

Instituto Educacional Vera Cruz
Disciplina: Física
Professora: Andréa Coeli
Ano/Série: 1º Ano – Ensino Médio

O que é Física?

Física é o ramo da ciência que estuda as propriedades das partículas elementares e os fenômenos naturais e provocados, de modo lógico e ordenado.

Os Métodos da Física

Todas as ciências possuem seus métodos que permitem chegar às leis que regem os seus fenômenos.

O método que nos é mais familiar é o usado em matemática: dedutivo; onde, partindo de verdades gerais, chegamos às verdades particulares.

As Divisões da Física – Para efeito de estudo, os assuntos serão divididos em:

a) **Cinemática**

✓ **Mecânica**

- Estática
- Dinâmica

b) **Termologia**

c) **Acústica** (Ondulatória)

d) **Óptica**

e) **Eletrologia**

f) **Magnetismo**

g) **Física Moderna**

- ✓ Eletrostática
- ✓ Eletrodinâmica
- ✓ Eletromagnetismo

O Sistema Internacional de Unidades

Unidades Fundamentais

O sistema de unidades adotado oficialmente no Brasil é o Sistema Internacional de Unidades indicado por SI.

O Instituto Nacional de Pesos e Medidas divulgou decreto dispondo sobre as unidades e medidas utilizadas no Brasil em 3 de maio de 1978.

O Sistema Internacional de Unidades estabelece sete unidades como fundamentais, e cada uma delas corresponde a uma grandeza. São elas:

Grandeza	Nome da Unidade	Símbolo da Unidade
Comprimento	metro	m
Tempo	segundo	s
Massa	quilograma	kg
Temperatura	kelvin	K
Quantidade de Molécula	mol	mol
Corrente Elétrica	Ampére	A
Intensidade Luminosa	Candela	cd

As grandezas físicas e as suas Unidades de Medidas.

No final dos anos 50 os países que mantinham relacionamento comercial e de trocas de tecnologia, reuniram-se em Sévres, França e criaram o Sistema Internacional de Unidades (S.I). Baseado no Sistema Métrico Decimal tem a finalidade de padronizar, em linguagem universal, as unidades de medidas usadas em Física.

Em Mecânica considera-se como unidades de medidas fundamentais o metro (m), o quilograma (kg), o segundo(s), etc.

Na grafia dos símbolos que representam as unidades de medidas, deve-se observar as seguintes regras:

1. Os símbolos são escritos com letras minúsculas.
2. Os símbolos não têm plural.

Os símbolos não se flexionam quando escritos no plural.

Exemplo: 10 newtons — 10N e não 10Ns.

O SI tornou-se então, a linguagem internacional facilitando as relações entre os países, o ensino e os trabalhos científicos.

As unidades derivadas são combinações das unidades fundamentais e serão estudadas à medida que forem aparecendo no decorrer do nosso curso.

O metro admite múltiplos como o quilômetro (km) e submúltiplos como o centímetro (cm) e o milímetro (mm).

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 10^5 \text{ cm}$$

O quilograma admite um submúltiplo que é o grama (g)

$$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g} = 1000 \text{ g}$$

O segundo admite múltiplos como o minuto (min) e a hora (h).

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s} \quad 1 \text{ min.} = 60 \text{ s}$$

Algumas linguagens e suas definições usadas em **Mecânica**:

Ponto Material – considera-se como ponto material, os corpos cujas dimensões são desprezíveis, comparadas com as dimensões de outros corpos.

Móvel – é tudo que está em movimento ou pode ser movimentado.

Trajectoria – quando um corpo se move, ele ocupa sucessivamente, diversas posições. O conjunto dessas posições é uma linha geométrica que chamamos de trajetória.

Distância Percorrida – é o espaço medido sobre a trajetória.

Deslocamento – é a distância medida sobre a linha que une a posição final e a posição inicial.

Potência de Dez

Em Física, o valor de muitas grandezas ou é muito maior que 10 (dez) ou muito menor que 1 (um).

Na prática, escrevemos o valor de uma grandeza como um número compreendido entre um e dez multiplicados pela potência de dez conveniente.

Um número representado em **Notação Científica** está compreendido entre $1 \leq n < 10$ multiplicado pela base 10 elevado a um expoente. (n pode ser qualquer número diferente de 0) A **Notação Científica** é a forma de representar números, em especial muito grandes (10000000000) ou muito pequenos (0,0000000001). É baseado no uso de potências de 10 (os casos acima, em notação científica, ficariam: $1 \cdot 10^{11}$ e $1 \cdot 10^{-11}$, respectivamente).

Transformação para forma de **Notação Científica**

Temos dois casos:

1º Caso: O número é muito maior que 10(dez)

$$136000 = 1,36 \cdot 10^5$$

5 casas _____



O número 136000 é maior que 10, temos que deixá-lo menor do que 10, para isso temos de colocar a vírgula na primeira casa decimal.

Exemplos:

a) $2000000 = 2 \cdot 10^6$

b) $33\ 000\ 000\ 000 = 3,3 \cdot 10^{10}$

c) $547\ 85,3 = 5,47853 \cdot 10^4$

Quando a parte inteira do número for diferente de zero, o expoente será positivo.

2º Caso: O número é muito menor que 1 (um)

$$0,000\ 000\ 412 = 4,12 \cdot 10^{-7}$$

7 casas _____



O número 0,000000412 é menor do que 1, temos que deixá-lo maior do que 1, para isso colocamos a vírgula na primeira casa decimal diferente de 0.

Exemplos:

a) $0,0034 = 3,4 \cdot 10^{-3}$

b) $0,0\ 000\ 008 = 8 \cdot 10^{-7}$

c) $0,0\ 000\ 000\ 000\ 517 = 5,17 \cdot 10^{-11}$

Quando a parte inteira do número for igual a zero, o expoente da base será negativo.

A seguir apresentamos algumas grandezas físicas em Notação Científica:

- Velocidade da luz no vácuo = $3 \cdot 10^8$ m/s
- Massa de um próton = $1,6 \cdot 10^{-24}$ g
- Raio do átomo de hidrogênio = $5 \cdot 10^{-9}$ cm
- Número de Avogadro = $6,02 \cdot 10^{23}$
- Carga do Elétron = $1,6 \cdot 10^{-19}$ C

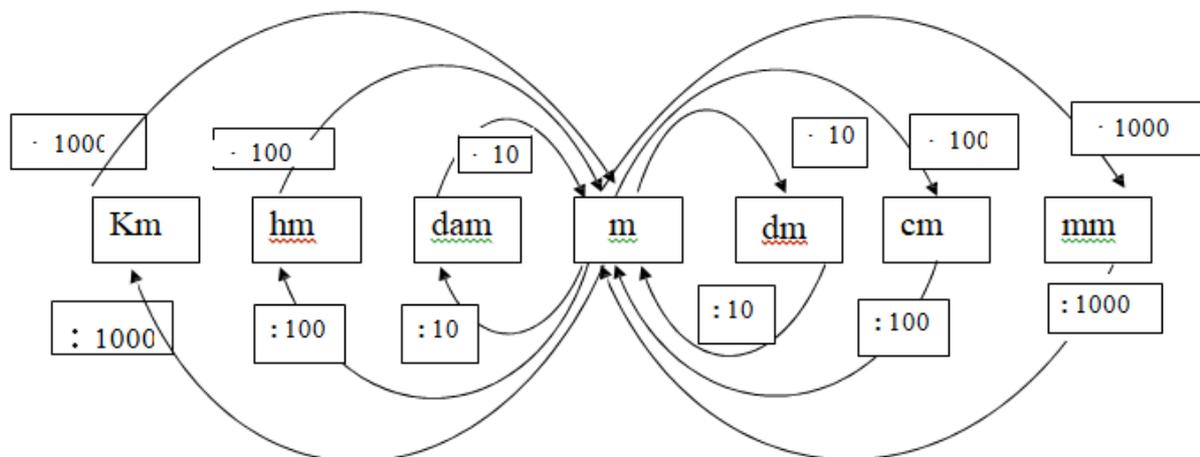
Transformação de Unidades

Medidas de Comprimento

Ida (multiplicar)

Quando vamos da esquerda para direita, nós multiplicamos.

IDA → 1 casa multiplica-se por 10
(vezes) 2 casas multiplica-se por 100
3 casas multiplica-se por 1000



Quando voltamos da direita para a esquerda, nós dividimos.

Volta (dividir)

Legenda:

km: Quilômetro
hm: Hectômetro
dam: Decâmetro
m: Metro
dm: Decímetro
cm: Centímetro
mm: Milímetro

VOLTA → 1 casa : 10
(divide) 2 casas : 100
3 casas : 1000

Exemplos:

Observe a tabela para as transformações:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
----	----	-----	---	----	----	----

Transforme 58 km (quilômetros) em m (metros):

$$58 \div 1000 = 58000m$$

De km (quilômetros) para m (metros), estamos indo 3 (três) casas da esquerda para direita, assim multiplicamos por 1000(mil).

Transforme 1597mm (milímetros) em m (metros):

$$1597 \times 1000 = 1,597m$$

De mm (milímetros) para m (metros) estamos voltando 3 (três) casas da direita para esquerda, assim dividimos por 1000(mil).

Transforme 45m (metros) em cm (centímetros):

$$45 \div 100 = 4500cm$$

De m (metros) para cm (centímetros) estamos indo 2 (duas) casas da esquerda para direita, assim multiplicamos por 100 (cem).

Transforme 195m (metros) em dam (decâmetros):

$$195 \div 10 = 19,5dam$$

De m (metros) para dam (decâmetros) estamos voltando 1 (uma) casa da direita para esquerda, assim dividimos por 10(dez).

Transforme 5 cm (centímetros) em m (metros):

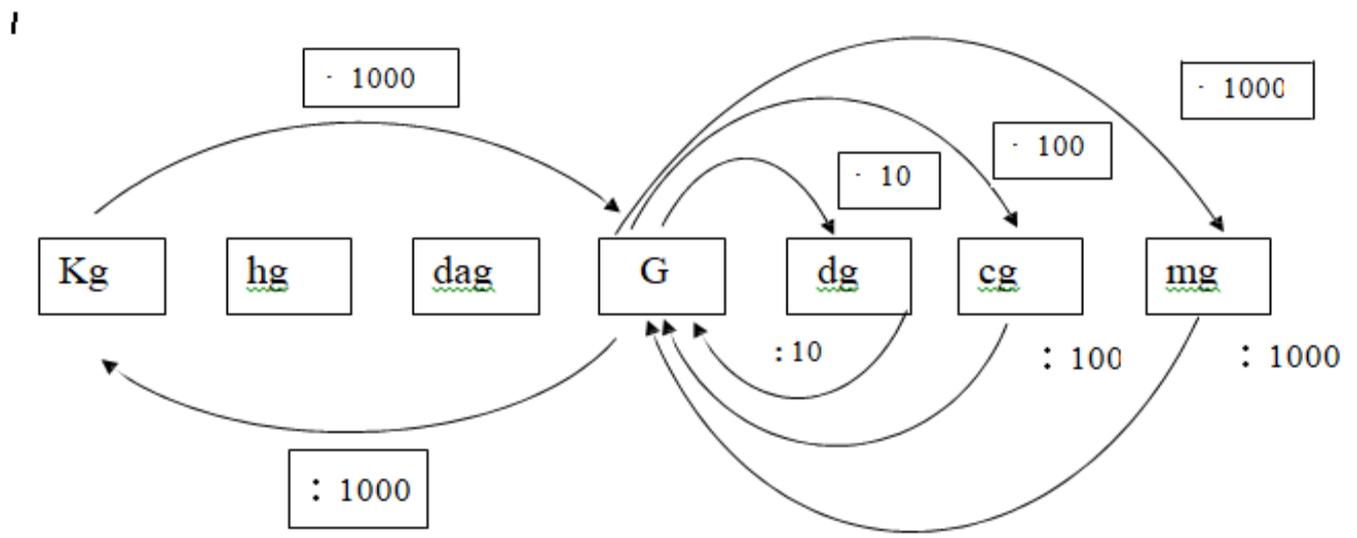
$$5 \div 100 = 0,05m$$

De cm (centímetros) para m (metros) estamos voltando 2 (duas) casas da esquerda para a direita, assim dividimos por 100 (cem).

Medidas de Massa

Ida (multiplicar) → Quando vamos da esquerda para direita, nós multiplicamos.

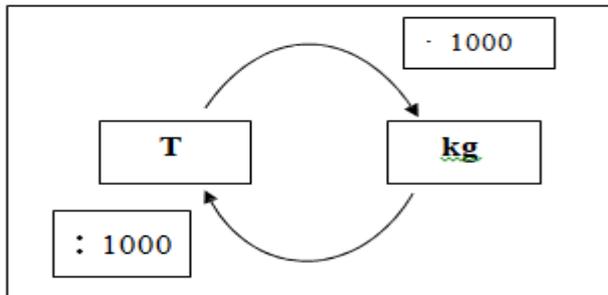
IDA →
1 casa multiplica-se por 10
2 casas multiplica-se por 100
3 casas multiplica-se por 1000



Quando voltamos da direita para esquerda, nós dividimos.

Volta (dividir)

De Tonelada (T) para quilograma (Kg) multiplicamos por 1000 (mil).
De Quilograma (Kg) para Tonelada (T) dividimos por 1000 (mil).



Legenda:

T: Tonelada
kg: Quilograma
hg: Hectograma
dag: Decagrama
g: Grama
dg: Decigrama
cg: Centigrama
mg: Miligrama

Exemplos:

Observe a tabela para as transformações:

kg	hg	dag	G	dg	cg	mg
----	----	-----	---	----	----	----

Transforme 8 kg (quilogramas) em g (gramas):

$$8 \times 1000 = 8000g$$

De kg (quilograma) para g (grama), estamos indo 3 (três) casas da esquerda para direita, assim multiplicamos por 1000(mil) .

Transforme 16400mg (miligramas) em g(gramas)

$$16400 \div 1000 = 16,4g$$

De mg (miligramas) para g (gramas) estamos voltando 3 (três) da direita para esquerda, assim dividimos por 1000(mil).

Transforme 45g (gramas) em mg (miligramas):

$$45 \times 1000 = 45000mg$$

De g (gramas) para mg (miligramas) estamos indo 3 (três) casas da esquerda para direita, assim multiplicamos por 1000 (mil)

Transforme 53g (gramas) em kg (quilogramas):

$$53 \div 1000 = 0,053kg$$

De g (gramas) para kg (quilogramas) estamos voltando 3 (três) casa da direita para esquerda, assim dividimos por 1000 (mil).

Transforme 5T (Toneladas) em kg (quilogramas):

$$5 \times 1000 = 5000\text{kg}$$

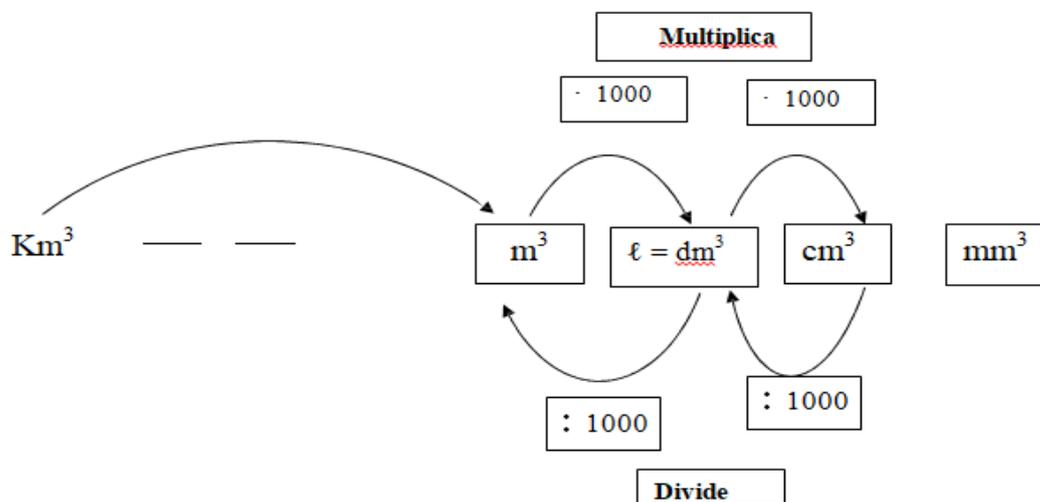
De Tonelada (T) para quilograma (Kg)
multiplicamos por 1000 (mil)

Transforme 3653 kg (quilogramas) em T (Toneladas):

$$3653 \div 1000 = 3,653T$$

De Quilograma (Kg) para Tonelada (T) dividimos
por 1000 (mil)

Medida de Volume



$$\ell = \text{dm}^3 \text{ ou } \text{dm}^3 = \ell$$

Observação:
 $1 \ell = 1 \text{ dm}^3$
 $20 \ell = 20 \text{ dm}^3$
 $1000 \ell = 1000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3$

Legenda:

Km^3 = Quilômetro cúbico
 m^3 = Metro cúbico
 dm^3 = Decímetro cúbico
 cm^3 = Centímetro cúbico
 mm^3 = Milímetro cúbico
 ℓ = Litro

Exemplos:

Transforme 5ℓ (litros) em cm^3 (Centímetro cúbico)

De ℓ (litros) para cm^3 (centímetro cúbico)
multiplicamos por 1000 (mil)

