantidade de movimento temos:

- Módulo: $Q = mv$
- Direção: a mesma da velocidade.
- Sentido: a mesma da velocidade.
- Unidade no SI: kg.m/s.

Exemplo:

Qual a quantidade de movimento de um corpo de massa 2kg a uma velocidade de 1m/s?

$$Q = mv$$

$$Q = 2 \cdot 1$$
$$Q = 2kg \cdot m/s$$

Teorema do Impulso

Considerando a 2ª Lei de Newton:

$$\vec{F} = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

E utilizando-a no intervalo do tempo de interação:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v}$$

mas sabemos que: $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$, logo:

$$\vec{I} = m \cdot \Delta\vec{v}$$
$$\vec{I} = m\vec{v}_{final} - m\vec{v}_{inicial}$$

Como vimos:

$$\vec{Q} = m\vec{v}$$

então:

$$\vec{I} = \vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial}$$
$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

"O impulso de uma força, devido à sua aplicação em certo intervalo de tempo, é igual a variação da quantidade de movimento do corpo ocorrida neste mesmo intervalo de tempo."

Exemplo:

Quanto tempo deve agir uma força de intensidade 100N sobre um corpo de massa igual a 20kg, para que sua velocidade passe de 5m/s para 15m/s?

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta\vec{v}$$

$$100 \cdot \Delta t = 20 \cdot (15 - 5)$$
$$100\Delta t = 200$$
$$\Delta t = \frac{200}{100} = 2s$$

Conservação da Quantidade de Movimento

Assim como a energia mecânica, a quantidade de movimento também é mantida quando não há forças dissipativas, ou seja, o sistema é conservativo, fechado ou mecanicamente isolado.

Um sistema é conservativo se:

$$\vec{F}_R = 0$$
$$\vec{I}_R = 0$$
$$\vec{Q}_{final} - \vec{Q}_{inicial} = 0$$

Então, se o sistema é conservativo temos:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Como a massa de um corpo, ou mesmo de um sistema, dificilmente varia, o que sofre alteração é a velocidade deles.

Exemplo:

Um corpo de massa 4kg, se desloca com velocidade constante igual a 10m/s. Um outro corpo de massa 5kg é lançado com velocidade constante de 20m/s em direção ao outro bloco. Quando os dois se chocarem ficarão presos por um velcro colocado em suas extremidades. Qual será a velocidade que os corpos unidos terão?

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$$
$$4 \cdot 10 + 5 \cdot 20 = (4+5) \cdot v$$
$$v = \frac{140}{9}$$
$$v = 15{,}5 m/s$$

Capítulo 3

Estática e Hidrostática

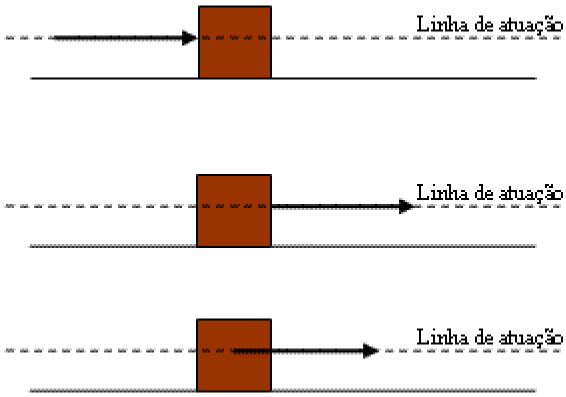
Princípios Básicos

A estática é a parte da física que se preocupa em explicar questões como:

- Por que em uma mesa sustentada por dois pés, estes precisam estar em determinada posição para que esta não balance?
- Por que a maçaneta de uma porta sempre é colocada no ponto mais distante das dobradiças dela?
- Por que um quadro pendurado em um prego precisa estar preso exatamente em sua metade?
- Por que é mais fácil quebrar um ovo pelas laterais do que por suas extremidades?

Princípio da transmissibilidade das forças

O efeito de uma força não é alterado quando esta é aplicada em diferentes pontos do corpo, desde que esta seja aplicada ao longo de sua linha de aplicação.



Nos três casos o efeito da força é o mesmo.

Equilíbrio

As situações em que um corpo pode estar em equilíbrio são:

- Equilíbrio estático: Ocorre quando o ponto ou corpo está perfeitamente parado ($\vec{v} = 0$).
- Equilíbrio dinâmico: Ocorre quando o ponto ou corpo está em Movimento Uniforme $(\vec{v} = const.)$.

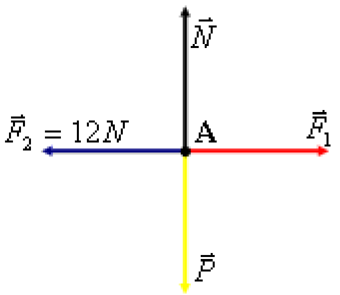
Estática de um ponto

Para que um ponto esteja em equilíbrio precisa satisfazer a seguinte condição:

A resultante de todas as forças aplicadas a este ponto deve ser nula.

Exemplos:

(1) Para que o ponto A, de massa 20kg, esteja em equilíbrio qual deve ser a intensidade da força $\vec{F}_1$?



Sendo:

$$\vec{P} = \vec{N} = m \cdot g = 20 \cdot 10 = 200N$$

Mas como a força Peso e a força Normal têm sentidos opostos, estas se anulam.

E, seguindo a condição de equilíbrio:

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = 0$$
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$$
$$\vec{F}_1 = 12N$$

Estática de um corpo rígido

Chamamos de corpo rígido ou corpo extenso, todo o objeto que não pode ser descrito por um ponto.

Para conhecermos o equilíbrio nestes casos é necessário estabelecer dois conceitos:

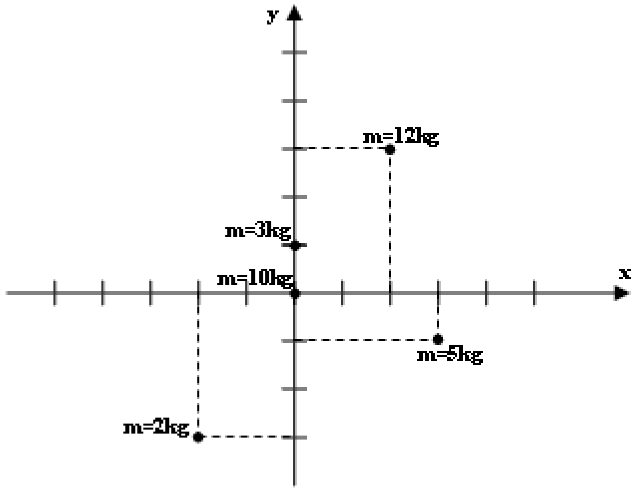
Centro de massa

Um corpo extenso pode ser considerado um sistema de partículas, cada uma com sua massa.

A resultante total das massas das partículas é a massa total do corpo. Seja CM o ponto em que podemos considerar concentrada toda a massa do corpo, este ponto será chamado Centro de Massa do corpo.

Para corpos simétricos, que apresentam distribuição uniforme de massa, o centro de massa é o próprio centro geométrico do sistema. Como no caso de uma esfera homogênea, ou de um cubo perfeito.

Para os demais casos, o cálculo do centro de massa é feito através da média aritmética ponderada das distâncias de cada ponto do sistema.