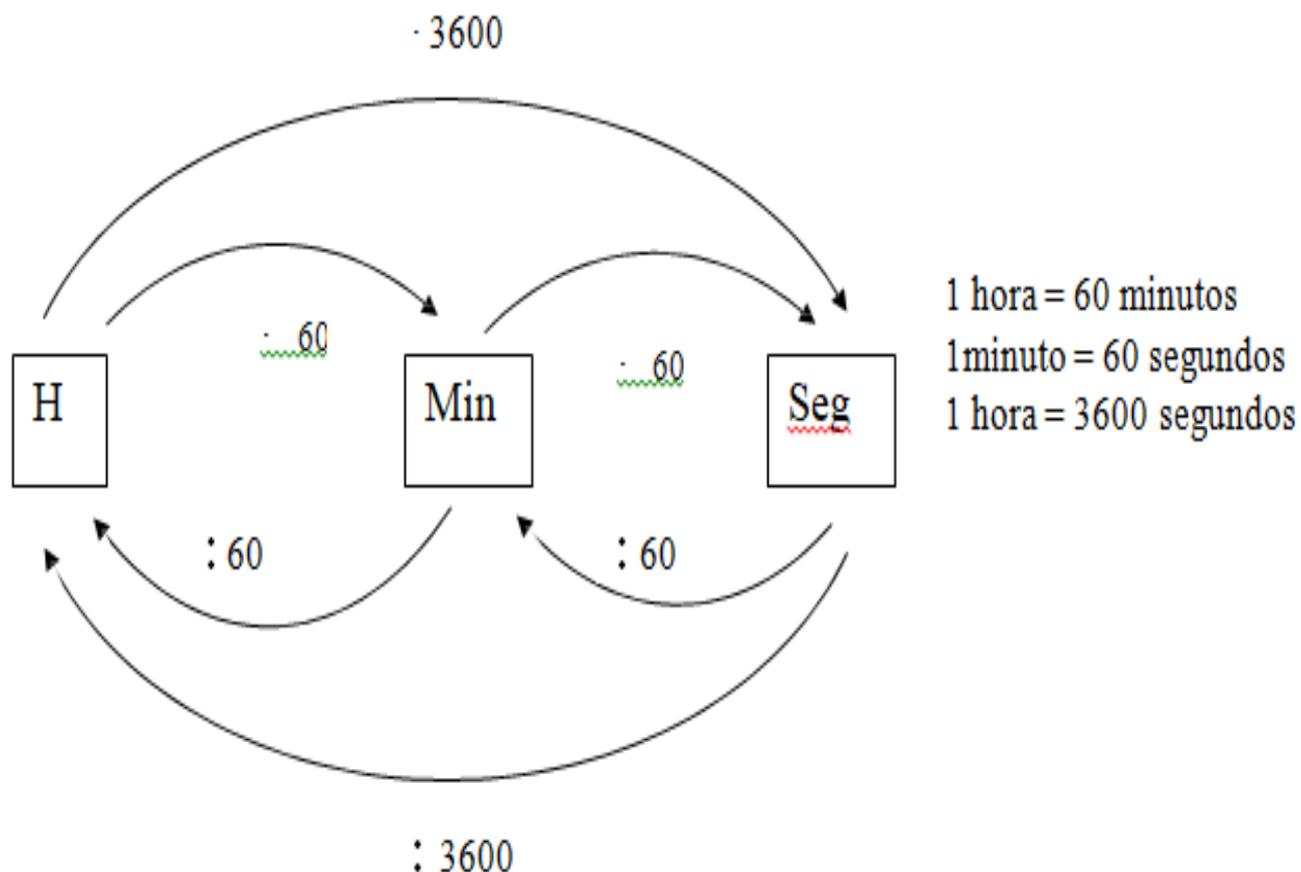
$$5 \times 1000 = 5000\text{cm}^3$$

Transforme 4600ℓ em m^3 (metro cúbico)

$$4600 \div 1000 = 4,6\text{m}^3$$

De ℓ (litro) m^3 (metro cúbico) dividimos por 1000(mil)

Para visualizar melhor siga as setas do esquema acima:



Exemplos:

Transforme 6h 8min e 15 s em segundos.

Para transformarmos este tempo em segundos seguimos 3 passos:

1º Passo

Transformamos as horas em segundos.

$$(6 \times 3600) = 21600\text{s}$$

Para transformarmos de hora para segundo multiplicamos por 3600, pois 1 hora são 60 minutos e um minuto 60 segundos, então: $60 \times 60 = 3600$

2º Passo

Transformamos os minutos em segundo.

$$(8 \times 60) = 480s$$

Para transformarmos de minuto para segundo multiplicamos por 60, pois 1 minuto = 60 segundos.

3º Passo

Somamos todos os valores achados mais os 15 segundos.

$$21600 + 480 + 15 = 22095 \text{ segundos}$$

Exercícios

1. Transforme em m:

a) 7 Km = _____

b) 3,4 Km = _____

c) 4 dam = _____

d) 380 mm = _____

e) 59,4 cm = _____

f) 70 cm = _____

g) 73 dm = _____

h) 154 cm = _____

i) 150.000 cm = _____

j) 2,3 cm = _____

2. Transforme:

a) 70 l em dm³ = _____

b) 4000l em m³ = _____

c) 72,6 dm³ em l = _____

d) 58 l em cm³ = _____

e) 1,3 m³ em l = _____

3. Transforme na unidade que se pede:

a) 12g em Kg = _____

b) 0,3 Kg em g = _____

c) 1,8 Kg em g = _____

d) 4000g em Kg = _____

e) 3750 g em Kg = _____

f) 0,5 T em Kg = _____

g) 3T em Kg = _____

h) 4500Kg em T = _____

4. Transforme as Unidades de Tempo:

a) 45 min em s = _____

b) 2 h 15 min 20s em s = _____

c) 6,5 min e 10 s em s = _____

d) 4h 12 min em s = _____

5. Escreva os números usando Notação Científica:

a) 2365 _____

b) 658,4 _____

c) 235 000 000 _____

d) 0,00043 _____

e) 0,025 _____

f) 0,000687 _____

Mecânica

Movimentos

A parte da Física que estuda os movimentos é a Mecânica. Ela está dividida em três partes:

- ✓ **Cinemática** – estuda os movimentos, sem levar em conta as causas que os produzem.
- ✓ **Estática** – estuda as forças e as leis que regem o equilíbrio dos corpos.
- ✓ **Dinâmica** – estuda as relações entre as forças e os movimentos por elas produzidos.

Noção de Repouso e Movimento

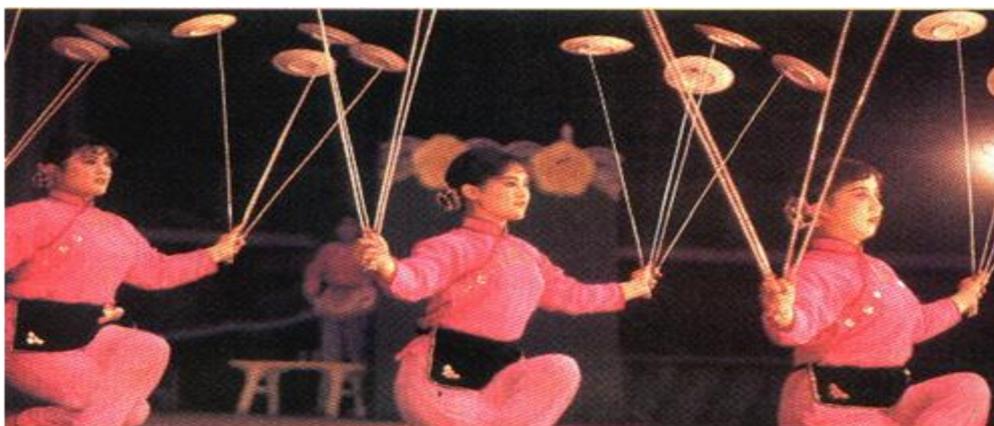
Para a Física, um mesmo objeto pode estar em repouso ou em movimento. Tudo depende de “em relação a que”.

Este “em relação a que” chamamos de referencial.

Um corpo está em repouso quando sua posição não muda em relação ao referencial com o passar do tempo.

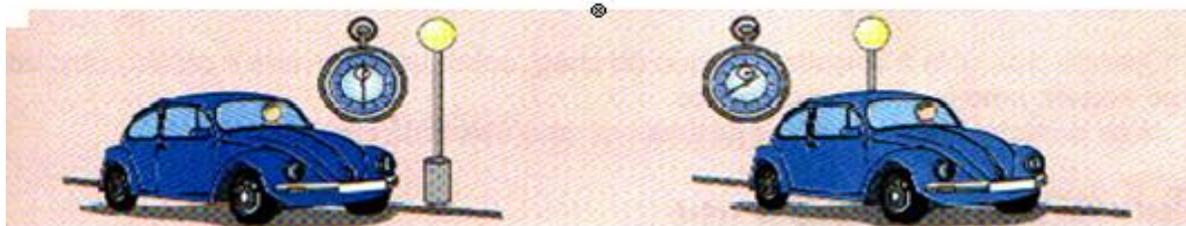
Um corpo está em movimento quando a sua posição varia em relação ao referencial com o passar do tempo.

A Terra e tudo o que está sobre ela está em movimento em relação ao Sol. Quando você está sentado numa cadeira, está em repouso ou em movimento ao mesmo tempo. Em repouso em relação à cadeira e em movimento em relação ao Sol, porque a Terra está girando e você, junto com ela.



Observe a figura e tente responder:

a)



1. Com o passar do tempo, o carro mudou de posição em relação ao poste?

2. Você diria que o carro está em repouso ou em movimento em relação ao poste?

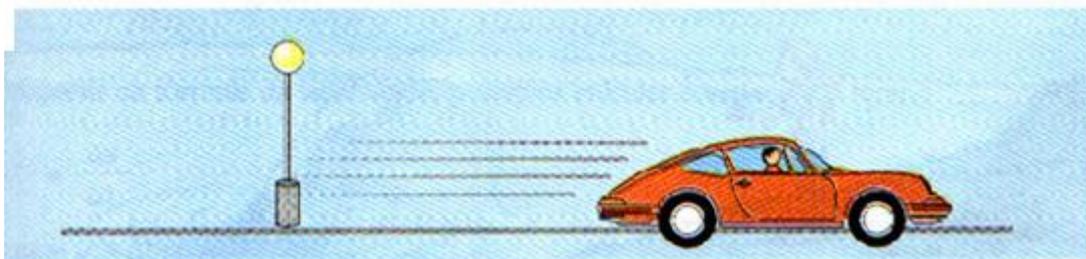
b)



1. A bicicleta, com o passar do tempo, mudou em relação ao poste?

2. Você diria que a bicicleta está em repouso ou em movimento em relação ao poste?

c)



O carro está em movimento em relação ao poste.

1. E o motorista, está em repouso ou em movimento em relação ao poste?

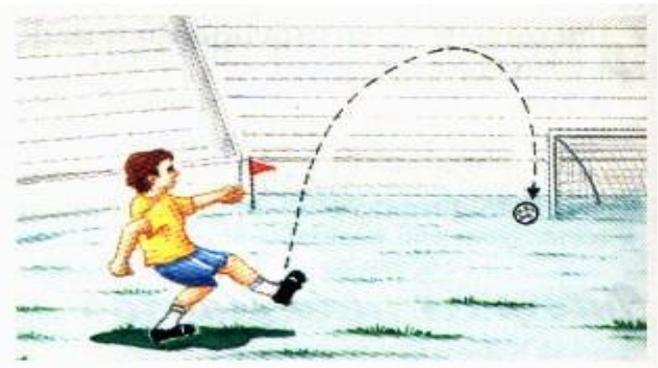
2. O motorista está em repouso ou em movimento em relação ao banco do carro?

Qualquer corpo em movimento é chamado de móvel.
O caminho percorrido por um móvel é chamado de trajetória.

As trajetórias podem ser:

✓ **Retilíneas** – quando o caminho percorrido é uma reta;

✓ **Curvilíneas** – quando o caminho percorrido é uma curva. As trajetórias curvilíneas podem ser: circulares, parabólicas ou elípticas.



Quando uma bola é lançada partindo do chão, cobre uma barreira e cai do outro lado, descrevendo uma **Trajétória Parabólica**.

Já os ponteiros de um relógio descrevem uma **Trajétória Circular**.

O movimento dos planetas em relação ao sol descrevem um movimento **Elíptico**.

Exemplo:

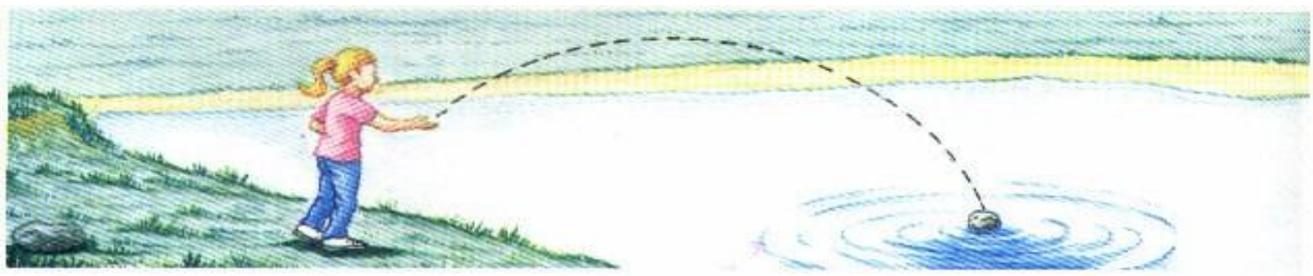
Observe as imagens



O cachorro e o menino estão à mesma velocidade.

1. O menino está em repouso ou em movimento em relação ao cachorro? Por quê?

2. O menino está em repouso ou em movimento em relação ao de pé de grama? Por quê?



1. Que tipo de trajetória realizou a pedra?

2. A menina, em relação ao Sol, está em repouso ou em movimento?

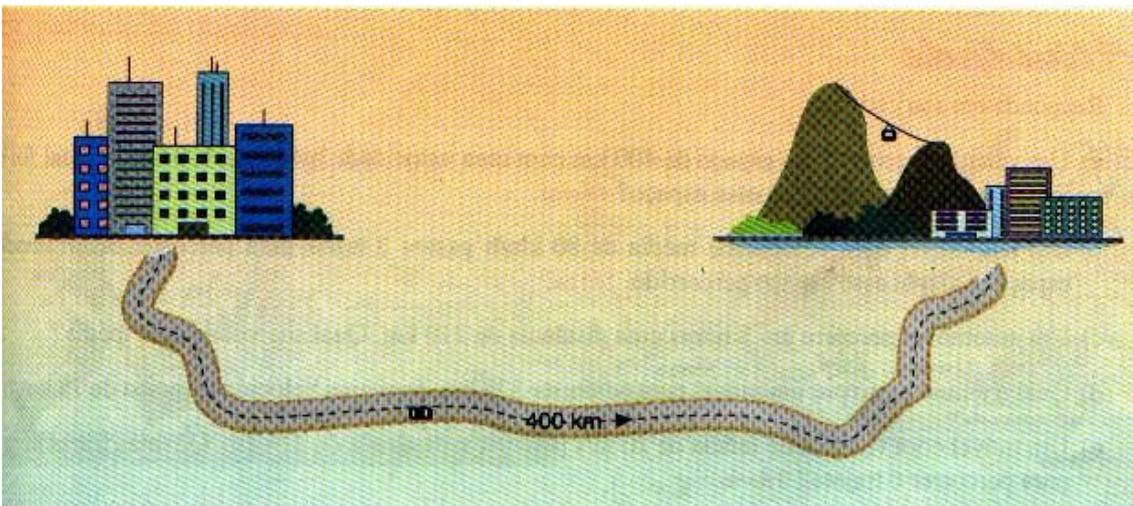
3. Em relação ao solo onde pisa, ela está em repouso ou em movimento?

Cinemática

A **Cinemática** é o ramo da Física que estuda os movimentos, sem levar em consideração as causas que os produzem.

Velocidade Média

É a relação entre o espaço percorrido (ΔS) e o intervalo de tempo (Δt) correspondente, ou seja, para calcularmos a velocidade média de um móvel dividimos o espaço percorrido pelo tempo.



Suponhamos que um carro faça o percurso de São Paulo ao Rio de Janeiro, de 400 km, em 5 horas.

Se você quiser saber qual a velocidade média que o carro desenvolveu, basta dividir o espaço percorrido (ΔS) pelo tempo gasto (Δt). A fórmula abaixo resolve este problema:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ ou } V_m = \frac{S}{t}$$

$$V_m = \frac{400 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$$

Se um outro veículo percorre esta distância em 10h, sua velocidade média será: $V_m = \frac{400 \text{ km}}{10 \text{ h}}$.

A partir da fórmula da velocidade, podemos calcular o espaço e o tempo:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$
$$\Delta S = v_m \cdot \Delta t$$
$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v_m}$$

Onde:

$$V_m = \text{Velocidade média}$$
$$\Delta S = \text{Variação do espaço ou distância percorrida}$$
$$\Delta t = \text{Variação do tempo ou instante}$$

Em Física, num mesmo problema, devemos trabalhar com unidades semelhantes. Se num exercício, os dados estiverem em metros (m) e quilômetros (km), precisaremos transformar tudo em metros ou tudo em quilômetros. Com a unidade de tempo, deveremos trabalhar de maneira semelhante, transformar tudo em horas, em minutos ou tudo em segundos.

$$3,6 \text{ km/h} = 1 \text{ m/s}$$

Para transformar de m/s (metros por segundo) para km/h (quilômetros por hora) multiplicamos por 3,6.

Exemplo: 12 m/s. $3,6 = 43,2 \text{ km/h}$

Para transformar de km/h (quilômetros por hora) para m/s (metros por segundo) dividimos por 3,6.

Exemplo: $72 \text{ km/h} \div 3,6 = 20 \text{ m/s}$

Exemplos

a) Se um carro percorre a distância de 200 km com a velocidade média de 100 Km/h, qual o tempo gasto nesse movimento?

DADOS:
 $V_m = 100 \text{ km/h}$
 $\Delta S = 200 \text{ km}$
 $\Delta t = ?$

Temos:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \longrightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{V_m}$$

Dos dados, temos:

$$\Delta t = \frac{200 \text{ km}}{100 \text{ Km/h}} \quad \text{€} \quad \Delta t = 2 \text{ h}$$

b) Se um carro faz um movimento a 100 km/h durante 3 horas, que distância percorre?

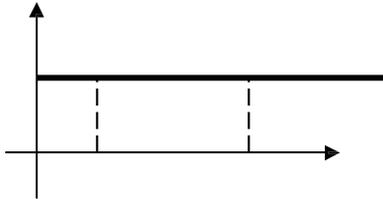
DADOS:
 $V_m = 100 \text{ km/h}$
 $\Delta t = 3\text{h}$
 $\Delta S = ?$

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \longrightarrow \Delta S = V_m \cdot \Delta t$$

Dados os termos:
 $\Delta S = 100 \text{ km/h} \cdot 3\text{h} \longrightarrow \Delta S = 300 \text{ km}$

Exercícios

1. Um corpo move-se em uma trajetória retilínea, conforme o gráfico abaixo: V (m/s).



a) Qual o valor de sua velocidade?

b) Ache o espaço percorrido pelo móvel no intervalo de 1 a 6s.

2. Um automóvel com velocidade média de 80 km/h gastou 3 horas para percorrer determinado espaço. Calcule esse espaço percorrido.

3. Qual o tempo gasto por um móvel para percorrer 375 km, com uma Velocidade Média de 75 km/h?

4. Um carro anda 600 km em 5 horas. Qual sua velocidade média? Qual a distância que ele percorre em 8 horas? Se esta velocidade for mantida, quanto tempo gastará para fazer a viagem entre São Paulo e Campo Grande (MS) cuja distância é de 1200 km?

Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

Um móvel possui MRU quando sua trajetória é retilínea e a sua velocidade é CONSTANTE. Como consequência da definição acima, no MRU a aceleração é NULA.

A equação que permite resolver qualquer problema que envolva MRU denomina-se (equação horária) e é dada por:

$$S = S_0 + v \cdot t$$



Onde:
S = Espaço final
S₀ = Espaço inicial
V = Velocidade
t = Tempo

Exemplo

Um objeto se desloca obedecendo a tabela abaixo determine:

A função horária da posição.

A posição para t = 30 s

O instante que a posição S = 136m

T(s)	S(m)
0	8
1	16
2	24
3	32

Resolução do Exemplo A

a) $S = S_0 + V \cdot t$

Determinamos o espaço inicial quando o instante (tempo) for igual a 0 (zero). Ver tabela do exercício:

Nesse caso como o instante t(s) igual a 0 o espaço inicial S₀ (m) igual a 8
S₀ = 8m



T(s)	S(m)
0	8

Achamos a velocidade através da fórmula da velocidade média (V_m) Onde:

$$V_m = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \frac{24 - 8}{2 - 0} = \frac{16}{2} = 8 \text{ m/s}$$

T(s)	S(m)
0	8
1	16
2	24

Então o espaço será:

$$S = 8 + 8 t$$

b) Posição para o instante (tempo) t = 30s Temos a função:

$$S = 8 + 8t$$

$$S = 8 + 8 \cdot 30$$

$$S = 8 + 240$$

$$S = 248\text{m}$$

Substituir o instante (tempo) 30 segundos no lugar da letra t(tempo), na função ao lado. (Primeiro resolve a multiplicação e depois realizamos a soma).

A posição no instante (tempo) $t = 30$ segundos é 248m.

c) O instante em que a posição será $S = 136$ m. Temos a função:

$$S = 8 + 8t$$

$$136 = 8 + 8t$$

$$136 - 8 = 8t$$

$$128 = 8t$$

$$T = \frac{128}{8} = 16 \text{ s}$$

Substituímos o S (espaço) por 136m

O instante (tempo) que a posição será 136m é: $t = 16$ segundos.

Exercícios

Um carro se desloca obedecendo a tabela abaixo. Determine:

A função horária da posição.

A posição instante $t = 150$ s.

O instante no qual a posição vale 180m.

T(s)	S(m)
0	10
1	20
2	30
3	40

Exemplo:

Um corpo se desloca em trajetória retilínea e suas "Posições" com relação ao Tempo estão no gráfico ao lado. Determine:

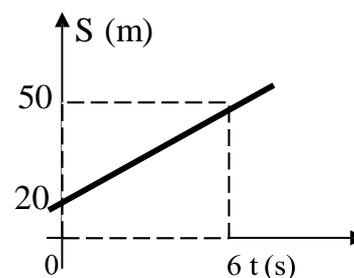
Sua Posição No Instante $T = 0$ s

Sua Velocidade Média.

A Função Horária Da Posição.

A Posição Do Corpo Para $T = 20$ s

Quando O Corpo Passa Pela Posição $S = 170$ m.



Resolução do Exemplo B:

Para responder analise o gráfico:

a) Para $t = 0 \Rightarrow S_0 = 20$ m

Quando o instante (tempo) $t = 0$ (zero) segundo, o espaço S está na posição 20 m.

$$V_m = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

$$V_m = \frac{50 - 20}{6 - 0}$$

$$V_m = \frac{30}{6}$$

$$V_m = 5 \text{ m/s}$$

Quando o instante (tempo) $t = 0$ (zero) segundo, o espaço S está na posição 20 m.

Analise o Gráfico:

A reta começa em 20m no eixo S e termina em 50m.

O instante começa em 0 e termina em 6 segundos.

A velocidade será $v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$, onde ΔS é a variação do espaço sobre Δt a variação do tempo.

Função horária da posição

$$S = S_0 + v t$$

$$S = 20 + 5 t$$

a variação do espaço sobre Δt a variação do tempo.

O S_0 (espaço inicial) vale 20m e a velocidade é 5m/s.

Posição para $t = 20$ s

$$S = 20 + 5 t$$

$$S = 20 + 5 \cdot 20$$

$$S = 20 + 100 \quad S = 120 \text{ m}$$

Substituir o instante (tempo) 20 segundos no lugar da letra t (tempo), na função ao lado. (Primeiro resolve a multiplicação e depois realizamos a soma).

$$S = 20 + 5 t$$

$$170 = 20 + 5 t$$

$$170 - 20 = 5 t$$

$$150 = 5 t$$

$$t = \frac{150}{5}$$

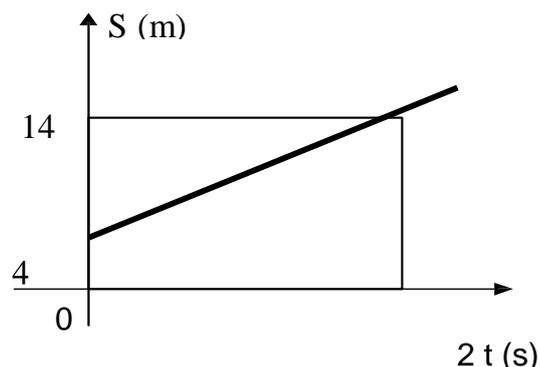
$$t = 30 \text{ s}$$

Substituímos o S (espaço) por 170m.

Exercício

Um móvel se desloca em trajetória retilínea e suas posições com relação ao tempo estão no gráfico ao lado, determine:

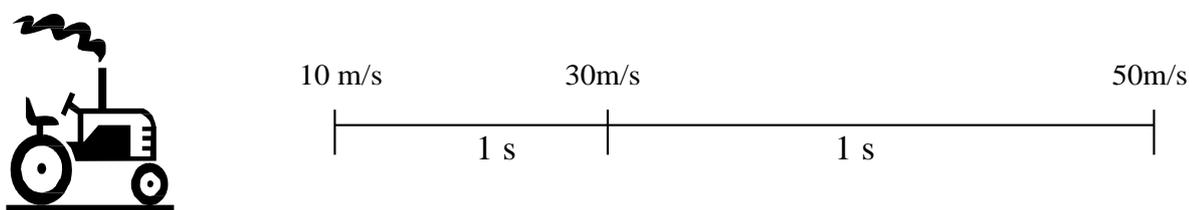
- A posição do móvel no tempo $t = 0s$
- Sua velocidade média.
- Sua função horária da posição.
- A posição para $t = 18s$
- O instante que o móvel passa pela posição $S = 124m$



Aceleração Média

Aceleração Média é a grandeza física que relaciona a variação da velocidade com o tempo gasto nessa variação.

Considere agora o seguinte movimento variado:



Em cada segundo, o aumento de velocidade é de 20 m/s, pois:

$$30 - 10 = 20 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad 50 - 30 = 20 \text{ m/s}$$

Trata-se, portanto, de um movimento uniformemente variado, porque o aumento da velocidade, em cada segundo, é sempre igual.

A variação da velocidade na unidade de tempo é denominada aceleração (a).

Determinar a aceleração de um móvel significa, portanto, saber quantos m/s (metros por segundo), km/h (quilômetro por hora) ou cm/s (centímetros por segundo) a velocidade aumenta ou diminui em cada segundo. No movimento exemplificado acima, a aceleração é de 20 m/s (metros por segundo) em cada segundo.

A Aceleração pode ser:

- ✓ Positiva, quando a velocidade aumenta;
- ✓ Negativa, quando a velocidade diminui.

Cálculo da Aceleração Média

Como a Aceleração é a Variação da Velocidade Δv ($v - v_0$) na Unidade de Tempo, para determiná-la basta dividir a variação total da velocidade Δv pela variação do tempo Δt ($t - t_0$).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

a = Aceleração
 ΔV = Variação de velocidade
 Δt = Variação do tempo

A Unidade da Aceleração é o m/s² (metro por segundo ao quadrado).

Para entender melhor, vamos retomar o exemplo anterior, do automóvel em Movimento Uniformemente Variado. A variação total da velocidade é de 40 m/s (pois 50 - 10 = 40 m/s) e o tempo total em que ocorre essa variação é de 2 s. Para calcular a aceleração desse móvel fazemos assim:

$$a = \frac{50 - 10}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ m/s}^2$$

Exemplo:

1. Um móvel em Trajetória Retilínea, num mesmo sentido, varia sua velocidade de 6 m/s para 18 m/s em 3 s. A sua Aceleração Média é, em m/s², de:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$a = \frac{18 - 6}{3} = \frac{12}{3} = 4 \text{ m/s}^2$$

Se o móvel partir do repouso, a Velocidade Inicial (v_0) será igual a zero.

Curiosidade

Com que velocidade cai um paraquedista?

Ao saltar de um avião, o paraquedista cai com movimento acelerado, pois seu peso é maior que a resistência do ar. Quando o paraquedas se abre, a resistência faz a velocidade diminuir. Chega então um momento em que a resistência do ar e o peso do paraquedista se tornam iguais, e este continua a descer com velocidade constante, chegando suavemente ao solo.

Exercício

1. Um móvel em trajetória retilínea, num mesmo sentido, varia sua velocidade de 4m/s para 28m/s em 6s. Sua aceleração média é em m/s²:

- a) 6
- b) 2
- c) 4
- d) 5

2. Um carro parte do repouso e 15s depois atinge a velocidade de 420 m/s. Calcule a aceleração adquirida pelo carro.

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado – (MRUV)

Um móvel possui MRUV quando sua trajetória é retilínea e sua aceleração é **CONSTANTE** e diferente de zero.

Este movimento pode ser **ACELERADO** (quando a velocidade aumenta) ou **RETARDADO** (quando a velocidade diminui), dependendo assim, do sinal da aceleração.

Aceleração (positiva) \longrightarrow ACELERADO (v. $a > 0$)
Aceleração (negativa) \longrightarrow RETARDADO (v. $a < 0$)

Chamando de v_0 a velocidade inicial, de v a velocidade final, de t_0 o tempo inicial, de t o tempo final e de a a aceleração, temos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Essa relação pode ser escrita também da seguinte forma:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v - v_0 = a(t - t_0) \Rightarrow v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$V = V_0 + a \cdot t$$

Equação ou Função Horária da Velocidade usada para solução de problemas

Velocidade

$$V = V_0 + a \cdot t$$

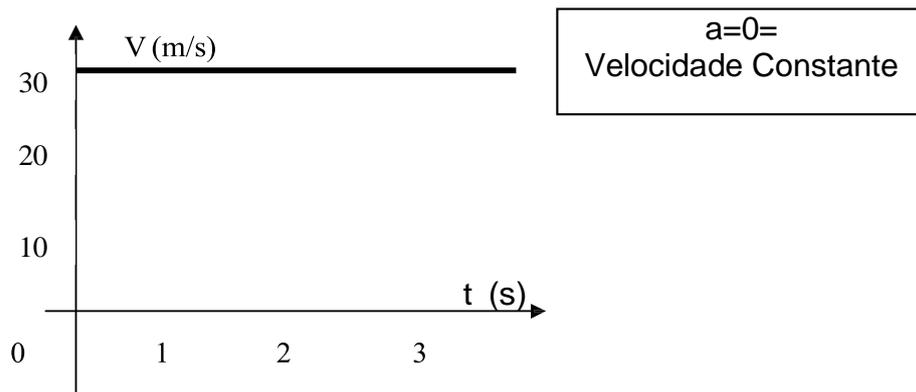
Onde:

V = velocidade final.
 V_0 = velocidade inicial.
 a = aceleração.
 t = tempo.

Gráficos da Cinemática:

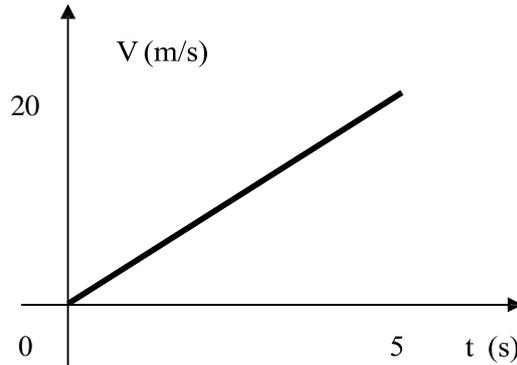
Outro método utilizado no estudo dos Movimentos é através das representações gráficas, que mostram também, com muita clareza, a relação entre as grandezas da Cinemática.

Gráfico do MRU:



Gráficos do MRUV:

1)

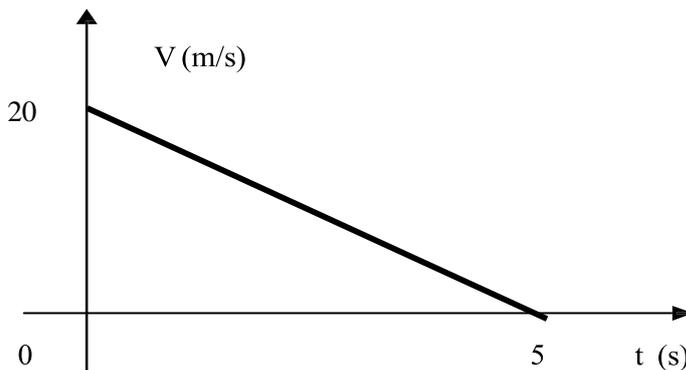


Movimento Acelerado

$$v > 0 \quad \text{ou} \quad v < 0$$
$$a > 0 \quad a < 0$$

A inclinação ascendente representa numericamente a aceleração positiva do corpo.

2)



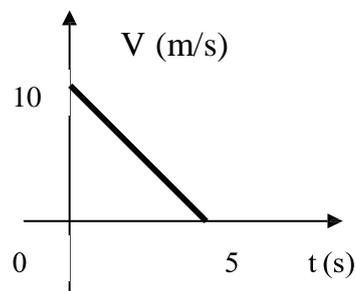
Movimento Retardado

$$V > 0 \quad \text{ou} \quad V < 0$$
$$a < 0 \quad a > 0$$

A inclinação descendente observada no gráfico acima representa numericamente a **Aceleração Negativa** do corpo, ou seja, mostra um movimento retardado (exemplo: uma freada).

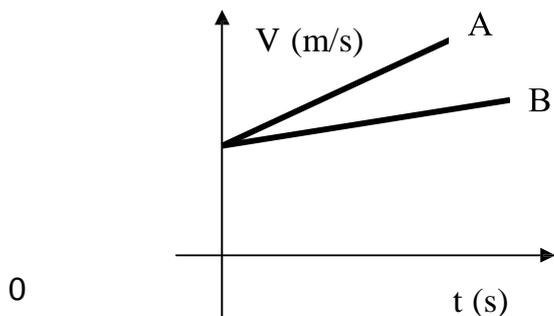
Exercícios

3. O gráfico representa o movimento de um móvel, cuja aceleração, em m/s^2 , é de:



- a) 10
- b) 5
- c) 1
- d) 2

4. O gráfico da figura abaixo mostra como varia a velocidade em função do tempo, para dois móveis A e B. Pode-se afirmar que:



- a) Os móveis têm a mesma aceleração.
- b) Os móveis têm, obrigatoriamente, a mesma posição em $t = 0$.
- c) A aceleração de A é maior que a de B.
- d) Os móveis têm velocidades iguais.

Exemplo

A – Um ponto material em movimento adquire velocidade que obedece à expressão:

$$V = 10 - 2t \text{ (no SI). Pedese:}$$

- a) Velocidade inicial.
- b) Aceleração.
- c) A velocidade no instante 6 s.
- d) O instante que o ponto material muda de sentido.
- e) No instante 4 s o movimento é Acelerado ou Retardado?

Resolução do Exemplo A:

a) $V_0 = 10 \text{ m/s}$

b) $a = -2 \text{ m/s}^2$

c) $v = 10 - 2 \cdot 6$
 $v = -2 \text{ m/s}$

d) $V = 0 \rightarrow 0 = 10 - 2t$
 $2t = 10$
 $t = \frac{10}{2}$
 $t = 5 \text{ s}$

e) Retardado

$t = 4\text{s} \rightarrow V = 10 - 2 \cdot 4$
 $V = 10 - 8$
 $V = 2 \text{ m/s}$

Como a aceleração é negativa e a velocidade no instante 4s é positiva (sinais contrários), então o movimento é **retardado**.

Exercícios

5. Um carro em movimento adquire velocidade que obedece a função horária $v = 30 - 5t$. Pedese:

- a) A velocidade inicial.

- b) Aceleração.
c) O instante que o carro muda de sentido.
d) Classifique o movimento (Acelerado- Retardado) no instante 8s.

6. Um carro se desloca com velocidade de 90 Km/h, quando é freado e para após 5 segundos. A aceleração introduzida pelos freios em m/s^2 :

Será:

- a) 2
b) -3
c) -5
d) 5

7. A velocidade de um carro no decorrer do tempo é indicada na tabela abaixo:

T (s)	0	2	4	6
V (m/s)	5	9	13	17

Ache a Função Horária da velocidade desse carro.

A foto abaixo apresenta uma pessoa fazendo força para empurrar o caixote. Para movimentarmos um corpo precisamos exercer uma força sobre ele.



Força é uma ação capaz de colocar um corpo em movimento.

O caixote só entrará em movimento se a força que o menino faz sobre ele for capaz de deslocá-lo.