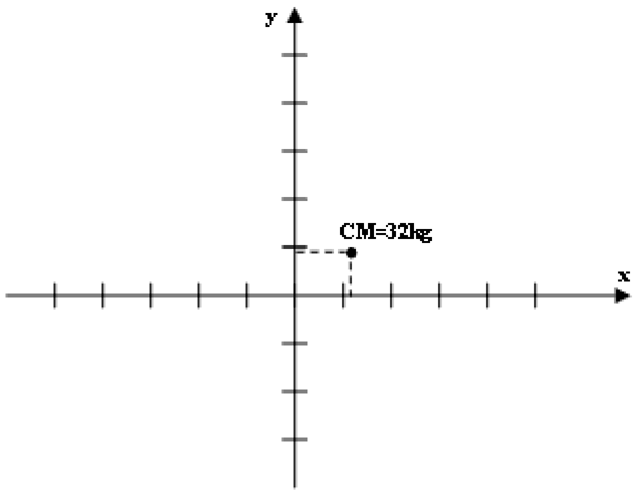


Para calcularmos o centro de massa precisamos saber suas coordenadas em cada eixo do plano cartesiano acima, levando em consideração a massa de cada partícula:

$$CM_x = \frac{2 \cdot (-2) + 10 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 12 \cdot 2 + 5 \cdot 3}{2 + 10 + 3 + 12 + 5} = \frac{35}{32} = 1{,}09$$

$$CM_y = \frac{2 \cdot (-3) + 5 \cdot (-1) + 10 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 12 \cdot 3}{2 + 10 + 3 + 12 + 5} = \frac{28}{32} = 0{,}8$$

Então o Centro de Massa do sistema de partículas acima está localizado no ponto (1,09 , 0,875), ou seja:



Como forma genérica da fórmula do centro de massa temos:

$$x_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + ... + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + ... + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}$$

$$CM = (x_{CM}, y_{CM})$$

Momento de uma força

Imagine uma pessoa tentando abrir uma porta, ela precisará fazer mais força se for empurrada na extremidade contrária à dobradiça, onde a maçaneta se encontra, ou no meio da porta?

Claramente percebemos que é mais fácil abrir ou fechar a porta se aplicarmos força em sua extremidade, onde está a maçaneta. Isso acontece, pois existe uma grandeza chamada Momento de Força $(\vec{M})$, que também pode ser chamado Torque.

Esta grandeza é proporcional a Força e a distância da aplicação em relação ao ponto de giro, ou seja:

$$\vec{M} = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

A unidade do Momento da Força no sistema internacional é o Newton-metro (N.m)

Como este é um produto vetorial, podemos dizer que o módulo do Momento da Força é:

$$M = F \cdot d \cdot sen\,\theta$$

Sendo:

M= Módulo do Momento da Força.

F= Módulo da Força.

d=distância entre a aplicação da força ao ponto de giro; braço de alavanca.

sen θ=menor ângulo formado entre os dois vetores.

Como $sen 90° = 1$, se a aplicação da força for perpendicular à *d* o momento será máximo;

Como $sen 0° = 0$, quando a aplicação da força é paralela à *d,* o momento é nulo.

E a direção e o sentido deste vetor são dados pela Regra da Mão Direita.

O Momento da Força de um corpo é:

- **Positivo** quando girar no sentido anti-horário;
- **Negativo** quando girar no sentido horário;

Exemplo:

Qual o momento de força para uma força de 10N aplicada perpendicularmente a uma porta 1,2m das dobradiças?

$$M = F \cdot d \cdot sen\,\theta$$
$$M = 10 \cdot 1{,}2 \cdot sen 90°$$
$$M = 12 N \cdot m$$

Condições de equilíbrio de um corpo rígido

Para que um corpo rígido esteja em equilíbrio, além de não se mover, este corpo não pode girar. Por isso precisa satisfazer duas condições:

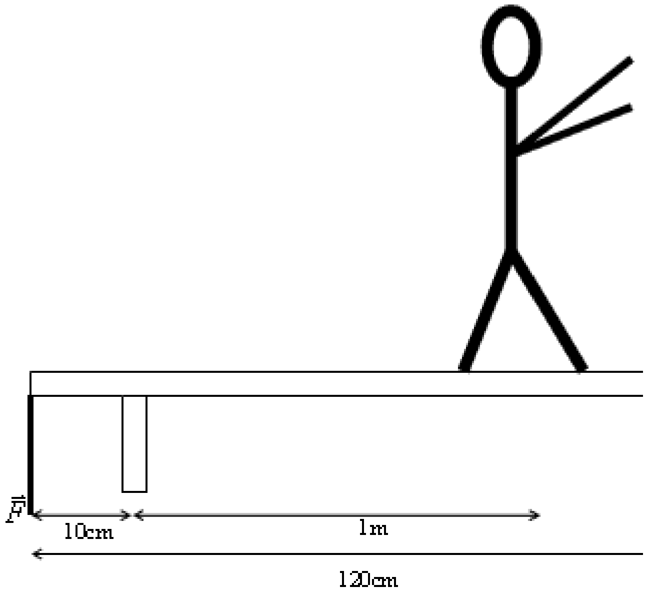
1. O resultante das forças aplicadas sobre seu centro de massa deve ser nulo (não se move ou se move com velocidade constante).
2. O resultante dos Momentos da Força aplicadas ao corpo deve ser nulo (não gira ou gira com velocidade angular constante).

Tendo as duas condições satisfeitas, qualquer corpo pode ficar em equilíbrio, como esta caneta:

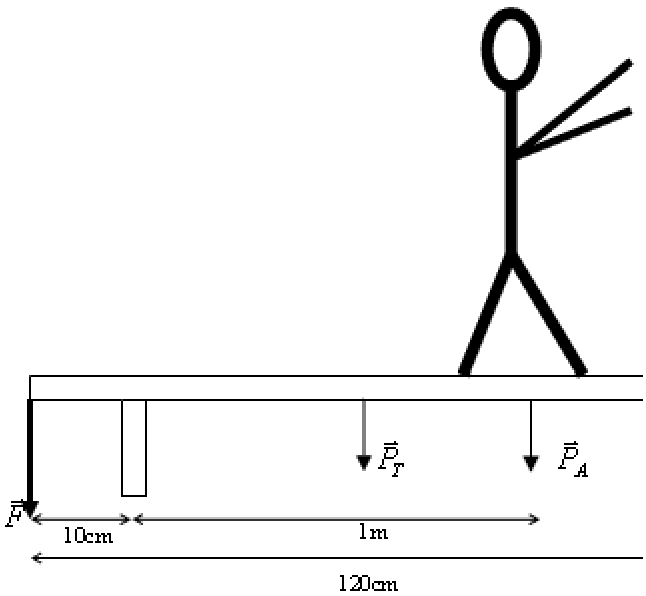
Exemplo:

(1) Em um circo, um acrobata de 65kg se encontra em um trampolim uniforme de 1,2m, a massa do trampolim é 10kg. A distância entre a base e o acrobata é 1m. Um outro integrante do

circo puxa uma corda presa à outra extremidade do trampolim, que está a 10cm da base. Qual a força que ele tem de fazer para que o sistema esteja em equilíbrio.



Como o trampolim é uniforme, seu centro de massa é exatamente no seu meio, que está localizado a uma distância de 0,5m da base. Então, considerando cada força:



Pela segunda condição de equilíbrio:

$$M_F + (-M_{P_T}) + (-M_{P_A}) = 0$$

$$M_F = M_{P_T} + M_{P_A}$$

$$F \cdot d_1 = (m_T \cdot g \cdot d_2) + (m_A \cdot g \cdot d_3)$$

$$F \cdot 0{,}1 = (10 \cdot 10 \cdot 0{,}5) + (65 \cdot 10 \cdot 1)$$

$$F = \frac{700}{0{,}1} = 7000N$$

Hidrostática

Até agora estudamos o comportamento dos planos e corpos em um meio onde há ar ou vácuo, ou seja, o meio não interfere no comportamento.

Mas e se aplicarmos uma força em um corpo que se encontra sobre a água ou outro fluido qualquer?

Sabemos que o efeito será diferente. Se estudarmos as propriedades de um líquido em equilíbrio estático, estas propriedades podem ser estendidas aos demais fluidos.

Chamamos hidrostática a ciência que estuda os líquidos em equilíbrio estático.