Veja a foto abaixo. Para fazer o carro parar diante da faixa de pedestres, o motorista usou a força dos freios, isto é, uma força que diminui a velocidade do carro.



Força é uma ação capaz de variar a velocidade de um corpo.

Ao acionar o freio, a velocidade do carro vai sendo reduzida até que ele pare.

Observe agora que o ferreiro está fazendo força para mudar a forma das chapas de ferro. Cada vez que ele bate, as chapas se deformam.

Força é uma ação capaz de deformar um corpo.



A chapa de ferro se deforma, adquirindo a forma de saca-rolhas, por causa da ação da força aplicada pelo ferreiro.

Características de uma **Força**

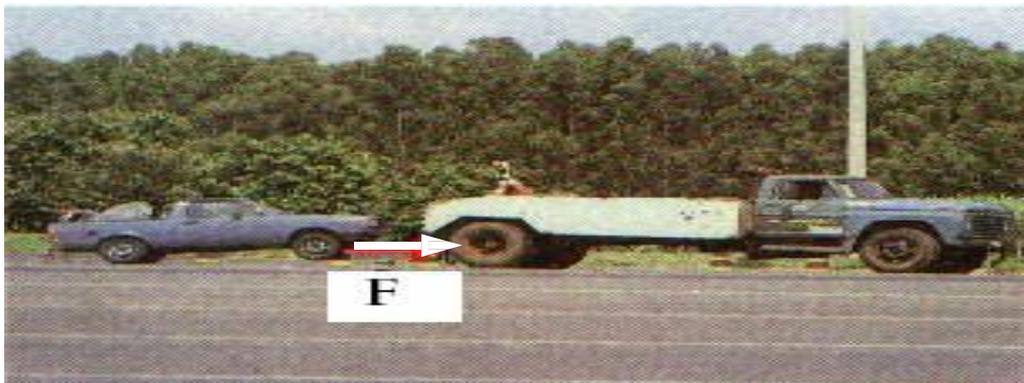
As três noções que acabamos de examinar definem o que é força. Você verá agora que toda força tem quatro características:

- ✓ Ponto de Aplicação;
- ✓ Direção;
- ✓ Sentido;

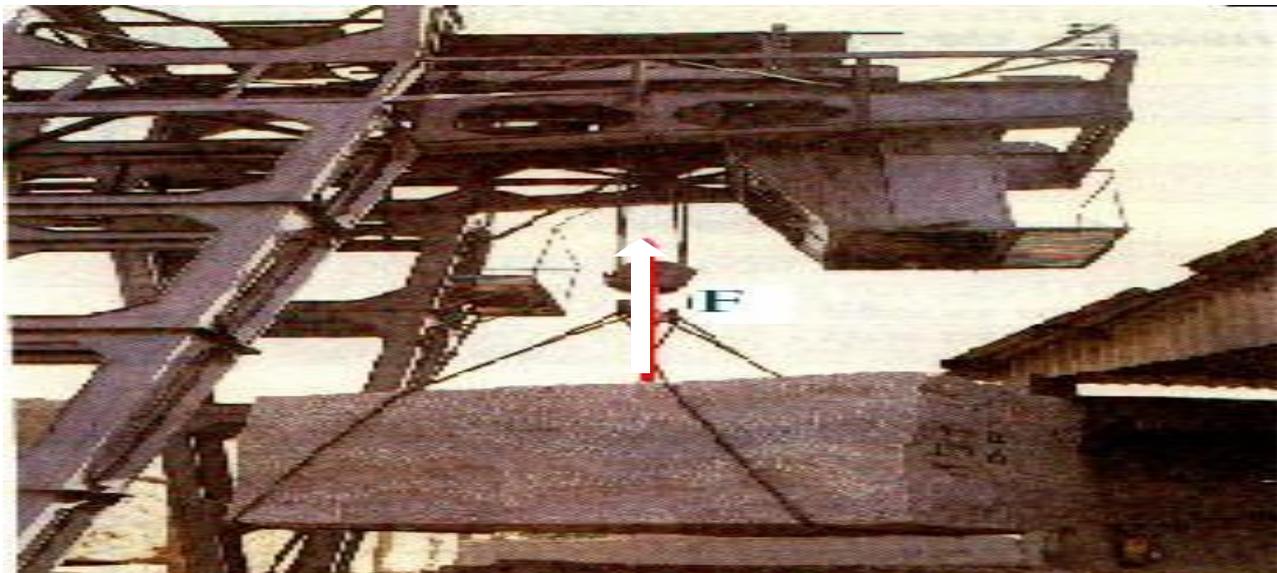
✓ Intensidade.

Observe as fotos:

A força F está sendo aplicada num determinado ponto do carro.



Como você pode notar, a força F está sendo aplicada no carro ou no bloco de pedra num determinado ponto. Este é o *ponto de aplicação* da força.



Ponto de Aplicação é o ponto onde a força está atuando.

Veja também que o carro é puxado numa linha horizontal, enquanto o bloco de pedra é suspenso numa linha vertical. As forças, portanto, estão atuando em direções diferentes: horizontal e vertical.

Direção é a linha de atuação da força.

O carro está sendo puxado da esquerda para a direita. Ao ser puxado ele toma um determinado **sentido**. Mas este sentido pode ser mudado. O carro, por exemplo, pode ser puxado da direita para a esquerda, mantendo, porém mesma direção, ou seja, mantendo-se na linha horizontal.

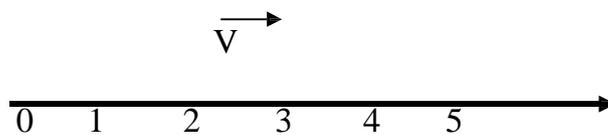
Sentido é a orientação da força.

Para puxar o carro é preciso uma força muito maior do que para suspender o bloco de pedra. A força varia de **intensidade** num caso e no outro.

Intensidade é o valor da **Força Aplicada**.

Vetores

Vamos estudar agora as **grandezas vetoriais**. **Força** é um exemplo dessa nova grandeza que vamos aprender a medir. As grandezas vetoriais são representadas através de um objeto matemático, denominado **vetor**, que se caracteriza por apresentar: **direção, sentido e intensidade**. O vetor se apresenta através de um segmento orientado como indicado na figura seguinte:

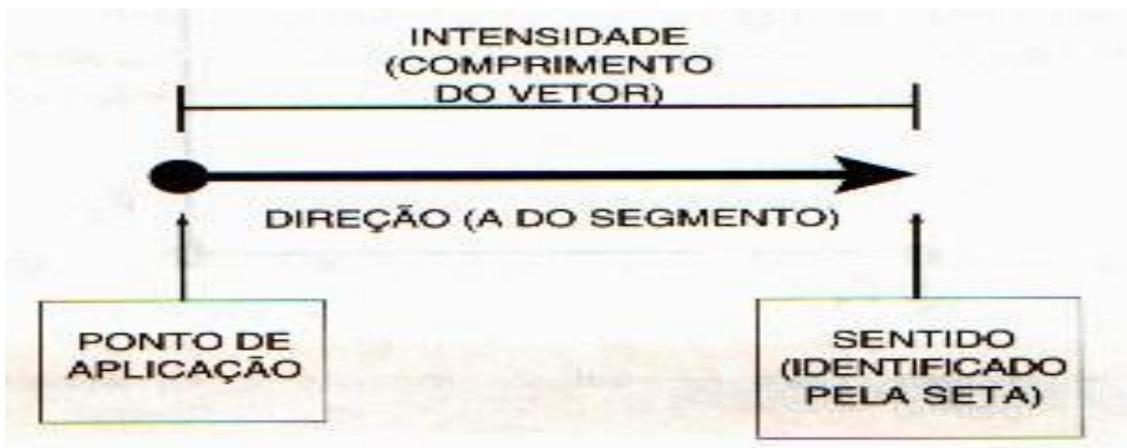


Observe as características do Vetor (V):

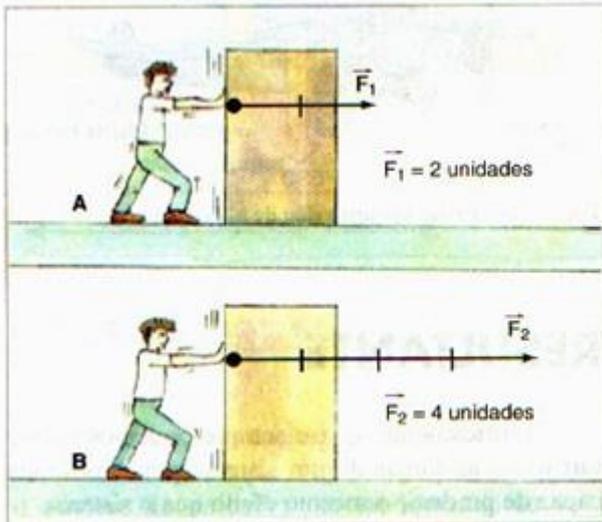
1. Direção – horizontal — linha ou reta de atuação da força;
2. Sentido – da esquerda para a direita - orientação da força;
3. Intensidade – 5 unidades - valor da força aplicada.

Representação da Força

Como você viu acima, para representar graficamente uma força, com todos os seus elementos, usamos um vetor, que é um segmento de reta orientado, ou seja, com uma seta que indica seu sentido, dando-lhe orientação.



A **Intensidade da Força** é representada pelo comprimento do vetor. Assim, quando comparamos uma força a outra, querendo saber qual delas é a mais intensa, devemos usar a mesma escala, ou seja, o mesmo comprimento representa sempre a mesma intensidade. A força de maior intensidade é representada pelo vetor de maior comprimento:



Na ilustração, a escala é a mesma e por isso podemos dizer que o menino B aplicou uma força de maior intensidade sobre o caixote, porque o vetor \vec{F}_2 (4 unidades) é maior, ou seja, possui mais unidades do que o vetor \vec{F}_1 (2 unidades), que representa a intensidade da força do garoto A.

Unidades de Força

Newton (N): é a força que aplicada em um corpo de massa igual a 1 quilograma desloca-o com uma aceleração de 1 m/s².

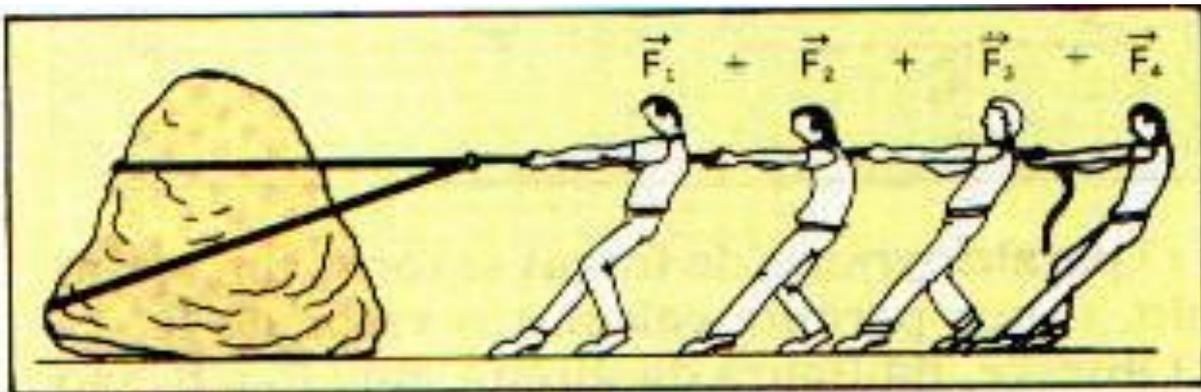
1 quilograma-força (kgf): corresponde a 1 kg multiplicado pela aceleração da gravidade local. Em geral considera-se a aceleração como 9,8 m/s².

$$1 \text{ kgf} = 1 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2.$$

Relação entre as Unidades

$$1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$$

Sistemas de Forças



Difícilmente um bloco de pedra poderá ser arrastado por um homem só. Mas se as forças de quatro homens forem somadas, o bloco de pedra poderá ser arrastado com facilidade. Isso significa que o bloco de pedra sofre a ação de um sistema de forças, representadas pela soma:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

A reunião de duas ou mais forças atuantes sobre um corpo forma um sistema de forças.

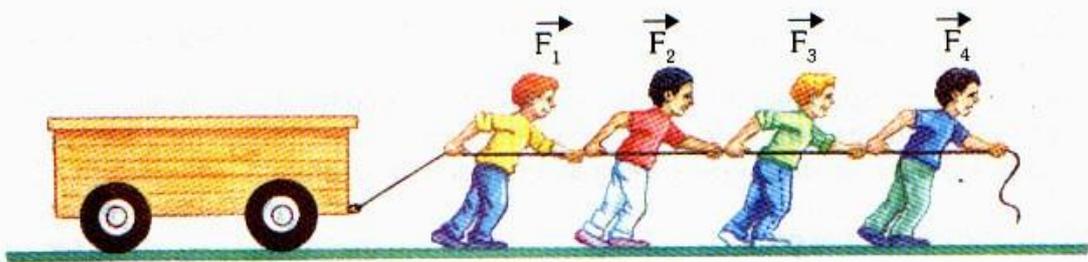
Força Resultante

Como você viu acima, quando num corpo agirem várias forças, elas podem ser substituídas por apenas uma força, com o mesmo efeito das demais. A essa força damos o nome de resultante e é representada por R.

Resultante é a força que sozinha representa o mesmo efeito de várias forças que atuam sobre um corpo.

Forças de mesmo sentido

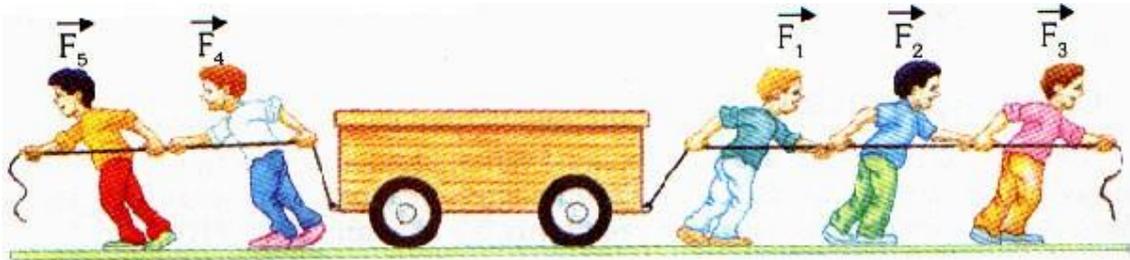
Se tivermos, por exemplo, quatro indivíduos puxando uma carreta, como mostra a figura seguinte, você nota que todas as forças possuem a mesma direção e o mesmo sentido. Nesse caso, a resultante será uma força com a mesma direção e o mesmo sentido e representará a soma das forças componentes.



Nas forças de mesma direção e mesmo sentido, a resultante é a soma das forças componentes:
 $R = F_1 + F_2 + F_3 \dots$

Forças de Sentidos Contrários

Se três indivíduos puxarem a carreta para um lado e dois indivíduos a puxarem para o outro lado, a resultante será dada pela diferença entre as forças componentes. Ela terá a direção e o sentido da força maior.



Nas forças de mesma direção e sentidos contrários, a resultante é a diferença das forças.

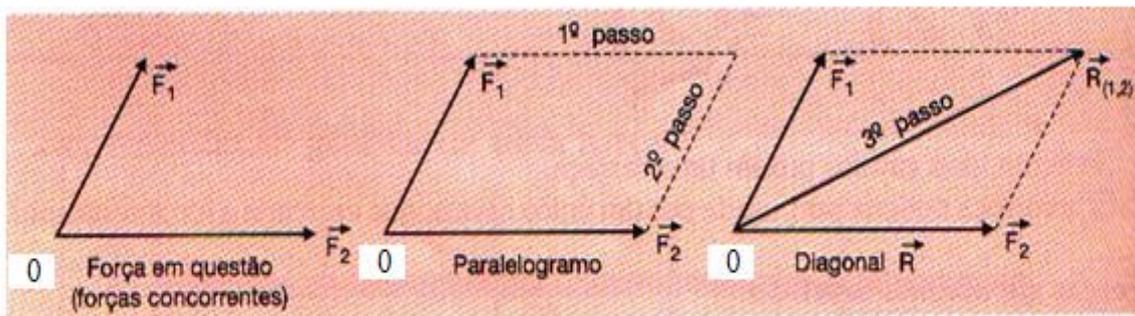
No caso acima a força resultante tem sentido da esquerda para a direita.

Para obtermos o valor da resultante R, usamos a seguinte fórmula: $R = (F_1 + F_2 + F_3) - (F_4 + F_5)$.

Forças Concorrentes

As forças concorrentes, também chamadas de angulares, possuem um mesmo ponto de aplicação, porém direções diferentes.

A resultante é achada pela “regra do paralelogramo”.



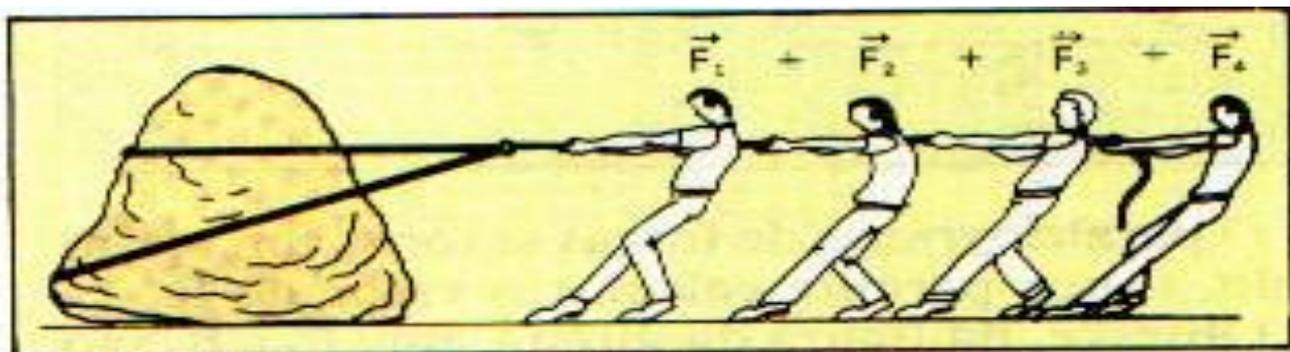
1º passo: na extremidade de F_1 traça-se uma paralela à força F_2 .