Fluido

Fluido é uma substância que tem a capacidade de escoar. Quando um fluido é submetido a uma força tangencial, deforma-se de modo contínuo, ou seja, quando colocado em um recipiente qualquer, o fluido adquire o seu formato.

Podemos considerar como fluidos líquidos e gases.

Particularmente, ao falarmos em fluidos líquidos, devemos falar em sua viscosidade, que é a atrito existente entre suas moléculas durante um movimento. Quanto menor a viscosidade, mais fácil o escoamento do fluido.

Pressão

Ao observarmos uma tesoura, vemos que o lado onde ela corta, a lâmina, é mais fina que o restante da tesoura. Também sabemos que quanto mais fino for o que chamamos o "fio da tesoura", melhor esta irá cortar.

Isso acontece, pois ao aplicarmos uma força, provocamos uma pressão diretamente proporcional a esta força e inversamente proporcional a área da aplicação.

No caso da tesoura, quanto menor for o "fio da tesoura" mais intensa será a pressão de uma força nela aplicada.

A unidade de pressão no SI é o Pascal (**Pa**), que é o nome adotado para N/m^2.

Matematicamente, a pressão média é igual ao quociente da resultante das forças perpendiculares à superfície de aplicação e a área desta superfície.

$$p = \frac{F_\perp}{A}$$

Sendo:

p= Pressão (Pa)

F=Força (N)

A=Área (m^2)

Exemplo:

Uma força de intensidade 30N é aplicada perpendicularmente à superfície de um bloco de área $0,3m^2$, qual a pressão exercida por esta força?

$$p = \frac{F_\perp}{A}$$

$$p = \frac{30}{0,3} = 100Pa$$

Densidade

Quando comparamos dois corpos formados por materiais diferentes, mas com um mesmo volume, quando dizemos que um deles é mais pesado que o outro, na verdade estamos nos referindo a sua densidade. A afirmação correta seria que um corpo é mais denso que o outro.

A unidade de densidade no SI é kg/m^3.

A densidade é a grandeza que relaciona a massa de um corpo ao seu volume.

$$d = \frac{m}{V}$$

Onde:

d=Densidade (kg/m^3)

m=Massa (kg)

V=Volume (m^3)

Exemplo:

Qual a massa de um corpo de volume $1m^3$, se este corpo é feito de ferro?

Dado: densidade do ferro=$7,85g/cm^3$

Convertendo a densidade para o SI:

$$7,85\frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{1\cancel{cm^3}}{10^{-6}m^3} \cdot \frac{10^{-3}kg}{1\cancel{g}} = 7850kg/m^3$$

$$d = \frac{m}{V}$$

$$d \cdot V = m$$

$$7850 \cdot 1 = m$$

$$m = 7850kg$$

Pressão hidrostática

Da mesma forma como os corpos sólidos, os fluidos também exercem pressão sobre outros, devido ao seu peso.

Para obtermos esta pressão, consideremos um recipiente contendo um líquido de densidade *d* que ocupa o recipiente até uma altura *h,* em um local do planeta onde a aceleração da gravidade é *g*.

A Força exercida sobre a área de contato é o peso do líquido.

$$p = \frac{F_\perp}{A}$$

$$p = \frac{m \cdot g}{A}$$

como: $d = \frac{m}{V}$

a massa do líquido é: $m = d \cdot V$

$$p = \frac{d \cdot V \cdot g}{A}$$

mas $V = A_{base} \cdot h$, logo:

$$p = \frac{d \cdot \cancel{A} \cdot h \cdot g}{\cancel{A}} = d \cdot h \cdot g$$

Ou seja, a pressão hidrostática não depende do formato do recipiente, apenas da densidade do fluido, da altura do ponto onde a pressão é exercida e da aceleração da gravidade.

Pressão atmosférica

Atmosfera é uma camada de gases que envolve toda a superfície da Terra.

Aproximadamente todo o ar presente na Terra está abaixo de 18000 metros de altitude. Como o ar é formado por moléculas que tem massa, o ar também tem *massa* e por consequência *peso*.

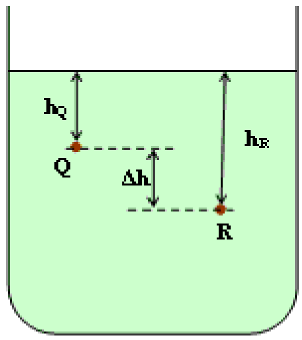
A pressão que o peso do ar exerce sobre a superfície da Terra é chamada *Pressão Atmosférica,* e seu valor depende da altitude do local onde é medida.

Quanto maior a altitude menor a pressão atmosférica e vice-versa.

Teorema de Stevin

Seja um líquido qualquer de densidade *d* em um recipiente qualquer.

Escolhemos dois pontos arbitrários R e T.



As pressões em **Q** e **R** são:

$$p_Q = d \cdot h_Q \cdot g$$

$$p_R = d \cdot h_R \cdot g$$

A diferença entre as pressões dos dois pontos é:

$$p_R - p_Q = (d \cdot h_R \cdot g) - (d \cdot h_Q \cdot g)$$
$$p_R - p_Q = d \cdot g (h_R - h_Q)$$
$$p_R - p_Q = d \cdot g \cdot \Delta h$$

> Teorema de Stevin:
>
> "A diferença entre as pressões de dois pontos de um fluido em equilíbrio é igual ao produto entre a densidade do fluido, a aceleração da gravidade e a diferença entre as profundidades dos pontos."
>
> $$\Delta p = d \cdot g \cdot \Delta h$$

Através deste teorema podemos concluir que todos os pontos a uma mesma profundidade, em um fluido homogêneo (que tem sempre a mesma densidade) estão submetidos à mesma pressão.

Teorema de Pascal

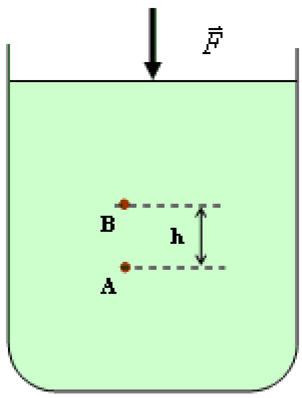
Quando aplicamos uma força a um líquido, a pressão causada se distribui integralmente e igualmente em todas as direções e sentidos.

Pelo <u>teorema de Stevin</u> sabemos que:

$$\Delta p = d \cdot g \cdot \Delta h$$

Então, considerando dois pontos, **A** e **B**:

$$p_A - p_B = d \cdot g \cdot h$$



Ao aplicarmos uma força qualquer, as pressões no ponto **A** e **B** sofrerão um acréscimo:

$$p'_A = p_A + \Delta p_A$$

$$p'_B = p_B + \Delta p_B$$

Se o líquido em questão for ideal, ele não sofrerá compressão, então a distância **h**, será a mesma após a aplicação da força.

Assim:

$$p_A - p_B = dgh = p'_A - p'_B = (p_A + \Delta p_A) - (p_B + \Delta p_B)$$
$$p_A - p_B = (p_A + \Delta p_A) - (p_B + \Delta p_B)$$
$$\cancel{p_A} - \cancel{p_A} - \cancel{p_B} + \cancel{p_B} = \Delta p_A - \Delta p_B$$
$$\Delta p_A - \Delta p_B = 0$$
$$\Delta p_A = \Delta p_B$$

Teorema de Pascal:

"O acréscimo de pressão exercida num ponto em um líquido ideal em equilíbrio se transmite integralmente a todos os pontos desse líquido e às paredes do recipiente que o contém."

Prensa hidráulica

Uma das principais aplicações do teorema de Pascal é a prensa hidráulica.

Esta máquina consiste em dois cilindros de raios diferentes **A** e **B**, interligados por um tubo, no seu interior existe um líquido que sustenta dois êmbolos de áreas diferentes S_1 e S_2.