2º passo: na extremidade de F_2 traça-se uma paralela à força F_1 .

3º passo: traçar a diagonal unindo o ponto O ao ponto de cruzamento achado (OR). A resultante terá o sentido oposto ao ponto de origem das forças (O).

Podemos ter três ou mais forças concorrentes. Nesse caso, acha-se primeiro a resultante da força F_1 e F_2 . Essa resultante funciona como se fosse uma força. Então, acha-se a resultante entre essa força e F_3 , a resultante dessas forças com F_4 , e assim chegaremos a uma única resultante final.

Outros Exemplos:



Vamos voltar ao exemplo anterior em que é a força resultante do esforço dos quatro homens que arrasta o bloco de pedra.

Vamos supor que cada homem empregue uma força determinada, a saber:

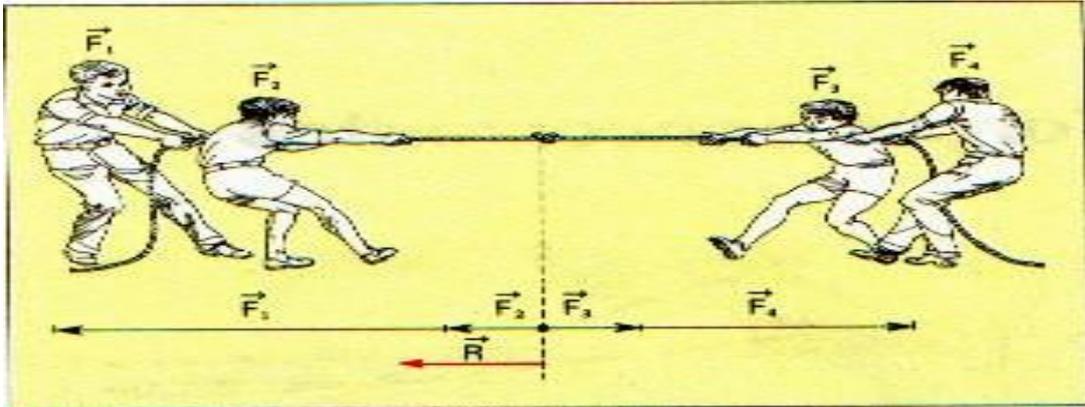
$$\vec{F}_1 = 200 \text{ N}, \vec{F}_2 = 300 \text{ N}, \vec{F}_3 = 400 \text{ N} \text{ e } \vec{F}_4 = 500 \text{ N}$$

A força resultante, ou simplesmente resultante, desse sistema de forças é igual à soma:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= 200 + 300 + 400 + 500 \\ R &= 1\,400 \text{ N} \end{aligned}$$

Pense agora no jogo do cabo-de-guerra. Duas equipes fazem força em sentidos opostos; uma delas conseguirá arrastar a outra. No desenho abaixo você observa que há duas forças atuando para a esquerda, uma de 800 N e outra de 200 N, e duas forças atuando para a direita, de 200

N e 500 N. Somando as forças de cada lado e calculando a diferença entre elas, teremos a resultante.



Veja:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) - (\vec{F}_3 + \vec{F}_4) \\ \vec{R} &= (800 + 200) - (200 + 500) \\ \vec{R} &= 1000 - 700 \\ \vec{R} &= 300 \text{ N} \end{aligned}$$

Portanto, a resultante será de 300 N, atuando no sentido do grupo que exerce maior força (grupo à esquerda). No cabo-de-guerra, esse grupo arrastará o grupo que exerce menos força.

Veja outros exemplos:

A. Duas Forças Concorrentes $F_1 = 4\text{ N}$ e $F_2 = 3\text{ N}$ atuam num mesmo ponto material formando um ângulo X entre si. Determine a força resultante para X igual:

- a) 0°
- b) 60°
- c) 90°
- d) 180°

Resolução:

a) $x = 0^\circ$ \longrightarrow as forças têm mesma direção e sentido.
Então $F_R = F_1 + F_2 \implies F_R = 4 + 3 \implies F_R = 7\text{ N}$

b) $x = 60^\circ$ $F_r = F_1 + F_2 \implies F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos 60^\circ}$

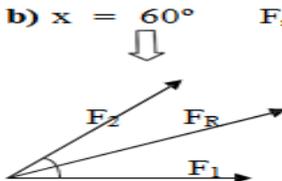
$$F_r = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 0,5}$$

$$F_r = \sqrt{9 + 16 + 12}$$

$$F_r = \sqrt{37}$$

$$F_r = 6,1 \text{ N}$$

$\cos 60^\circ = 0,5$



c) $\alpha = 90^\circ$

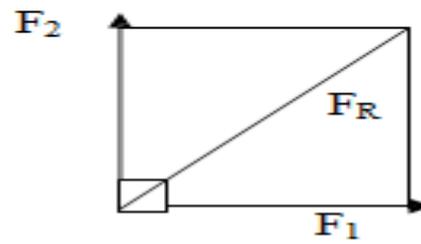
$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$F_R = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$F_R = \sqrt{9 + 16}$$

$$F_R = \sqrt{25}$$

$$F_R = 5\text{N}$$

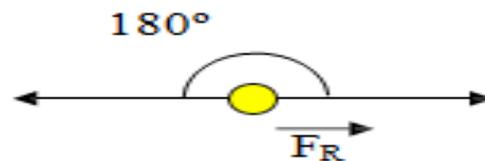


d) $\alpha = 180^\circ$

$$F_R = F_1 - F_2$$

$$F_R = 4 - 3$$

$$F_R = 1\text{N}$$



Exercício

1. Duas forças concorrentes $F_1 = 6\text{N}$ e $F_2 = 8\text{N}$ atuam num mesmo ponto material formando um ângulo α entre si. Determine a força resultante para um ângulo de 90° .

Inércia

A ilustração a seguir mostra um ciclista descuidado que bateu em uma pedra: a bicicleta parou bruscamente e ele foi arremessado para a frente. Cenas semelhantes você já deve ter visto várias vezes. Os passageiros de ônibus, por exemplo, vão para a frente quando o veículo para de repente e vão para trás quando o ônibus vai para a frente. Há também a situação muito comum do cavaleiro que é arremessado para a frente quando o cavalo estanca.



Todo corpo tem a tendência de permanecer em repouso ou em Movimento Retilíneo Uniforme, se a resultante das forças que atuam sobre ele for nula.

Por que isso acontece?

Para um corpo em repouso entrar em movimento, é necessário que se aplique uma força sobre ele: podemos empurrá-lo, por exemplo. Da mesma forma, para modificar o movimento do corpo, também é preciso aplicar uma força sobre ele. Isso acontece porque os corpos têm a tendência de permanecer no mesmo estado em que estão: em repouso ou em movimento.

Assim, o ciclista da figura acima levou um tombo porque estava em movimento, junto com a bicicleta, que parou de repente por causa da pedra. O ciclista permaneceu em movimento e foi arremessado para a frente.

Mas se o ciclista, como qualquer corpo, tem a tendência de continuar no estado em que se encontra, por que ele cai de encontro ao chão? Porque a força de gravidade da Terra “puxa” os corpos em direção ao seu centro.

É sempre assim: um corpo só modifica seu estado de repouso ou de movimento quando uma ou mais forças agem sobre ele.

Essa tendência que os corpos têm de conservar o seu estado de repouso ou movimento é o que chamamos inércia.

Primeira Lei de Newton – Lei da Inércia

A inércia existe sempre, mas é apenas uma tendência e pode ser contrariada por uma ou mais forças que sejam aplicadas ao corpo considerado.

Na Natureza, normalmente os corpos estão expostos à ação de “forças naturais”, como o atrito, a **Força da Gravidade** e o **Empuxo**.

O cientista inglês **Isaac Newton**, observando o movimento dos corpos e a ação das diferentes forças sobre eles, estabeleceu uma importante lei física, que se tornou conhecida como **Primeira Lei do Movimento ou Primeira Lei de Newton**:

Todo corpo tem a tendência de permanecer em repouso ou em **Movimento Retilíneo Uniforme**, se a resultante das forças que atuam sobre ele for nula.

Segunda Lei De Newton – Princípio Fundamental da Dinâmica

A Aceleração adquirida por um corpo é diretamente proporcional à resultante das forças que agem sobre ele, e é inversamente proporcional à sua massa. A aceleração tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força resultante.

Se m é a massa do corpo e F é a resultante das forças que agem sobre ele, então:

$a = \frac{F}{m} \quad \longrightarrow \quad F = m \cdot a$	\longrightarrow	<p>Onde: F= Força m= Massa a= Aceleração</p>
---	-------------------	--

Suponhamos que um corpo de massa 1 kg adquira uma aceleração de 1m/s² sob a ação de uma determinada força. Essa força, por definição, tem intensidade de 1 N.

Em outras palavras:

1 newton (N) é a força que produz num corpo de massa 1 kg uma aceleração de 1 m/s².

Exemplos:

B. Um corpo de massa 5 kg adquire uma aceleração de 2 m/s². Qual a Intensidade da Força resultante que atua sobre ele? Para obter esse valor, basta aplicar a Segunda Lei de Newton:

$F = m \cdot a$ $F = 5 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2$ $\text{s}^2 F = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}$ $/ \text{s}^2 F = 10 \text{ N}$	<p>Dados: $m = 5 \text{ kg}$ $a = 2 \text{ m/s}^2$</p> <p>Use: $F = \underline{m \cdot a}$</p>
--	---

Dados:

$m = 5 \text{ kg}$ $a = 2 \text{ m/s}^2$
 Use: $F = m \cdot a$

Portanto, a força resultante que atua sobre o corpo é de 10 N.

C. Um automóvel de massa 1 000 kg parte do repouso e, depois de 5 s, está com velocidade de 72 km/h (20 m/s). Qual a intensidade da força resultante que atua sobre ele? Inicialmente, deve-se calcular a aceleração. Vamos supor que ela seja constante.

Então:

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$ $a = \frac{20 - 0}{5}$ $a = 4 \text{ m/s}^2$	<p>Dados: $v = 20 \text{ m/s}$ $v_0 = 0$ $\Delta t = 5 \text{ s}$</p>
---	---

Agora basta aplicar a Segunda Lei de Newton:

$$F = m \cdot a$$

$$F = 1000 \cdot 4$$

$$F = 4000N$$

Dados: $m = 1000 \text{ kg}$ $a = 4 \text{ m/s}^2$

Portanto, a Força Resultante que atua sobre o automóvel é de 4 000 N.

Observe que esta não é a força exercida pelo motor: o motor exerce uma força bem maior, porque além de acelerar o automóvel ele deve vencer as forças de resistência que são o atrito com o solo e resistência do ar.

D. Um corpo de massa 10 kg sofre a ação de uma força resultante de 5 N. Qual a sua aceleração?

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

Onde: $F = 5N$ $m = 10kg$
--

Portanto, o corpo adquire uma aceleração de 0,5 m/s².

E. Um corpo, sob a ação de uma força resultante de 100 N, adquire uma aceleração de 4 m/s². Qual a massa desse corpo?

Sendo:

$$F = m \cdot a$$

$$m = \frac{F}{a}$$

$$m = \frac{100}{4} = 25 \text{ kg}$$

Onde: $F = 100N$ $a = 4\text{m/s}^2$

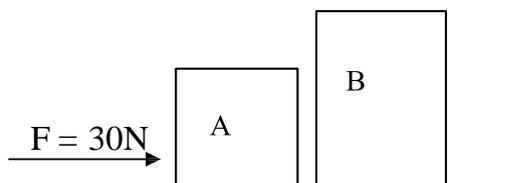
Logo, a massa do corpo é 25 kg.

Terceira Lei de Newton – Lei da Ação e Reação

Quando um corpo A exerce uma força em outro B, este exerce em A uma força de mesma intensidade, mesma direção e sentido contrário.

Exemplo:

A figura representa dois blocos: A de massa 10 kg e B de 5 kg, sobre um plano horizontal sem atrito. Aplicando-se em A uma força F, de 30 N, a força que A exerce em B é:



- a) 30 N
- b) 15 N
- c) 20 N

d) 10 N

Resolução do Exemplo:

$$f_{AB} = f_{BA} = f$$

$$1) F - f = m_A \cdot a +$$

$$2) \frac{f = m_B \cdot a}{F = m_A \cdot a + m_B \cdot a}$$

$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$F = (10 + 5) \cdot a$$

$$30 = 15a$$

$$a = \frac{30}{15}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Substitua o valor da
aceleração na
equação 2.

$$F = m_B \cdot a$$

$$F = 5 \cdot 2$$

$$F = 10 \text{ N}$$

Dados:

$$m_A = 10 \text{ kg}$$

$$m_B = 5 \text{ kg}$$

$$F = 30 \text{ N}$$

Exercícios

1. De acordo com a 1ª Lei de Newton, se a resultante das forças que atuam sobre um corpo for nula, este corpo estará:

- certamente parado
- parado ou em movimento retilíneo uniforme
- se movendo em trajetória retilínea com aceleração constante
- caindo com aceleração constante

2. Dois patinadores, A e B, estão parados sobre uma pista de gelo, sem atrito, se A empurrar B, verifica-se que:

- ambos se movem no mesmo sentido
- ambos se movem em direções contrárias
- somente B se move
- ambos se movem na mesma direção e em sentidos contrários

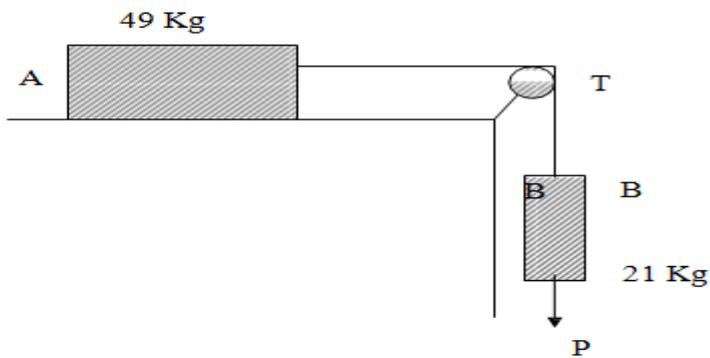
Exemplo

G. Os corpos A e B da figura têm massas iguais a 49 kg e 21 kg, respectivamente. Considerando-se $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que não há atrito, calcule:

- a aceleração do conjunto
- a força de tração na corda que une os corpos

Resolução do Exemplo:

Dados:
 $m_A = 49\text{kg}$
 $m_B = 21\text{kg}$
 $g = 10\text{m/s}^2$



Solução

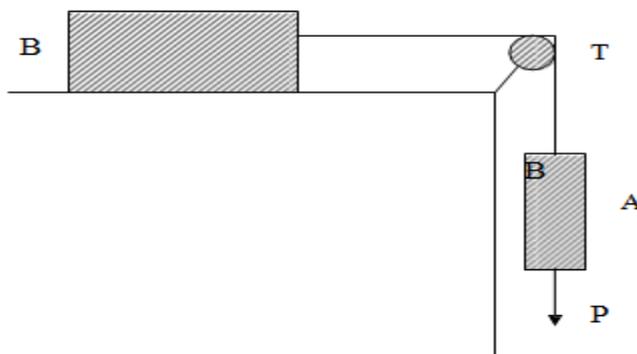
$P = m \cdot g$
 $P = 21 \cdot 10$
 $P = 210\text{N}$

a) $P - T = m_B \cdot a$
 $T = m_A \cdot a +$
 $P = (m_A + m_B) \cdot a$
 $210 = 70 \cdot a$
 $a = 3\text{m/s}^2$

b) $T = m_A \cdot a$
 $T = 49 \cdot 3$
 $T = 147\text{N}$

Exercícios

3. Os corpos A e B da figura têm massas iguais a 5 kg e 15 kg, respectivamente. Considerando-se $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que não há atrito, calcule:
- a) a aceleração do conjunto
 - b) a força de tração na corda que une os corpos.

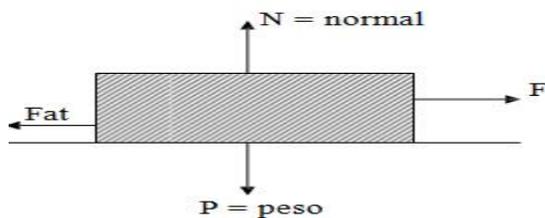


Força de Atrito

Quando um corpo se movimenta sobre outro, aparece entre eles uma força de oposição ao movimento, essa força é denominada Força de Atrito (Fat). Em muitos casos, a força de atrito é indispensável. Como exemplo, podemos citar a importância do atrito entre os pneus de um carro e a estrada, na qual ele se movimenta. Já o atrito existente nas partes móveis do motor desse mesmo carro, é um verdadeiro obstáculo.

A força de atrito observada entre dois corpos que se movimentam, é diretamente proporcional a força de compressão entre os corpos em contato.

Veja:



Fórmula para calcular Fat

$$F_{at} = \mu \cdot N$$

Onde:

Fat = força de atrito
 μ = coeficiente de atrito
N = normal

Lembre-se: normal é igual ao peso ($N = P$).

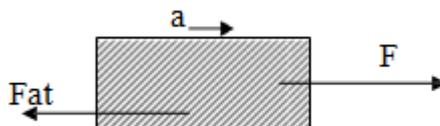
Exercícios

4. Para empurrar um automóvel, com velocidade constante deve-se exercer determinada força F. Nesse caso, a força de atrito que o chão deve exercer sobre ele é:

- a) maior que F
- b) igual a F
- c) menor que F
- d) não se pode avaliar sem o valor do coeficiente de atrito.