Se aplicarmos uma força de intensidade F no êmbolo de área S_1, exerceremos um acréscimo de pressão sobre o líquido dado por:

$$\Delta p = \frac{F}{S_1}$$

Pelo teorema de Pascal, sabemos que este acréscimo de pressão será transmitido integralmente a todos os pontos do líquido, inclusive ao êmbolo de área S_2, porém transmitindo um força diferente da aplicada:

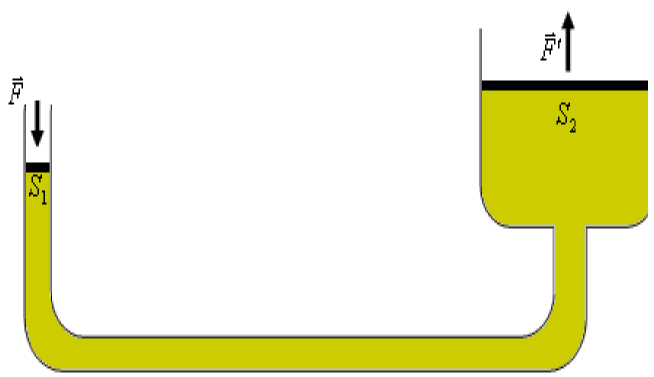
$$\Delta p = \frac{F'}{S_2}$$

Como o acréscimo de pressão é igual para ambas as expressões podemos igualá-las:

$$\frac{F}{S_1} = \frac{F'}{S_2}$$

Exemplo:

Considere o sistema a seguir:



Dados:

$F = 12N$
$S_1 = 0,1m^2$
$S_2 = 1m^2$

Qual a força transmitida ao êmbolo maior?

$$\frac{F}{S_1} = \frac{F'}{S_2}$$

$$\frac{12}{0,1} = \frac{F'}{1}$$

$$\frac{12 \cdot 1}{0,1} = F'$$

$$120N = F'$$

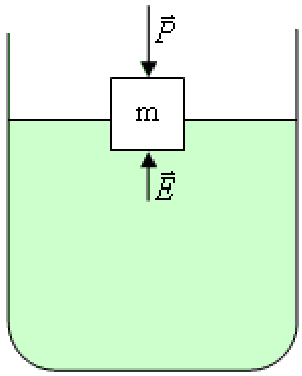
Empuxo

Ao entrarmos em uma piscina, nos sentimos mais leves do que quando estamos fora dela.

Isto acontece devido a uma força vertical para cima exercida pela água a qual chamamos *Empuxo*, e a representamos por $\vec{E}$.

O Empuxo representa a força resultante exercida pelo fluido sobre um corpo. Como tem sentido oposto à força Peso, causa o efeito de leveza no caso da piscina.

A unidade de medida do Empuxo no SI é o Newton (N).



Princípio de Arquimedes

Foi o filósofo, matemático, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego Arquimedes (287a.C. - 212a.C.) quem descobriu como calcular o empuxo.

Arquimedes descobriu que todo o corpo imerso em um fluido em equilíbrio, dentro de um campo gravitacional, fica sob a ação de uma força vertical, com sentido oposto à este campo, aplicada pelo fluido, cuja intensidade é igual a intensidade do Peso do fluido que é ocupado pelo corpo.

Assim:

$$\vec{E} = P_{FD} = m_{FD} \cdot g$$
$$\vec{E} = d_F \cdot V_{FD} \cdot g$$

onde:

$\vec{E}$ =Empuxo (N)

d_F =Densidade do fluido (kg/m^3)

V_{FD} =Volume do fluido <u>deslocado</u> (m^3)

g=Aceleração da gravidade (m/s^2)

Exemplo:

Em um recipiente há um líquido de densidade 2,56g/cm^3. Dentro do líquido encontra-se um corpo de volume 1000cm^3, que está totalmente imerso. Qual o empuxo sofrido por este corpo? Dado g=10m/s^2

$$V_{FD} = 1000cm^3 = 0{,}001m^3 = 10^{-3}m^3$$
$$d_F = 2{,}56\frac{g}{cm^3} \cdot \frac{10^{-3}kg}{1g} \cdot \frac{1cm^3}{10^{-6}m^3} = 2{,}56 \cdot 10^3 kg/m^3$$
$$g = 10m/s^2$$

$$\vec{E} = d_F \cdot V_{FD} \cdot g$$
$$\vec{E} = 2{,}56 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 25{,}6N$$

Saiba mais...

O valor do empuxo não depende da densidade do corpo que é imerso no fluido, mas podemos usá-la para saber se o corpo flutua, afunda ou permanece em equilíbrio com o fluido:

Se:

- densidade do corpo > densidade do fluido: o corpo afunda
- densidade do corpo = densidade do fluido: o corpo fica em equilíbrio com o fluido
- densidade do corpo < densidade do fluido: o corpo flutua na superfície do fluido

Peso aparente

Conhecendo o princípio de Arquimedes podemos estabelecer o conceito de peso aparente, que é o responsável, no exemplo dado da piscina, por nos sentirmos mais leves ao submergir.

Peso aparente é o peso efetivo, ou seja,aquele que realmente sentimos. No caso de um fluido:

$$\vec{P}_A = \vec{P} - \vec{E}$$

$$\vec{P}_A = m \cdot g - d_F \cdot V_{FD} \cdot g$$
$$\vec{P}_A = g \cdot (m - d_F \cdot V_{FD})$$

4° Capítulo

Gravitação Universal

Força gravitacional

Ao estudar o movimento da Lua, Newton concluiu que a força que faz com que ela esteja constantemente em órbita é do mesmo tipo que a força que a Terra exerce sobre um corpo em suas proximidades. A partir daí criou a Lei da Gravitação Universal.

Lei da Gravitação Universal de Newton:

"Dois corpos atraem-se com força proporcional às suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa seus centros de gravidade."

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

Onde:

F=Força de atração gravitacional entre os dois corpos

G=Constante de gravitação universal

$$G \cong 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

M e m = massa dos corpos

d=distância entre os centros de gravidade dos corpos.

Nas proximidades da Terra a aceleração da gravidade varia, mas em toda a Litosfera (camada em que há vida) esta pode ser considerada constante, seus valores para algumas altitudes determinadas são:

Altitude (km)	Aceleração da Gravidade (m/s^2)	Exemplo de altitude
0	9,83	nível do mar
8,8	9,80	cume do Monte Everest
36,6	9,71	maior altura atingida por balão tripulado
400	8,70	órbita de um ônibus espacial
35700	0,225	satélite de comunicação

Leis de Kepler

Quando o ser humano iniciou a agricultura, ele necessitou de uma referência para identificar as épocas de plantio e colheita.

Ao observar o céu, os nossos ancestrais perceberam que alguns astros descrevem um movimento regular, o que propiciou a eles obter uma noção de tempo e de épocas do ano.

Primeiramente, foi concluído que o Sol e os demais planetas observados giravam em torno da Terra. Mas este modelo, chamado de Modelo Geocêntrico, apresentava diversas falhas, que incentivaram o estudo deste sistema por milhares de anos.

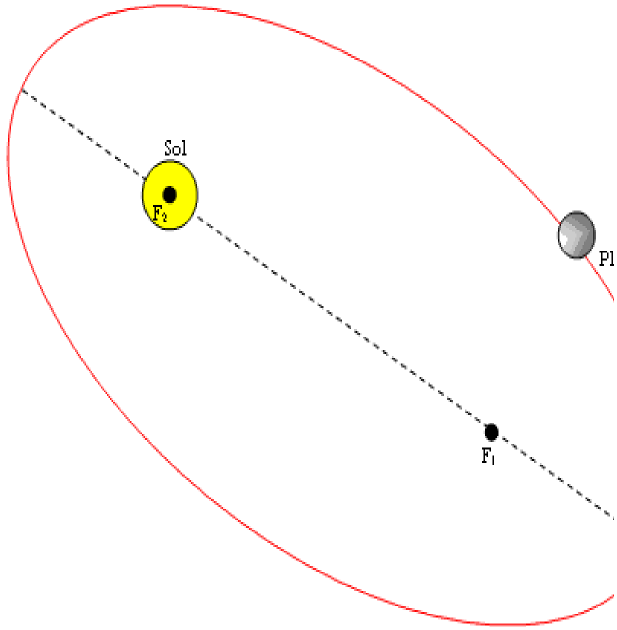
Por volta do século XVI, Nicolau Copérnico (1473-1543) apresentou um modelo Heliocêntrico, em que o Sol estava no centro do universo, e os planetas descreviam órbitas circulares ao seu redor.