Exemplo

H. Na figura abaixo, um bloco de massa 4 kg se move com aceleração constante de 3 m/s^2 , sobre um plano horizontal. Sabendo-se que a força de atrito entre o bloco e o plano é igual a 2 N, pode-se afirmar que a força F, em newtons, vale:



- a) 4
- b) 6
- c) 14
- d) 10

Resolução:

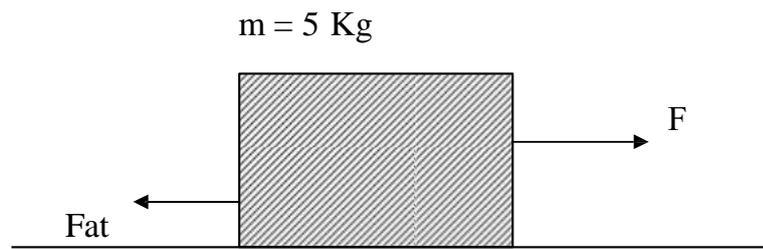
$$\begin{aligned} F - F_{at} &= m \cdot a \\ F - 2 &= 4 \cdot 3 \\ F - 2 &= 12 \\ F &= 12 + 2 \\ F &= 14 \text{ N} \end{aligned}$$

Dados:

$$\begin{aligned} F_{at} &= 2 \text{ N} \\ m &= 4 \text{ kg} \\ a &= 3 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Exercícios

5. Na figura abaixo um corpo de massa 5 Kg se move com aceleração constante de 2 m/s^2 , sobre um plano horizontal. Calcule a força de atrito entre o bloco e plano, sabendo que $\mu = 0,4$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$. Calcule também a força F do sistema:



Movimento Circular Uniforme

Um móvel realiza um Movimento Circular Uniforme (MCU) quando descreve uma trajetória circular, percorrendo arcos iguais em tempos iguais.

Elementos básicos do MCU:

1. **Período (T)** é o tempo gasto pelo móvel para percorrer uma circunferência completa. No (Sistema Internacional) período é dado em segundos (s).

$$T = \frac{1}{f}$$



Onde:
T = período
f = frequência

2. **Frequência (f)** é o número de voltas dadas pelo móvel na unidade de tempo. No (S. I.) frequência é dada em hertz (Hz).

$$f = \frac{1}{T}$$



Onde:
f = frequência
T = período

3. **Velocidade Angular (ω)** é o ângulo descrito pelo móvel na Unidade de Tempo. No (S. I.) Velocidade Angular é dada em radiano por segundo (rad./s).

$$\omega = 2\pi f \text{ ou } \omega = \frac{2\pi}{T}$$



Onde:
 ω = velocidade angular
f = frequência
T = Período

4. **Velocidade Linear ou Tangencial (v)** é o arco percorrido pelo móvel na unidade de tempo. No (S.I.). Velocidade Tangencial é dada em metro por segundo (m/s).

$$v = \omega \cdot R \text{ ou } v = \frac{2\pi R}{T}$$



Onde:
v = Velocidade
 ω = Velocidade angular
T = Período
R = Raio

5. **Aceleração Centrípeta (a_c)**: a variação de velocidade vetorial no intervalo de tempo faz com que exista uma aceleração orientada para o centro, daí o nome centrípeta. No (S. I.) aceleração centrípeta é dada em metro por segundo ao quadrado (m/s²).

$$a_c = \omega^2 \cdot R \text{ ou } a_c = \frac{v^2}{R}$$



Onde:
 a_c = Aceleração Centrípeta
 ω = Velocidade Angular
v = Velocidade
R = Raio

6. **Força Centrípeta (Fcp):** a aceleração, por consequência das Leis de Newton, faz surgir uma força resultante orientada para o centro da circunferência, chamada força centrípeta. No (S. I.) força centrípeta é dada em newton (N).

$$F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$



Onde:
 F_{co} = força centrípeta
 m = massa
 v = velocidade
 R = raio

Exemplos:

A. A roda de um carro efetua 120 rpm. Qual seu período e sua frequência em Hz?

Solução

Para transformarmos a frequência de r.p.m para Hertz dividimos por 60.

$$f = \frac{120}{60} \Rightarrow f = 2Hz$$



O Período:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 0,5s$$

B. Calcule o período, a frequência, e a velocidade angular realizados pelo ponteiro de segundos de um relógio em uma volta.

Solução: se o ponteiro de segundos dá uma volta completa em sessenta segundos, logo o período é:

$$T = 60 \text{ s}$$

Frequência: $f = \frac{1}{T}$ → $f = \frac{1}{60} \text{ Hz}$

Velocidade Angular: $w = \frac{2\pi}{T}$ → $w = \frac{2\pi}{60}$ → $w = \frac{\pi}{30} \text{ rad/s}$

Exercícios

- Alguns discos antigos tocavam em 75 rpm. Isso significa que sua frequência era de:
 - 20 Hz
 - 1,25Hz
 - 2,5 Hz

d) 12,5 Hz

Exemplos:

C. Uma pequena bola de massa 4 kg, presa a um fio ideal, descreve, sobre uma mesa sem atrito, uma circunferência horizontal de raio $R = 2$ m e com velocidade $v = 5$ m/s. A força de tração no fio vale:

$$\text{Solução - 1ª fórmula } a_c = \frac{v^2}{R} \quad a_c = \frac{5^2}{2} \quad a_c = \frac{25}{2} \quad \boxed{a_c = 12,5 \text{ m/s}^2}$$

$$\text{2ª fórmula } F_t = m \cdot a_c \rightarrow F_t = 4 \cdot 12,5 \quad \boxed{F_t = 50 \text{ N}}$$

Obs.: A 2ª fórmula é encontrada no módulo 3.

D. Sobre uma estrada plana e horizontal, um carro de uma tonelada de massa, faz uma curva de raio 50 m, com velocidade de 72 km/h (20 m/s). Determine a força centrípeta que atua sobre o carro.

Dados:

$$m = 1\text{t} = 1000 \text{ Kg}$$

$$R = 50 \text{ m}$$

$$v = 72 \text{ Km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{Fórmula: } F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$F_{cp} = \frac{1000 \cdot 20^2}{50}$$

$$F_{cp} = \frac{1000 \cdot 400}{50}$$

Exercícios

2. Um corpo de massa $m = 5$ kg preso a um fio ideal descreve sobre uma superfície plana (s/atrato), uma circunferência de 4 m de raio, com velocidade $V = 10$ m/s. A força de atração no fio vale?

3. Qual a aceleração centrípeta da partícula que percorre uma circunferência de 6m de raio com velocidade de 30m/s?

Massa e Peso

Até o início deste século, antes de Einstein ter formulado a Teoria da Relatividade, a massa era definida como a quantidade de matéria de um corpo. Por exemplo, a massa de uma molécula era resultado da contagem de seu número de prótons e nêutrons. A partir da Teoria da Relatividade, a massa passou a ser relacionada também com a energia. Assim, o valor da massa da molécula é a soma dos prótons e nêutrons, menos a quantidade de energia perdida na ligação molecular, já que essa ligação implica perda de massa.

Atualmente a definição da Massa é a seguinte:

Massa é a medida da inércia de um corpo, ou seja, da dificuldade que um corpo apresenta para entrar em movimento ou mudar o curso durante um movimento.

Veja agora a definição de Peso:

Peso é o resultado da força de atração que a Terra ou outro planeta exerce sobre um corpo. Apesar da diferença entre os conceitos de massa e peso, é comum haver confusão entre ambos, tomando-se peso por massa. O fato de existir uma unidade de massa chamada quilograma e uma unidade de força chamada quilograma-força contribui para aumentar a confusão. Para se calcular o peso usa-se a fórmula:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

Onde:
P = Peso
m = massa
g = Aceleração da Gravidade

Mas os conceitos de massa e peso são mesmo diferentes. Enquanto a massa é uma grandeza escalar e invariável no espaço, o peso é uma grandeza vetorial e variável no espaço, isto é, toma valores diferentes conforme o local em que esteja o corpo, pois a aceleração gravitacional varia. Por exemplo, quanto mais próximo do centro da Terra, maior será o peso de um corpo. Como a Terra é achatada nos polos, o peso é maior nessa região, pois aí a aceleração da gravidade é aproximadamente de 9,83 m/s². Já na linha do Equador, onde a aceleração da gravidade é de cerca de 9,78 m/s², o peso de um corpo é menor. Dessa forma, à medida que um corpo se afasta da Terra, seu peso vai diminuindo, até chegar muito próximo de zero. Na Lua, o peso de um corpo é cerca de seis vezes menor que na Terra. Entretanto, em qualquer ponto da Terra, na Lua ou em qualquer ponto do espaço a massa de um corpo apresenta sempre o mesmo valor. O que varia é a aceleração da gravidade.

Apesar de a aceleração da gravidade variar de um local para outro, adotamos em nosso estudo o valor de $g = 10 \text{ m/s}^2$, que na Terra corresponde a um valor médio.

Exemplo:

A. Um corpo tem massa de 40 Kg. Na Terra, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Qual o peso desse corpo na Terra?
- Sendo seu peso na Lua de 64 N, qual o valor da aceleração da gravidade na Lua?

Resolução:

$$P = m \cdot g$$

a) $P = 40 \cdot 10$
 $P = 400 \text{ N}$

b) $g = \frac{P}{m} = \frac{64}{40} \Rightarrow g = 1,6 \text{ m/s}^2$

Exercício

4. Um corpo de massa $m = 5 \text{ kg}$ é abandonado num local onde $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Qual o peso desse corpo?

Curiosidade

Massa e peso não são a mesma coisa

Quanto maior a massa de um corpo, maior será o seu peso. Porém, massa e peso não são grandezas iguais. A massa de um corpo é sempre a mesma em qualquer lugar da Terra ou do Universo, enquanto o peso varia, dependendo da força de atração que atua sobre ele.

Vamos supor que a massa de um astronauta seja de 70 kg. Na superfície da Terra, seu peso será de 686 N ou 70 kgf; a

uma altitude de 1 000 km, será de 518 N ou 53 kgf; já na superfície da Lua, será de 117 N ou 12 kgf. Se fosse possível ir ao Sol, lá, o peso desse mesmo astronauta seria de 19 180 N ou 1 957 kgf! Entretanto, sua massa continuaria sendo de 70 kg.

A confusão entre massa e peso se deve à definição de *quilograma-força*. Essa definição, na prática, estabeleceu que um corpo com massa de 1 kg tem, na superfície



Seja na Terra, na Lua ou em qualquer outro lugar, a massa desse senhor continua a mesma: 120 kg. O que muda é sua força-peso: 120 kgf na Terra e 20,58 kgf na Lua.

da Terra, peso de 1 kgf. Portanto, um corpo de 10 kg, pesa 10 kgf; um corpo de 20 kg pesa 20 kgf, e assim por diante.

O que é Energia

Energia é a capacidade que um corpo tem de realizar trabalho.

O calor, a eletricidade e o magnetismo são algumas das formas pelas quais a energia se manifesta.

Pode-se, no entanto, converter uma forma de energia em outra. Por exemplo, na lâmpada, a energia elétrica é transformada em energia térmica (calor) e luminosa; na locomotiva a vapor, a energia térmica é transformada em energia mecânica (movimento).

Nas lâmpadas incandescentes, a energia elétrica é transformada em calor (energia térmica) e luz (energia luminosa).

Nas locomotivas a vapor, a energia térmica resultante da queima de carvão é transformada em movimento (energia mecânica).

Na natureza existem vários tipos de energia: elétrica, térmica, mecânica, química, sonora, luminosa e nuclear. Agora iremos estudar a energia mecânica, que é base para a compreensão dos outros tipos de energia.

Numa usina hidrelétrica, a energia mecânica da água é transformada em energia elétrica.

Origem da Energia Solar

A energia do Sol é resultado de um processo chamado fusão nuclear, onde os átomos de hidrogênio, ao se combinarem, formam o átomo de hélio.

Na fusão nuclear ocorre uma grande liberação de energia. E é exatamente a energia de muitas fusões nucleares que forma a energia solar.

Será que um dia o Sol irá apagar-se?

Os estudiosos afirmam que sim. Dentro de cinco bilhões de anos, quando todos os átomos de hidrogênio (que são o combustível do Sol) se transformarem em hélio, a energia deixará de ser liberada, iniciando-se a extinção do Sol.

Energia Mecânica

A **Energia Mecânica** é aquela capaz de colocar os corpos em movimento.

Existem diversas modalidades de energia. Vamos estudar aqui a energia mecânica que se manifesta como energia cinética e energia potencial.



Energia Potencial (E_p). É a energia que depende da posição do corpo e que pode ser usada a qualquer momento para o corpo realizar trabalho.

A pedra no alto da montanha encontra-se a uma certa altura do solo e, devido à posição que ocupa, pode cair em queda livre. E você sabe que isso acontece porque a Terra exerce atração sobre os corpos situados em suas proximidades.



Quanto à próxima figura, observe que o arco está esticado, podendo a flecha ser lançada a qualquer momento.



Desses exemplos, podemos concluir que a energia potencial pode ser de dois tipos:

- ✓ Gravitacional, quando a posição do corpo pode levá-lo à queda livre;
- ✓ Elástica, quando a posição do corpo é associada a uma mola ou qualquer material elástico que possa lançar o corpo a certa distância.

Energia Cinética (E_c). É a que se manifesta nos corpos em movimento.

Exemplos: uma queda-d'água (como cachoeiras, bicas etc.), uma pessoa saltando do trampolim, uma flecha no ar e uma pedra em queda livre.

A Energia não pode ser criada nem destruída



Vamos utilizar o exemplo da cachoeira. No alto da cachoeira a porção de água possui determinada energia potencial (EP), pois a posição que aquela porção de água ocupa vai determinar sua queda livre.

À medida que aquela porção de água cai, sua altura em relação ao solo vai diminuindo, o que leva à diminuição também da energia potencial que ali estava armazenada. Enquanto isso acontece, há um aumento da velocidade da porção de água que cai. E como a velocidade aumenta à medida que a água cai, sua energia cinética (E_c) também aumenta. No entanto, não podemos dizer que durante a queda a energia potencial da porção de água foi destruída nem que sua energia cinética foi criada. O que aconteceu foi a transformação da Energia Potencial em Cinética.



Outro exemplo é a roda-d'água usada para movimentar moinhos.

Na saída da bica, a água possui certa energia potencial (E_p). À medida que aquela porção de água cai, sua altura em relação à roda diminui, enquanto sua velocidade aumenta. Com a redução da altura, a energia potencial da porção de água vai diminuindo, de modo que, quando a água atinge a roda, essa energia se reduz a zero. Em compensação, como a velocidade da

água aumenta à medida que ela cai, sua energia cinética também aumenta, indo de zero, no alto da bica (velocidade zero), até um certo valor ao chegar à roda, que então é posta em movimento. Da mesma maneira que foi dito sobre a queda-d'água, também no moinho a energia potencial da água é transformada em cinética, não ocorrendo destruição nem criação desses tipos de energia.

Tanto a cachoeira como a roda-d'água são bons exemplos do **Princípio da Conservação da Energia**, assim enunciado:

A energia é sempre conservada, transformando-se de potencial em cinética e vice-versa.

Unidades de Base do Sistema Internacional (SI)		
Grandezas Fundamentais	Unidades SI	
	Nome	Símbolo
Comprimento	Metro	m
Massa	Quilograma	kg
Tempo	Segundo	s
Corrente Elétrica	Ampére	A
Temperatura Termodinâmica	Kelvin	K
Quantidade de Matéria	Mol	mol
Intensidade Luminosa	Candela	cd
Grandezas Derivadas		
	Nome	Símbolo
Velocidade	Metro/segundo	m/s
Aceleração	Metro por segundo ao quadrado	m/s ²
Força	Newton	N
Quantidade de Movimento e Impulso	Quilograma vezes metro por segundo ou Newton vezes segundo	Kg.m/s ou N.s
Torque	Newton vezes metro	N.m
Constante Elástica	Newton por metro	n/m
Volume	Metro Cúbico	m ³
Densidade	Quilograma por metro cúbico	Kg/m ³
Superfície	Metro quadrado	m ²
Pressão	Pascal	Pa
Energia e Trabalho	Joule	J
Potência	watt	w
Frequência	Hertz	Hz
Velocidade Angular	Radiano por Segundo	rad/s
Temperatura	Graus Celsius	°C
Convergência	dioptria	di
Resistência Elétrica	ohm	Ω
Resistividade	ohm vezes Metro	Ω.m
Carga Elétrica	Coulomb	C
Campo Elétrico	Newton por Coulomb ou Volt por Metro	N/C ou V/m
Tensão Elétrica, Diferença de Potencial Elétrico ou Força Eletromotriz	Volt	V
Capacitância	Farad	f
Fluxo Magnético	Tesla	t
Campo Magnético	Weber	wb

Energia



Sempre que ocorre o deslocamento do Ponto de Aplicação de uma força, dizemos que foi realizado um trabalho.

Assim, o garoto da ilustração realizou um trabalho ao erguer a pedra.

Para poder aplicar uma força e levantar a pedra, o garoto utilizou a energia de seus músculos. Esse fato ocorre sempre: só é possível realizar trabalho usando energia.

Energia é a capacidade de realizar trabalho.

Enquanto o garoto não estava levantando a pedra, seus músculos estavam em repouso e a energia contida neles não estava sendo usada.

A energia armazenada nos músculos do garoto, como toda energia que não está sendo usada, é chamada de **Energia Potencial**. Por sua vez, a pedra levantada pelo garoto passou a ter energia, pois, se o garoto soltá-la, ela poderá realizar um trabalho:



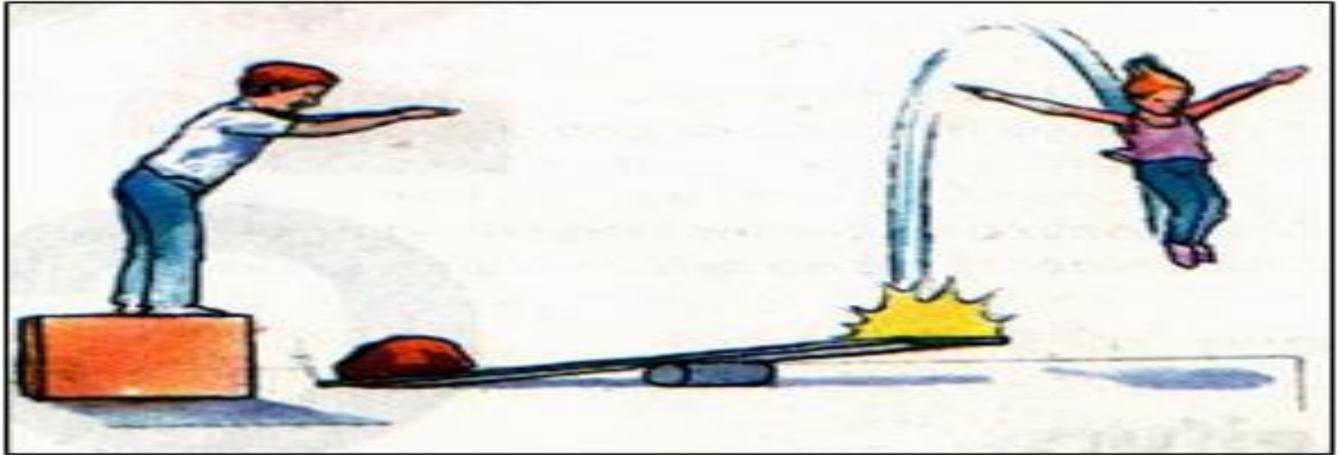
Enquanto está suspensa pelo garoto, a pedra possui uma forma de energia que não está sendo usada: a Energia Potencial.

Durante a queda, a pedra em movimento vai adquirindo um outro tipo de energia, chamada Energia Cinética.

Energia Potencial: energia armazenada.

Energia Cinética: energia de movimento.

Esta ilustração, comparada com a anterior, mostra que, quando a pedra é solta de uma altura maior, possui mais energia e, assim, pode realizar maior trabalho.



Em alturas menores a energia potencial de um corpo é menor que a desse mesmo corpo em alturas maiores.

À medida que um corpo cai, sua energia potencial diminui, até chegar ao chão, onde é **nula**. Durante a queda do corpo, a energia potencial é gradativamente transformada em energia cinética.

Quando a pedra estava suspensa e em repouso, sua energia cinética, que é a energia de movimento, era **nula** e a energia potencial era grande. No entanto, a partir do momento em que a pedra iniciou a queda, sua energia cinética foi aumentando e sua energia potencial foi diminuindo. No instante em que atingiu a gangorra, sua energia cinética era grande e a potencial nula.

Se somarmos, em cada instante, a Energia Potencial com a Cinética, vamos verificar que a energia total é constante.

Existem muitas formas de energia: mecânica, elétrica, térmica, química, nuclear, etc. Como você acabou de ler, a energia mecânica pode apresentar-se sob dois aspectos: Potencial - Ep e Cinética - Ec.

Saiba Mais...

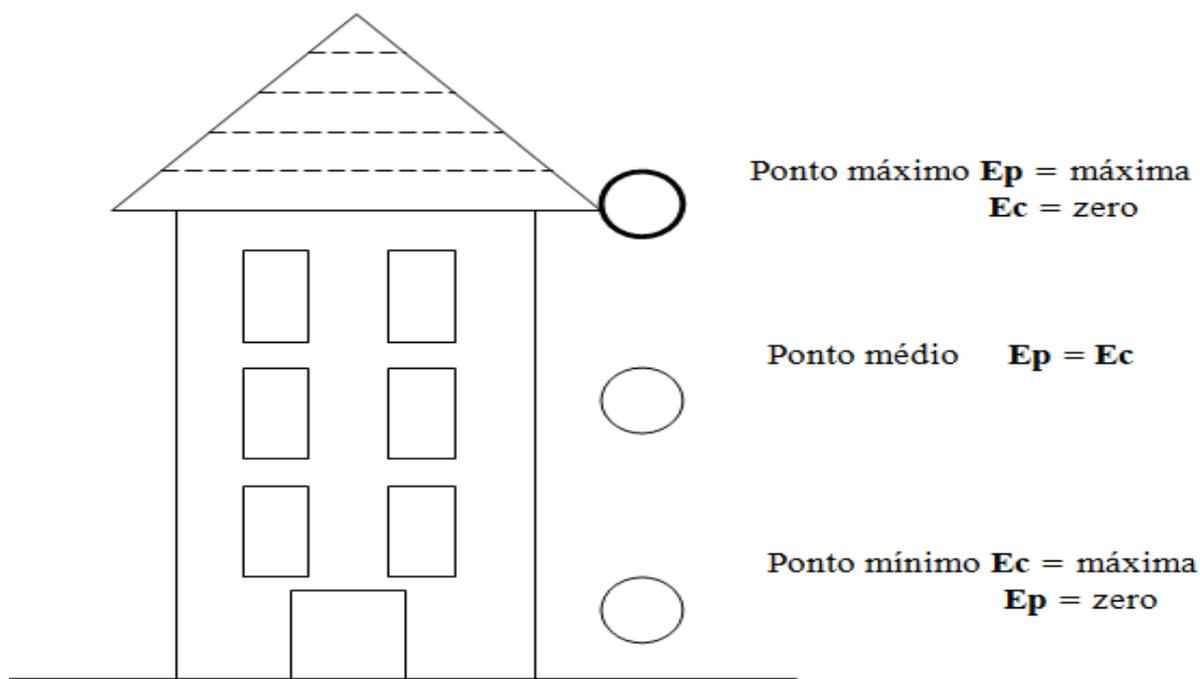
Energia Nuclear ou Atômica é a energia que se origina das Reações Nucleares.

Pode-se obtê-la pelo processo de fissão nuclear dos elementos químicos pesados (urânio e plutônio) em reatores nucleares, ou pelo processo de fusão nuclear dos elementos químicos leves (hidrogênio, transformando-se em hélio). Este último, de transformação de hidrogênio em hélio, acontece continuamente no interior do Sol e é responsável por toda a sua energia.

As reações nucleares de fissão trazem sérios riscos à segurança, pois o “lixo atômico” leva centenas de anos para reduzir sua radiatividade a níveis não prejudiciais à saúde da humanidade. Já as reações de fusão não têm sido implementadas pelo homem porque ainda requerem mais energia do que são capazes de gerar.

Observe a ilustração:

Uma bola abandonada do telhado de um prédio exemplificando a transformação de Energia Potencial em Cinética.



Lembre-se: No (S. I.) a unidade de medida de energia é dada em **joule (J)**.

Princípio de Conservação de Energia

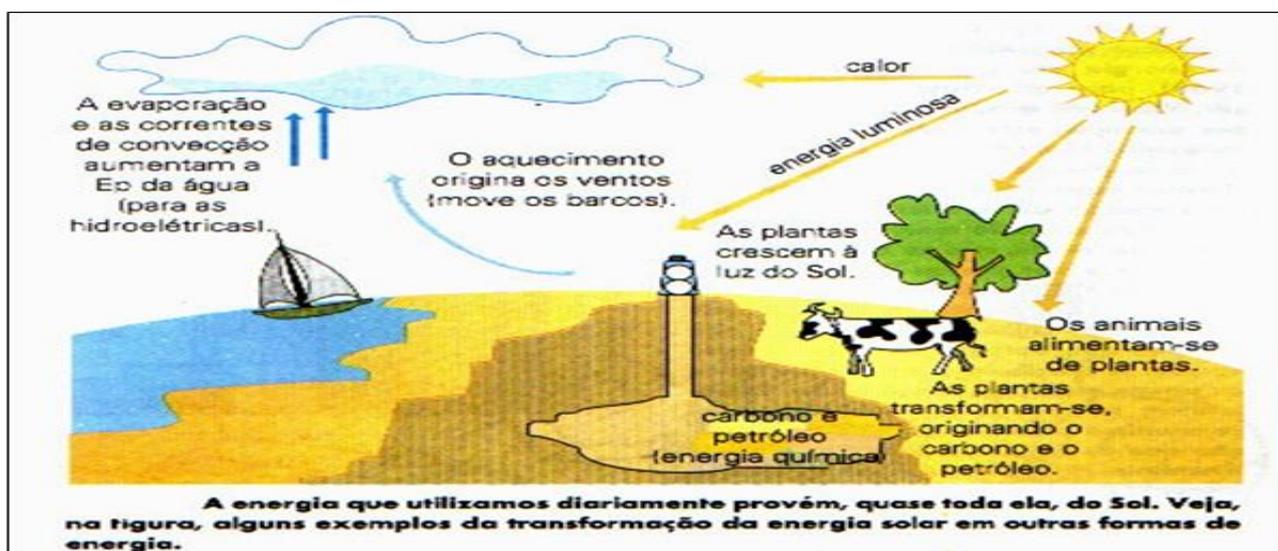
Em qualquer processo de transferência de energia, quando um sistema ganha energia, o outro perde.

Em consequência: “A energia não pode ser criada nem destruída, mas apenas transferida ou transformada. A energia total sempre permanece constante”.

Sol: a nossa principal fonte de energia

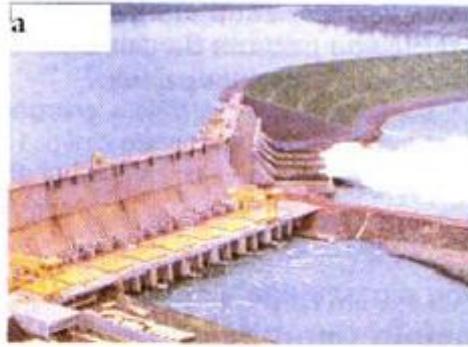
O Sol fornece energia em quantidade muito superior à que consumimos. Num país com a área territorial do Brasil, a energia recebida do Sol é milhares de vezes maior que a energia consumida.

Essa energia ainda não pode ser diretamente aproveitada de forma eficiente e barata. Porém, indiretamente, quase toda a energia de que dispomos se origina do Sol.



A energia está constantemente se transformando, mas não pode ser criada nem destruída.

- a) Em uma usina hidroelétrica, a energia mecânica da queda d'água é transformada em energia elétrica.
- b) Em uma locomotiva a vapor, a energia térmica é transformada em energia mecânica para movimentar o trem.
- c) Em uma usina nuclear, a energia proveniente da fissão dos núcleos atômicos se transforma em energia elétrica.
- d) Em um coletor solar, a energia das radiações provenientes do Sol se transforma em energia térmica para o aquecimento de água.



CESP-Depto. de Comunicações

Dr. Jeremy Burgess Science Ph. Library

Expressões que definem Energia:

Energia Potencial: $E_p = m \cdot g \cdot h$

Onde:

m = massa do corpo

g = aceleração da gravidade

h = altura

Energia Cinética: $E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$

Onde:

m = massa do corpo

v = velocidade

Energia Elástica: $E_{el} = \frac{K \cdot x^2}{2}$

Onde:

K = constante elástica da mola

x = deslocamento (deformação) da mola

Energia Mecânica: $E_m = E_p + E_c$

A Energia Mecânica é constante no Sistema Conservativo.

Exemplos:

A. Um corpo de 2 kg é abandonado de uma altura de 160 m. Calcular sua Energia Potencial, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução:

$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ kg} & E_p &= ? \\ g &= 10 \text{ m/s}^2 \\ h &= 160 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p &= m \cdot g \cdot h \\ E_p &= 2 \cdot 10 \cdot 160 \\ E_p &= 3200 \text{ J} \end{aligned}$$

B. Uma partícula de massa igual a 3 kg é abandonado de um farol, atingindo o solo com velocidade de 6 m/s. Determine sua energia cinética.

$$m = 3 \text{ kg} \quad v = 6 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{m \cdot v^2}{2} \\ E_c &= \frac{3 \cdot 6^2}{2} \end{aligned}$$

$$E_c = \frac{3 \cdot 36}{2}$$

$$E_c = 54 \text{ J}$$

C. Um objeto atinge uma mola cuja constante elástica $K = 100 \text{ N/m}$, e produz nela uma deformação de 0,2 m. Determine a energia potencial elástica do objeto armazenada pela mola.

$$x = 0,2 \text{ m} \quad K = 100 \text{ N/m}$$

$$E_p = \frac{Kx^2}{2} = \frac{100}{2} \cdot 0,2^2$$

Obs: $0,2^2 = 0,04$

$$E_p = \frac{100 \cdot 0,04}{2}$$

$$E_p = 2 \text{ J}$$

Exercícios

1. O que é Energia e como ela pode ser calculada? Dê exemplos de Transformação de Energia.

2. Qual a diferença entre Energia Cinética e Energia Potencial?

3. A Energia Cinética de um avião em pleno voo depende de sua:

- a) altitude
- b) massa e volume
- c) massa e altitude
- d) massa e velocidade

4. Para bater o seu próprio recorde em salto de vara, um atleta deve atingir uma altura de 5 m. Sabendo-se que a massa do atleta é de 65 kg e que não há perdas no sistema, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, a energia potencial adquirida é de:

- a) 3000 J
- b) 3250 J
- c) 3500 J
- d) 4000 J

5. Uma pessoa cai do 10º andar de um prédio. Se cada andar tem 3 m, desprezando a resistência do ar, qual é a velocidade que ele atinge o solo?

(Use: $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Conceito Físico de Trabalho

Observe as figuras:



No sentido usual, tanto o pedreiro quanto o professor estão trabalhando.

Trabalho, nesse caso, é definido como a realização de uma tarefa.

No sentido físico, entretanto, apenas o pedreiro realiza trabalho, pois ele aplica uma força ao carrinho, deslocando-o.

Em Física só existe trabalho quando, através da aplicação de uma força, há o deslocamento de um corpo; não havendo esse deslocamento, o trabalho é considerado nulo.

Trabalho é a capacidade que uma força tem de produzir deslocamentos, gastando para isso energia.

A garota da ilustração a seguir está erguendo seu caderno, que pesa um Newton (1N), a uma altura de um metro (1m) acima da mesa.



Portanto, ela realizou um trabalho, pois aplicou uma força igual ao peso do corpo, que é de 1N, e deslocou esse corpo (o caderno) a uma altura de 1 m.

Dizemos, então, que ela realizou um trabalho igual ao produto da força pelo deslocamento (espaço percorrido pelo corpo), na direção da força.

Costumamos representar o trabalho pela letra grega τ e representando a força por F e o deslocamento por d , temos:

$$\mathcal{E} = F \cdot d$$

Onde:

\mathcal{E} = trabalho

F = força

d = deslocamento

A Unidade de Trabalho no Sistema Internacional (SI) é o joule (J).

Pois: 1N (newton) • 1m (metro) = 1J (joule)

Para calcularmos o trabalho onde o ângulo formado entre a força e o deslocamento do corpo for maior do que 0°, usa-se a seguinte expressão:

$$\mathcal{E} = F \cdot d \cdot \cos \theta$$

Onde:

$\cos \theta$ = co-seno do ângulo formado entre a força e o deslocamento do corpo.

Exemplos:

A. Determine o trabalho realizado por uma força de 200N num deslocamento de 8m.

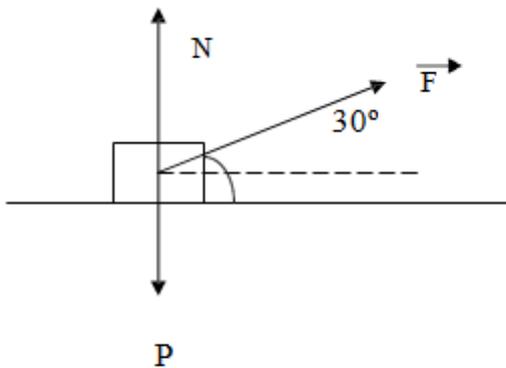
F = 200 N

d = 8 m

$\mathcal{E} = F \cdot d$

$\mathcal{E} = 200 \cdot 8 = 1600 \text{ N} \cdot \text{m}$

B. Um bloco de 18 kg, como indicado na figura abaixo, é arrastado por uma força de $10\sqrt{3}$ N, inclinada em 30° coma horizontal, deslocando-o em 5 m. Determine a força de reação normal de apoio e o trabalho realizado pela força. Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\cos 30^\circ = 0,86$.



1ª fórmula

$$P = N = m \cdot g$$

$$N = 18 \cdot 10$$

$$N = 180 \text{ N}$$

$$m = 18 \text{ Kg}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

2ª fórmula

$$\mathcal{C} = F \cdot d \cdot \cos 30^\circ$$

$$\mathcal{C} = 10 \sqrt{3} \cdot 5 \cdot 0,86$$

$$\mathcal{C} = 75 \text{ J}$$

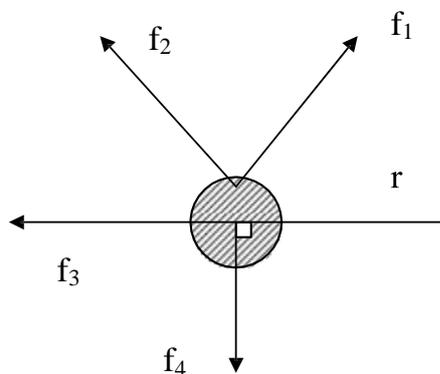
$$F = 10 \sqrt{3} \text{ N}$$

$$d = 5 \text{ m}$$

Exercícios

1. Na figura abaixo, um corpo se desloca ao longo da reta 'r' sob a ação das forças: f_1 , f_2 , f_3 e f_4 . A força cujo trabalho é nulo é:

- a) f_1
- b) f_2
- c) f_3
- d) f_4



2. Calcule o trabalho realizado por uma força de 58N, que desloca um objeto em 300 cm. (Transforme cm em m).

Potência

Define-se Potência, como sendo a rapidez com que o trabalho de uma força é realizado na unidade de tempo. Assim, uma máquina que realiza um trabalho rapidamente é considerada potente. No Sistema Internacional, a unidade de medida é dada em watt (w), nome do inventor da máquina a vapor. Outra unidade usada com frequência é o quilowatt (kw) = 1000w e mw (megawatt) 1000 000w ou 10⁶ w. Usa-se também o cv (cavalo-vapor) equivalente a 735 w e hp (horse-power) equivalente a 746w.