No século XVII, Johanes Kepler (1571-1630) enunciou as leis que regem o movimento planetário, utilizando anotações do astrônomo Tycho Brahe (1546-1601).

Kepler formulou três leis que ficaram conhecidas como *Leis de Kepler*.

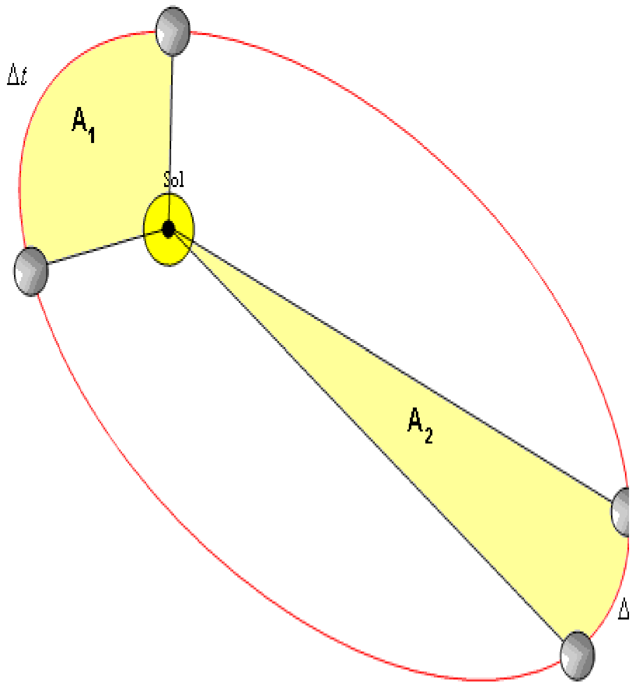
1ª Lei de Kepler - Lei das Órbitas

Os planetas descrevem órbitas elipticas em torno do Sol, que ocupa um dos focos da elipse.



2ª Lei de Kepler - Lei das Áreas

O segmento que une o sol a um planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempo iguais.



$$\frac{A_1}{\Delta t} = \frac{A_2}{\Delta t}$$

3ª Lei de Kepler - Lei dos Períodos

O quociente dos quadrados dos períodos e o cubo de suas distâncias médias do sol é igual a uma constante *k*, igual a todos os planetas.

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

$$T^2 = k \cdot a^3$$

Tendo em vista que o movimento de translação de um planeta é equivalente ao tempo que este demora para percorrer uma volta em torno do Sol, é fácil concluirmos que, quanto mais longe o planeta estiver do Sol, mais longo será seu período de translação e, em consequência disso, maior será o "seu ano".

Unidades astronômicas

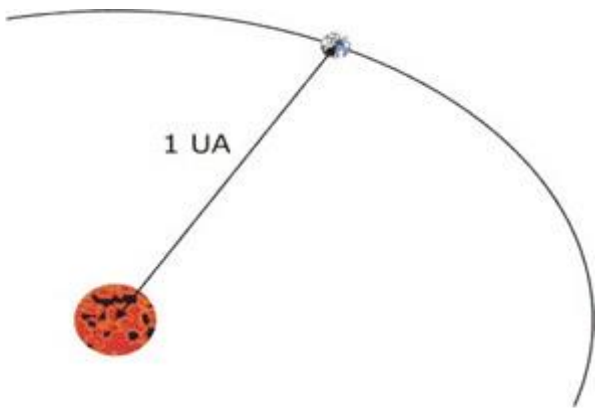
No estudo de astronomia muitas vezes as unidades do Sistema Internacional (SI) são ineficientes pois as distâncias que devem ser expressas são muito grandes.

Por exemplo: A distância da Terra até Marte é de cerca de 75 milhões de quilômetros, que no SI é expresso por 75 000 000 000 metros.

Devido à necessidade de unidades mais eficientes são utilizadas: Unidade Astronômica (UA), Anos-luz (AL) e Parsec (Pc).

Unidade Astronômica (UA)

É a distância média entre a Terra e o Sol. É empregada principalmente para descrever órbitas e distâncias dentro do Sistema Solar.



$$1\,UA \approx 150\,000\,000 km \approx 150\,000\,000\,000 m \approx 1{,}5 \cdot 10^{11}\,m$$

O tamanho médio da órbita dos planetas do Sistema Solar, ou seja, sua distância ao Sol é:

Planeta	Distância ao Sol (UA)
Mercúrio	0,39

Vênus	0,72
Terra	1,00
Marte	1,52
Júpter	5,20
Saturno	9,53
Urano	19,10
Netuno	30,00

Ano-Luz (al)

É a distância percorrida pela luz, no vácuo, no tempo de 1 ano terrestre.

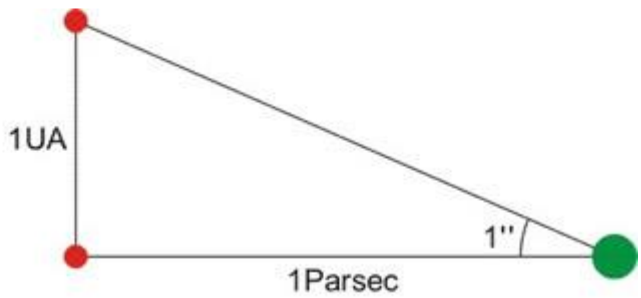
Sendo a velocidade da luz c = 299 792,458 km/s, temos que:

1 al = 9 460 536 207 068 016 m = 63241,07710 UA

A estrela mais próxima do Sol é chamada Próxima Centauri, localizada na constelação de Centauro. A sua distância ao Sol é de 4,22 al

Parsec (Pc)

É a distância na qual 1 UA é representada por 1'' (1 segundo de arco), em uma medição por paralaxe.



Esta unidade é usada para distância muito grandes, como a distância entre estrelas, entre galáxias ou de objetos muito distantes, como quasares.

1 Pc = 206265 UA

Exercícios:

Questões de Cinemática

Velocidade:

1. Um macaco que pula de galho em galho em um zoológico, demora 6 segundos para atravessar sua jaula, que mede 12 metros. Qual a velocidade média dele?

2. Um carro viaja de uma cidade A a uma cidade B, distantes 200km. Seu percurso demora 4 horas, pois decorrida uma hora de viagem, o pneu dianteiro esquerdo furou e precisou ser trocado, levando 1 hora e 20 minutos do tempo total gasto. Qual foi a velocidade média que o carro desenvolveu durante a viagem?

3. No exercício anterior, qual foi a velocidade nos intervalos antes e depois de o pneu furar? Sabendo que o incidente ocorreu quando faltavam 115 km para chegar à cidade B.

4. Um bola de basebol é lançada com velocidade igual a 108m/s, e leva 0,6 segundo para chegar ao rebatedor. Supondo que a bola se desloque com velocidade constante. Qual a distância entre o arremessador e o rebatedor?

5. Durante uma corrida de 100 metros rasos, um competidor se desloca com velocidade média de 5m/s. Quanto tempo ele demora para completar o percurso?

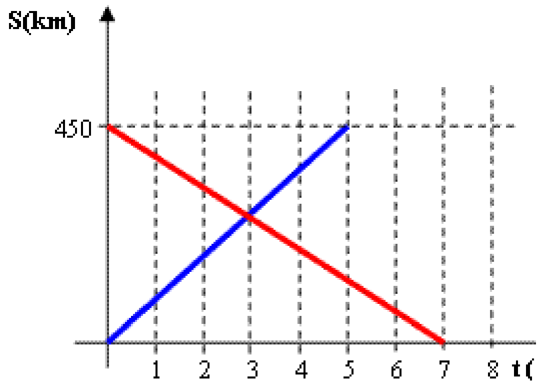
Movimento Uniforme:

6. Um carro desloca-se em uma trajetória retilínea descrita pela função S=20+5t (no SI). Determine:

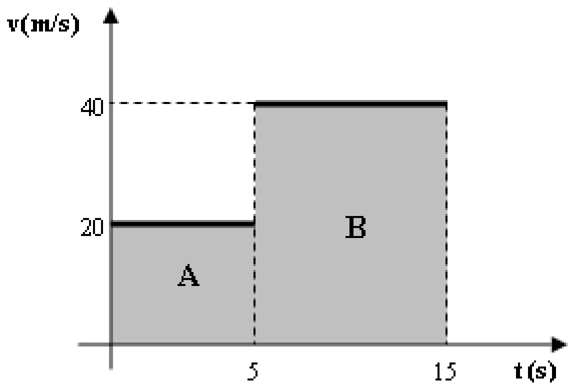
(a) a posição inicial;
(b) a velocidade;
(c) a posição no instante 4s;
(d) o espaço percorrido após 8s;
(e) o instante em que o carro passa pela posição 80m;
(f) o instante em que o carro passa pela posição 20m.

7. Em um trecho de declive de 10km, a velocidade máxima permitida é de 70km/h. Suponha que um carro inicie este trecho com velocidade igual a máxima permitida, ao mesmo tempo em que uma bicicleta o faz com velocidade igual a 30km/h. Qual a distância entre o carro e a bicicleta quando o carro completar o trajeto?

8. O gráfico a seguir mostra as posições em função do tempo de dois ônibus. Um parte de uma cidade A em direção a uma cidade B, e o outro da cidade B para a cidade A. As distâncias são medidas a partir da cidade A. A que distância os ônibus vão se encontrar?



9. Um carro, se desloca a uma velocidade de 20m/s em um primeiro momento, logo após passa a se deslocar com velocidade igual a 40m/s, assim como mostra o gráfico abaixo. Qual foi o distância percorrida pelo carro?



10. Dois trens partem simultaneamente de um mesmo local e percorrem a mesma trajetória retilínea com velocidades, respectivamente, iguais a 300km/h e 250km/h. Há comunicação entre os dois trens se a distância entre eles não ultrapassar 10km. Depois de quanto tempo após a saída os trens perderão a comunicação via rádio?

Movimento Uniformemente Variado

11. Durante uma corrida de carros, um dos competidores consegue atingir 100km/h desde a largada em 5s. Qual a aceleração média por ele descrita?

12. Um móvel, partindo do repouso com uma aceleração constante igual $1m/s^2$ se desloca durante 5 minutos. Ao final deste tempo, qual é a velocidade por ele adquirida?

13. Um automóvel encontra-se parado diante de um semáforo. Logo quando o sinal abre, ele arranca com aceleração $5m/s^2$, enquanto isso, um caminhão passa por ele com velocidade constante igual a 10m/s.

(a) Depois de quanto tempo o carro alcança o caminhão?

(b) Qual a distância percorrida até o encontro.

14. Uma motocicleta se desloca com velocidade constante igual a 30m/s. Quando o motociclista vê uma pessoa atravessar a rua freia a moto até parar. Sabendo que a aceleração máxima para frear a moto tem valor absoluto igual a $8m/s^2$, e que a pessoa se encontra 50m distante da motocicleta. O motociclista conseguirá frear totalmente a motocicleta antes de alcançar a pessoa?

15. Um corredor chega a linha de chegada em uma corrida com velocidade igual a 18m/s. Após a chegada ele anda mais 6 metros até parar completamente. Qual o valor de sua aceleração?

Movimento Vertical

16. Uma pedra é abandonada de um penhasco de 100m de altura. Com que velocidade ela chega ao solo? Quanto tempo demora para chegar?

17. Em uma brincadeira chamada "Stop" o jogador deve lançar a bola verticalmente para cima e gritar o nome de alguma pessoa que esteja na brincadeira. Quando a bola retornar ao chão, o jogador chamado deve segurar a bola e gritar: "Stop", e todos os outros devem parar, assim a pessoa chamada deve "caçar" os outros jogadores. Quando uma das crianças lança a bola para cima, esta chega a uma altura de 15 metros. E retorna ao chão em 6 segundos. Qual a velocidade inicial do lançamento?

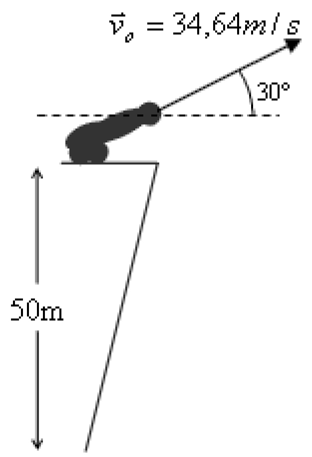
18. Durante a gravação de um filme, um dublê deve cair de um penhasco de 30m de altura e cair sobre um colchão. Quando ele chega ao colchão, este sofre uma deformação de 1m. Qual é a desaceleração que o dublê sofre até parar quando chega colchão?

19. Um fazendeiro precisa saber a profundidade de um poço em suas terras. Então, ele abandona uma pedra na boca do poço e cronometra o tempo que leva para ouvir o som da pedra no fundo. Ele observa que o tempo cronometrado é 5 segundos. Qual a altura do poço?

Movimento Oblíquo

20. Durante uma partida de futebol, um goleiro chuta uma bola com velocidade inicial igual 25m/s, formando um ângulo de 45° com a horizontal. Qual distância a bola alcançará?

21. Um tiro de canhão é lançado formando um ângulo de 30° com a horizontal, conforme a figura abaixo:



$v^2_y = v^2_{0,y} - 2g\Delta y$ *, mas quando a altura for máxima a velocidade final será zero, Qual a altura máxima desse tiro?*

22. Suponha que você precise jogar um livro, do segundo andar de um prédio, para um amigo que esteja a 10m de distância de você. Qual deve ser a velocidade inicial com que você deverá lançá-lo? Sabendo que você vai realizar o lançamento verticalmente e que a janela de um segundo andar está a 4 metros de altura do chão.

Movimento Circular

23. Os ponteiros do relógio realizam um movimento circular uniforme. Qual a velocidade angular dos ponteiros (a) das horas, (b) dos minutos (c) e dos segundos?

24. Se considerarmos um relógio, no exercício anterior, com ponteiro das horas de 10cm, dos minutos de 15cm e dos segundos de 20cm. Qual será a aceleração centrípeta de cada um dos ponteiros?

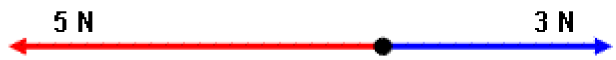
25. Uma roda de 1 metro de diâmetro, partindo do repouso começa a virar com aceleração angular igual a $2rad/s^2$. Quanto tempo ele demora para atingir uma velocidade linear de 20m/s?

26. Uma bola de bilhar, com raio igual a 2,5cm, após ser acertada pelo jogador, começa a girar com velocidade angular igual a 5rad/s, e sofre uma desaceleração igual a $-1rad/s^2$ até parar, qual o espaço percorrido pela bola?

Questões sobre Dinâmica

Leis de Newton

27. Considere as seguintes forças aplicadas a um corpo:



Qual é a força resultante aplicada?

28. Uma força de 50N é aplicada a um corpo de massa 100kg que se encontra em repouso. Sendo esta a única força que atua no corpo, qual a velocidade alcançada após 10s da aplicação da força?

29. Qual a massa de um corpo que, partindo do repouso, atinge uma velocidade de 12m/s em 20s? Sabendo que a força aplicada nele tem módulo igual a 30N.

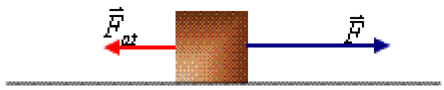
Força Peso

30. Qual a força mínima que deve ser feita para levantar um automóvel com massa 800kg?

31. Qual a massa de um corpo com peso 12000kgf?

Força de Atrito

32. Qual o coeficiente de atrito de um bloco de 10kg que alcança 2m/s em um deslocamento de 10m, partindo do repouso? Sendo que a força que é aplicada a ele é 10N.

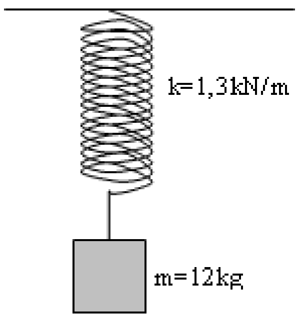


33. Uma força F é aplicada a um bloco de 15kg que desliza sobre um superfície onde o coeficiente de atrito dinâmico é 0,25. O corpo tem aceleração constante de $1m/s^2$. Qual a força aplicada no corpo?

Força Elástica

34. Uma mola tem constante elástica k=2,5kN/m. Quando ela for comprimida de 12cm, qual será a força elástica dela?

35. Um corpo entra em equilíbrio quando a força resultante sobre ele for nula. Sendo:



Qual será a deformação na mola quando o sistema estiver em equilíbrio?

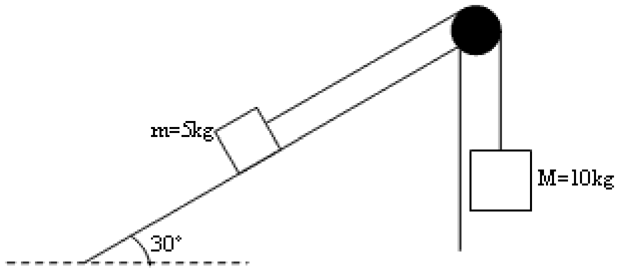
Força Centrípeta

36. Qual a força centrípeta que um carro de massa 600kg atinge, ao percorrer um curva de raio 100m a uma velocidade de $15m/s^2$?

37. Qual deve ser o coeficiente de atrito estático entre a estrada e os pneus para que o carro do exercício anterior não derrape?

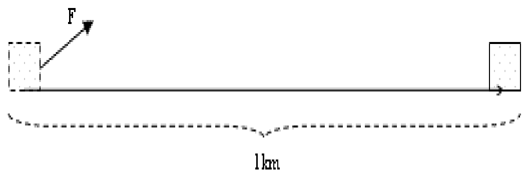
Sistemas

38. Qual a aceleração do sistema a seguir, sendo que o coeficiente de atrito dinâmico do plano é igual a 0,2?

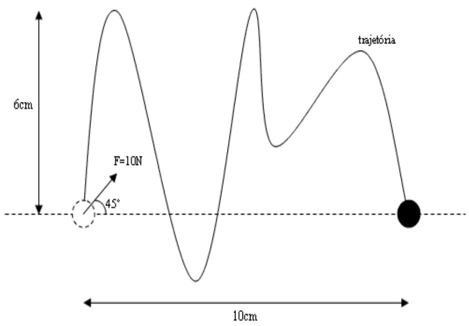


Trabalho

39. Qual o trabalho realizado por uma força de intensidade 100N, formando um ângulo de 30° com a horizontal, quando o corpo se desloca 1km horizontalmente?



40. Qual o trabalho realizado pela esfera de 0,5kg a seguir:



Potência

41. Qual a potência média desenvolvida por uma força de intensidade 100N, durante um percurso de 20m durante um intervalo de tempo igual a 2s?

42. Um bloco de massa 1kg tem aceleração constante de $3m/s^2$. Sendo que esta parte do repouso, qual a potência instantânea do bloco após 10s?

Energia

43. Qual a energia de um corpo de massa 1kg que se desloca com velocidade constante igual a 10m/s?

44. Um carro de massa 10^3kg se desloca com velocidade 12m/s, quando avista um pedestre e freia até parar. Qual o trabalho realizado pelos freios do carro?

45. Um homem de cai de uma altura de 100m. Qual sua velocidade ao chegar ao solo?

46. Um bloco de 12kg cai de uma altura de 20cm sobre uma mola de constante elástica k=500N/m, em seu estado de repouso. Qual será a compressão na mola?

Impulso

47. Um taco de basebol atinge uma bola durante 0,5s, com uma força de 100N. Qual o impulso do taco sobre a bola?

48. Em um acidente de carros. Um veículo encontra-se parado enquanto outro de 800kg que se move com uma aceleração de $2m/s^2$ o atinge. Os carros ficam unidos por 10s. Qual o impulso desta batida?

Quantidade de Movimento

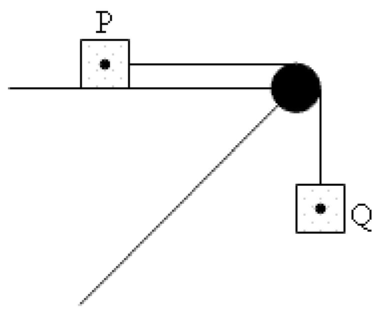
49. Uma bola de futebol tem massa 1,2kg e se desloca com velocidade igual a 15m/s. Qual a quantidade de movimento dela?

50. Em um jogo de bilhar uma bola maior, que se desloca com velocidade 3m/s, atinge outra que estava parada. A bola menor passa a se mover a uma velocidade de 1,6m/s. Qual a velocidade da bola maior? Considerando que a massa da bola maior é o dobro da bola menor.

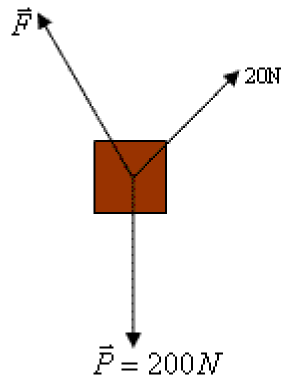
Questões de Estática e Hidrostática

Estática do Ponto

51. Dado um corpo arbitrário com massa 12kg concentrada em um ponto P ligado a outro de massa 10kg concentrada em um ponto Q ligado por um fio ideal que atravessa uma polia ideal, assim como na figura abaixo. Qual deve ser o coeficiente de atrito para que este sistema esteja em equilíbrio?

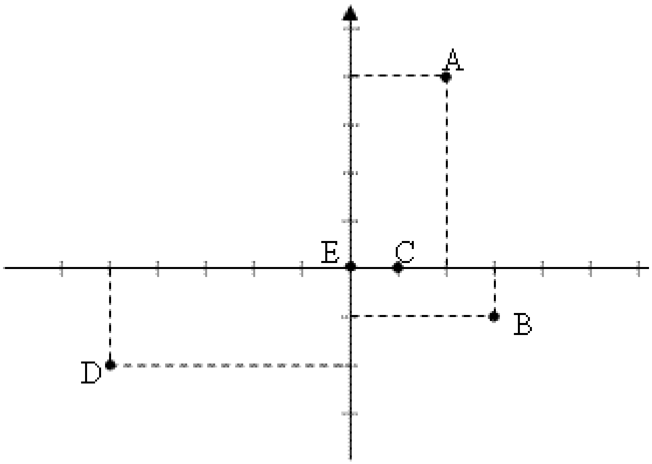


52. Dois cabos seguram um bloco de massa 20kg, um deles, com intensidade 20N, forma um ângulo de 45° com a horizontal. O outro, forma um ângulo de 120° partindo da horizontal. Qual a força aplicada a este cabo para que o bloco fique em equilíbrio verticalmente?



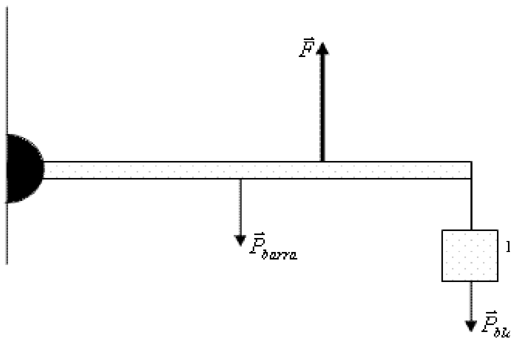
Estática de Corpo Rígido

53. Três partículas localizam-se em posições: a (2,4), b (3,-1), c (1,0), d (-5,-2), e (0,0). Sendo a massa destas partículas, respectivamente, 5kg, 16kg, 0,1kg, 0,9kg e 10kg. Qual é o centro de massa deste sistema?



54. Para abrir uma porta de madeira de um metro de largura é necessário aplicar uma força perpendicular de intensidade 50N na sua extremidade contrária à dobradiça. Ao tentar abrir esta porta empurrando-a pelo seu meio, qual deve ser a intensidade da força perpendicular aplicada?

55. Uma barra homogênea de 5kg e 2m apoiada sob um ponto em uma parede é segurada por um cabo ideal, em um ponto A, distante 1,5m da ponta da barra e há um bloco de massa 1kg preso a outra extremidade da barra. Qual a força aplicada ao cabo para que o sistema esteja em equilíbrio?



Pressão

56. Qual a pressão causada por uma força de intensidade 12N aplicada sobre uma superfície retangular de dimensões 15cm x 5cm?

Sendo:

$$p = \frac{F_\perp}{A}$$

57. Qual a pressão exercida por um fluido de densidade 0,7kg/m^3 que preenche um recipiente cilíndrico de 2m de altura?

Teorema de Stevin

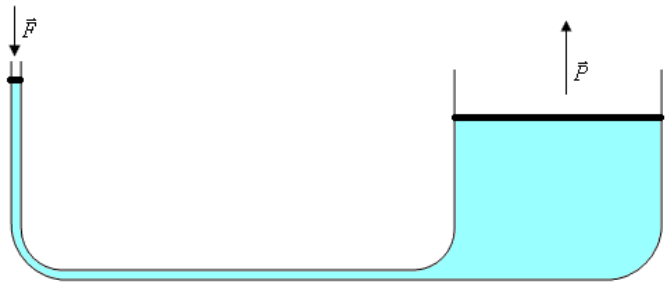
58. Em um submarino submerso a 100m abaixo do nível do mar está submetido a uma pressão de 11atm, quando ele sobe até uma altura de 50m abaixo do nível do mar qual é a pressão exercida sobre ele? Dados 1 atm=100000Pa, densidade da água=1000kg/m^3 e aceleração da gravidade=10m/s^2

$$\Delta p = d \cdot g \cdot \Delta h$$

Pressão inicial=1100000Pa

Teorema de Pascal

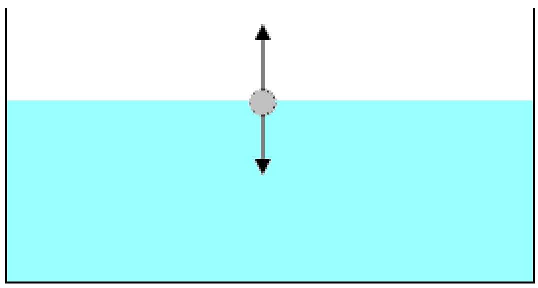
59. A ferramenta usada em oficinas mecânicas para levantar carros chama-se macaco hidráulico. Em uma situação é preciso levantar um carro de massa 1000kg. A superfície usada para levantar o carro tem área 4m^2, e a área na aplicação da força é igual a 0,0025m^2. Dado o desenho abaixo, qual a força aplicada para levantar o carro?



Empuxo

60. Um cubo de volume 10cm^3 pesa 50g. Colocada em uma caixa d'água ela afundará ou flutuará?

61. Uma esfera de gelo de volume 5cm^3 é colocada em um aquário com água. Qual a força exercida pela água sob a esfera? Dado: densidade do gelo=0,92g/cm^3 e densidade da água=1g/cm^3.



Questões de Gravitação Universal

Leis de Kepler

62. Um satélite de comunicação em órbita circular tem raio R e período T. Um outro satélite de órbita circular tem período T/3. Qual o raio da órbita do segundo satélite?

Gravitação Universal

63. Qual a intensidade do campo gravitacional da Terra sobre a Lua?

Dados:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 / kg^2$$
$$M_{Terra} = 5{,}98 \cdot 10^{24} kg$$
$$M_{Lua} = 7{,}36 \cdot 10^{22} kg$$
$$R_{Terra-Lua} = 3{,}82 \cdot 10^{8} m$$

64.

Referencias:

"Velocidade" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:41. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/velocidade.php

"Velocidade Instantânea" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:41. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/velocidade2.php

"Movimento Uniforme" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:42. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mu.php

"Movimento Uniforme (Diagramas)" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:42. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mu2.php

"Movimento Uniformemente Variado" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:42. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/muv.php

"Equação de Torricelli" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:43. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/muv2.php

"Movimento Vertical" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:43. Disponível na Internet em *http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mvert.php*

"Vetores" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:43. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/Vetores.php

"Vetores - Aceleração e Velocidade Vetoriais" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:44. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/vetores2.php

"Movimento Oblíquo" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:44. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/movobl.php

"Lançamento Horizontal - Movimento Oblíquo" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:44. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/movobl2.php

"Movimento Circular Uniformemente Variado" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:36. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mc2.php

"Movimento Circular" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:40. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mc.php

"Leis de Newton" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:46. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/leisdenewton.php

"Força Peso" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:46. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/fp.php

"Força de Atrito" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:46. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/fa.php

"Força Elástica" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:47. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/fe.php

"Força Centrípeta" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:47. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/fc.php

"Plano Inclinado" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:47. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/pi.php

"Sistemas" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:47. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/sistemas.php

"Trabalho" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:48. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/trabalho.php

"Potência" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:48. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/potencia.php

"Energia Mecânica" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:48. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/energia.php

"Energia Potencial" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:48. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/energia2.php

"Conservação de Energia Mecânica" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:49. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/energia3.php

"Impulso" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:49. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/impulso.php

"Quantidade de Movimento" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:49. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/quantmov.php

"Conservação da Quantidade de Movimento" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:50. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/quantmov2.php

"Estática e Hidrostática" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:50. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/principiosbasicos.php

"Estática de um ponto" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:50. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/estdoponto.php

"Estática de um corpo rígido" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:50. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/estdecorpo.php

"Condições de equilíbrio de um corpo rígido" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:51. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/estdecorpo2.php

"Hidrostática" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:51. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/pressao.php

"Pressão hidrostática" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:51. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/pressao2.php

"Teorema de Stevin" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:51. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/teoremadestevin.php

"Teorema de Pascal" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:52. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/teoremadepascal.php

"Empuxo" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:52. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/empuxo.php

"Gravitação Universal" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:52. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/GravitacaoUniversal/gu.php

"Leis de Kepler" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:53. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/GravitacaoUniversal/lk.php

"Unidades astronômicas" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 11:53. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/GravitacaoUniversal/unidades.php

"Questões de Cinemática" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 15:00. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/questoes.php

"Questões sobre Dinâmica" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 15:19. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/questoesdinamica.php

"Questões de Estática e Hidrostática" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 15:35. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/EstaticaeHidrostatica/questoes.php

"Questões de Gravitação Universal" em *Só Física*. Virtuous Tecnologia da Informação, 2008-2019. Consultado em 10/03/2019 às 15:55. Disponível na Internet em http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/GravitacaoUniversal/questoes.php