Como você leu acima, no Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de potência é o Watt (W), que é o trabalho de 1 joule em 1 segundo.

$$1 \text{ watt (W)} = \frac{1 \text{ J}}{\text{s}}$$

Outras unidades:

$$\begin{aligned} 1 \text{ CV} &= 735 \text{ W} \\ 1 \text{ HP} &= 746 \text{ W} \end{aligned}$$

Para calcularmos a potência usamos as seguintes expressões:

$$P = \frac{\mathcal{E}}{\Delta t} \quad \text{ou}$$

$$P = F \cdot v$$

Onde:

$$P = \text{potência} = \frac{\mathcal{E}}{\text{trabalho}}$$

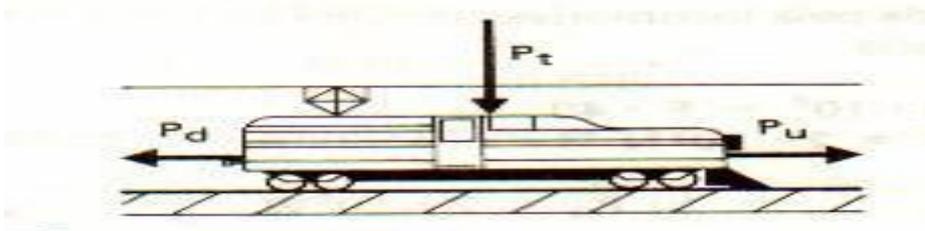
$$\Delta t = \text{variação do tempo} \quad F = \text{força} \\ v = \text{velocidade}$$

Rendimento

Imaginemos uma máquina qualquer que deve realizar determinado trabalho. Por exemplo, um trem elétrico.

Para o trem elétrico funcionar, devemos fornecer a ele uma potência denominada *potência elétrica* ou *potência total*. Por outro lado o trem desenvolve uma *potência útil* que provoca o seu deslocamento.

A potência útil é sempre menor que a potência total, pois uma parte da potência total é utilizada (perdida) para vencer as resistências passivas, representadas principalmente pelo atrito. A parcela da potência total que é perdida (dissipada) é denominada *potência dissipada* ou *potência perdida*.



Em que:

P_t é a potência total.

P_u é a potência útil.

P_d é a potência dissipada.

A relação entre essas grandezas é:

$$P_t = P_u + P_d$$

Para qualificar uma máquina quanto à sua eficiência, definimos a grandeza rendimento como sendo:



O rendimento de uma máquina é o quociente entre a potência útil e a potência recebida.

Observações:

Como o rendimento é o quociente entre duas grandezas de mesma unidade, ele é adimensional, isto é, sem unidade.

O rendimento pode ser expresso em porcentagem.

O rendimento é sempre menor do que 1 e maior ou igual a zero, isto é, $0 \leq \eta < 1$.

Exemplos:

A. Calcule a potência que necessita uma máquina para realizar um trabalho de 1200 J em 1 minuto.

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\Delta t = 60 \text{ s}$$

$$\mathcal{E} = 1200 \text{ J}$$

Fórmula:

$$P = \frac{\mathcal{E}}{\Delta t}$$

$$P = \frac{1200}{60}$$

$$P = 20 \text{ w}$$

B. Para arrastar um corpo de massa 100 kg entre dois pontos, com movimento uniforme, um motor de potência igual a 500 w opera durante 120s. Determine o trabalho motor realizado.

$$P = 500 \text{ W} \quad \Delta t = 120 \text{ s}$$

$$\mathcal{E} = P \cdot \Delta t$$

$$\mathcal{E} = 500 \cdot 120$$

$$\mathcal{E} = 60000 \text{ J}$$

Exercícios

1. O rendimento de uma máquina é de 60% e a Potência Total 250 W. Determine sua Potência Útil.

2. Transformar 3 . 104 CV em watts.

3. Calcule a potência de um motor cuja força realiza um trabalho de 600J em 8 segundos.

4. Uma máquina cuja potência útil é 2000 w realiza em 5 s um trabalho, em joule, de:

- a) 10000
- b) 5000
- c) 400
- d) 80

Impulso e Quantidade de Movimento

Impulso: quando exercemos uma força sobre um corpo por um determinado tempo, estamos dando a ele um Impulso. No S.I. (Sistema Internacional), a medida de impulso é dada em Newton vezes segundo (N.s).

Em consequência, o Impulso é uma Grandeza Vetorial. A expressão que define Impulso é:

$$I = F \cdot \Delta t$$

Onde:

I = impulso

F = força

Δt = variação de tempo

Quantidade de Movimento: define-se quantidade de movimento como sendo o produto da massa de um corpo pela sua velocidade vetorial. No S. I. (Sistema Internacional), a unidade de medida de quantidade de movimento é dada em quilograma vezes metro por segundo (kg.m/s). Em consequência, Quantidade de Movimento é uma Grandeza Vetorial. A expressão que define Quantidade de Movimento é:

$$Q = m \cdot v$$

Onde:

Q = quantidade de movimento

m = massa do corpo

v = velocidade

Observação:

Para o mesmo intervalo de tempo, o impulso da força resultante é igual à variação da quantidade de movimento, ou seja:

$$I_{FR} = Q_f - Q_i \quad \text{ou} \quad I_{FR} = \Delta Q$$

Exemplos:

A. Qual o impulso de uma força de 40 N durante 2 minutos?

$$F = 40 \text{ N}$$

$$\Delta t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$I = 40 \cdot 120$$

$$I = 4800 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Observação:

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{então: } 2 \cdot 60 = 120 \text{ s}$$

B. Um corpo de massa 2,4 T é lançado verticalmente para cima com velocidade inicial de 3 m/s. Qual a quantidade de movimento inicial desse corpo?

$$V = 3 \text{ m/s}$$

$$m = 2,4 \text{ T} = 2400 \text{ Kg}$$

$$Q = m \cdot v$$

$$Q = 2400 \cdot 3$$

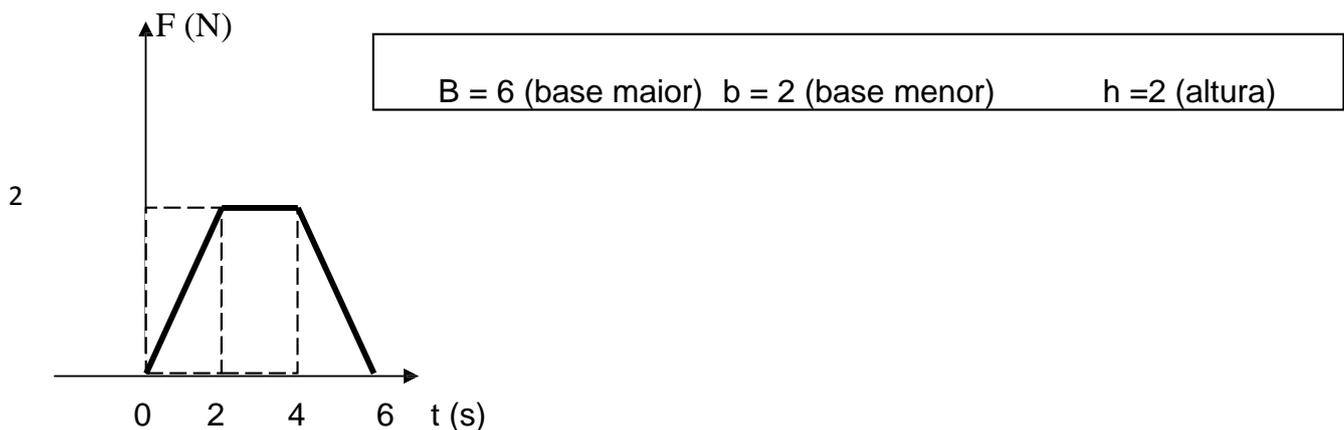
$$Q = 7200 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

Observação:

como 1 T = 1000 Kg

então: $2,4 \cdot 1000 = 2400 \text{ kg}$

C. O gráfico da figura abaixo mostra uma força aplicada a um corpo que varia com o tempo. Calcule o impulso provocado por essa força entre 0 e 6s.



Solução - neste caso o impulso é igual à área da figura desenhada pela força.

$I = \text{área do trapézio}$

$$I = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$I = \frac{(6 + 2) \cdot 2}{2}$$

$$I = 8 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Exercícios

1. O princípio físico que explica o recuo de uma arma ao disparar um projétil é:

- a) teoria do impulso
- b) conservação de energia
- c) conservação da quantidade de movimento
- d) teoria da energia cinética

2. Um vagão de trem, de massa M, e sua carga de massa m, têm velocidade v. A quantidade de movimento do conjunto é:

- a) $(M+m) \cdot v^2$
- b) $(M+m) \cdot v$
- c) $(M-m) \cdot v$

d) $(M-m) \cdot v^2$

3. Qual a intensidade do impulso de uma força $F = 20\text{N}$ durante 4 s.

4. Calcule a quantidade de movimento de uma partícula de massa 3 kg atingindo uma velocidade de 40 m/s.

Gravitação Universal

Desde as civilizações mais remotas, o homem sonha com a possibilidade de desvendar os mistérios do universo. Hoje, sabe-se que o sistema solar compõe-se de nove planetas que giram ao redor do Sol. Sendo Mercúrio o mais próximo do Sol e Plutão o mais distante. Até se chegar a esta conclusão, foram séculos de observações. Muitos foram os filósofos que se empenharam no sentido de explicar o comportamento dos corpos celestes.

Platão, Aristóteles e Ptolomeu consideravam a Terra o centro do universo (teoria geocêntrica). Copérnico considerou o Sol como sendo o centro do universo (teoria heliocêntrica).

Lei da Gravitação: De acordo com Newton, dois corpos se atraem com forças diretamente proporcionais ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da **distância** que os separa.

Para cálculo da **Força Gravitacional**, usamos a expressão:

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Onde:

F = força

G = constante de gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$ m_1 = massa do corpo 1

m_2 = massa do corpo 2

d^2 = distância ao quadrado

Exemplo:

A. Um corpo de massa $m_1 = 1,2 \text{ Kg}$ está a 2 m de outro de massa $m_2 = 4 \text{ Kg}$. Determine a intensidade da Força de Atração Gravitacional entre os dois:

Use:

$$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2}$$

$$m_1 = 1,2 \text{ kg} \quad m_2 = 4 \text{ kg} \quad d = 2 \text{ m}$$

$$F_g = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

$$F_g = \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 1,2 \cdot 4}{2^2}$$

$$F_g = \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 1,2 \cdot 4}{4}$$

$$F_g = 8,04 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

Exercício

1. Dois pontos materiais de massa $m_1 = 2 \text{ Kg}$ e $m_2 = 8 \text{ Kg}$ estão localizados a uma distância de 4 m um do outro. A força gravitacional entre elas é:

Use:

$$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2}$$

- a) $6 \cdot 10^{15} \text{ N}$
- b) $7 \cdot 10^{11} \text{ N}$
- c) $6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N}$
- d) nda

Pressão

Pressão é uma grandeza escalar que relaciona uma força resultante com a área de contato onde ela age. Em consequência, o valor da pressão não depende somente da intensidade da força aplicada, mas principalmente, da área de contato onde ela atua. No (S. I.) a unidade de medida de pressão é dada em pascal (Pa). $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

Pressão é definida por: $p = \frac{F}{A}$

Onde:

P = pressão

F = força ou peso

A = área

Exemplo:

Aplica-se uma força $F = 150 \text{ N}$ perpendicularmente sobre uma superfície de área 2 m^2 . Determine a pressão exercida sobre essa superfície.

$$p = \frac{F}{A}$$

$$p = \frac{150}{2}$$

$$p = 75 \text{ N/ m}^2$$

Exercício

1. Aplica-se uma força $F = 10 \text{ N}$ perpendicular sobre uma superfície quadrada de área $0,5 \text{ m}^2$. Determine a pressão exercida sobre a superfície.

Pressão nos Líquidos: o físico Blaise Pascal, foi um grande estudioso do comportamento dos líquidos e sobre os quais estabeleceu um importante princípio.

Outras conclusões também importantes:

- 1ª. A pressão em um líquido aumenta com a profundidade.
- 2ª. Todos os pontos horizontais de uma mesma profundidade têm a mesma pressão.
- 3ª. Num sistema de vasos comunicantes um líquido atinge o mesmo nível.

O princípio de Pascal contribuiu sobremaneira para criação da prensa hidráulica e do macaco hidráulico, bem como, todos os sistemas hidráulicos presentes nos automóveis, aviões, navios, etc.

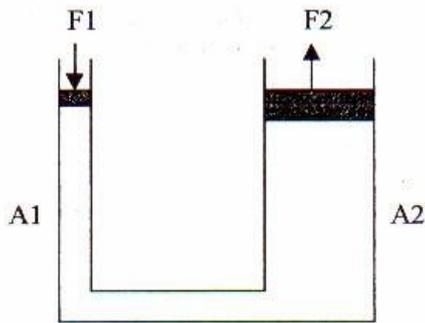
A expressão da prensa e macaco hidráulico é dada por:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

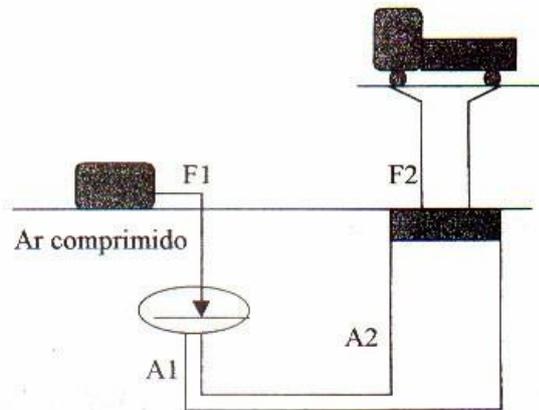
Onde:

- F1 = força 1
- A1 = área 1
- F2 = força 2
- A2 = área 2

A prensa hidráulica:



O macaco hidráulico:



Exemplo:

A. Uma prensa hidráulica tem êmbolos com áreas iguais a 0,1 m² e 0,8 m². Uma força de 18 N é aplicada sobre o êmbolo menor. Qual é a força resultante no êmbolo maior?

$$\text{Fórmula: } \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \frac{18}{0,1} = \frac{F_2}{0,8} \rightarrow 0,1 F_2 = 18 \times 0,8 \rightarrow F_2 = \frac{14,4}{0,1}$$

$$F_2 = 144 \text{ N}$$

Princípio de Arquimedes

Todo corpo mergulhado total ou parcialmente em um fluido, recebe deste uma força chamada empuxo (\vec{E}), vertical, de baixo para cima, com intensidade igual ao peso do volume de fluido deslocado, ou seja:

$$E = P_{F1} = d_{F1} \cdot V_d \cdot g$$

Densidade: densidade de um corpo é a relação entre sua massa e seu volume.

A expressão que define densidade é: $d = \frac{m}{V}$

Onde:

d = densidade

m = massa

V = volume

No Sistema Internacional a densidade é medida em quilograma por metro cúbico (kg/m³) MKS. Entretanto, é comum usar o grama por centímetro cúbico (g/cm³) CGS. Por exemplo, a densidade da água é igual 1 g/cm³.

Pressão Atmosférica: A massa de ar e gases existentes em volta de nosso planeta, exerce uma pressão sobre todos os corpos que estão na superfície da Terra. Essa pressão recebe o nome de pressão atmosférica e mede 76 cm Hg (centímetro de mercúrio) ou 1 atm (atmosfera) ao nível do mar.

Empuxo: Uma pessoa consegue boiar na água de uma piscina devido a ação de uma força natural, aplicada para cima, chamada empuxo. Quem melhor definiu empuxo foi Arquimedes, através do princípio que leva o seu nome.

Um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe verticalmente para cima, uma força denominada empuxo, cuja intensidade é igual ao peso do volume deslocado.

Observação:

Fluido: líquido ou gases que podem ser escoados facilmente.

A expressão que define empuxo é: $E = d \cdot V \cdot g$ ou $E = d_1 \cdot V_1 \cdot g$

Onde:

E = empuxo

d1 = densidade do líquido

V1 = volume do líquido g = gravidade = 10 m/s²

Peso Aparente: é o peso menos o empuxo $\longrightarrow Pa = P - E.$

Exercícios

1. Os navios flutuam devido aos seus cascos serem bem grandes, de tal modo que suas massas sejam bem distribuídas sobre as águas, mas principalmente devido ao:

- a) Princípio de Pascal
- b) Princípio de Arquimedes
- c) Efeito Joule
- d) Lei de Coulomb

2. A Prensa Hidráulica é uma aplicação prática do princípio de:

- a) Stevinc
- b) Pascal
- c) Bernoulli
- d) Arquimedes

3. A massa de 1 litro de álcool é 800 g. A densidade do álcool, em g/cm^3 é:

- a) 0,8
- b) 1,25
- c) $1/800$
- d) 800

Use: 1 litro = 1000 cm^3

4. Uma esfera de alumínio ocupa um volume de 300 cm^3 e possui massa de 450 g. O valor da densidade da esfera é em g/cm^3 :

- a) 2
- b) 3
- c) 1,5
- d) 4

5. Uma Prensa Hidráulica tem dois êmbolos de áreas iguais a 10 cm^2 e 80 cm^2 . Calcular a força transmitida ao êmbolo (pistão) maior, quando se aplica ao menor uma força de 120N.

Tabela Trigonométrica

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente	Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
1°	0,017 5	0,999 8	0,017 5	46°	0,719 3	0,694 7	1,035 5
2°	0,034 9	0,999 4	0,034 9	47°	0,731 4	0,682 0	1,072 4
3°	0,052 3	0,998 6	0,052 4	48°	0,743 1	0,669 1	1,110 6
4°	0,069 8	0,997 6	0,069 9	49°	0,754 7	0,656 1	1,150 4
5°	0,087 2	0,996 2	0,087 5	50°	0,766 0	0,642 8	1,191 8
6°	0,104 5	0,994 5	0,105 1	51°	0,777 1	0,629 3	1,234 9
7°	0,121 9	0,992 5	0 122 8	52°	0,788 0	0,615 7	1,279 9
8°	0,139 2	0,990 3	0,140 5	53°	0,798 6	0,601 8	1,327 0
9°	0,156 4	0,987 7	0,158 4	54°	0,809 0	0,587 8	1,376 4
10°	0,173 6	0,984 8	0,176 3	55°	0,819 2	0,573 6	1,428 1
11°	0,190 8	0,981 6	0,194 4	56°	0,829 0	0,559 2	1,482 6
12°	0,207 9	0,978 1	0,194 4	57°	0,838 7	0,544 6	1,539 9
13°	0,225 0	0,974 4	0,230 9	58°	0,848 0	0,529 9	1,600 3
14°	0,241 9	0,970 3	0,249 3	59°	0,857 2	0,515 0	1,664 3
15°	0,258 8	0,965 9	0,267 9	60°	0,866 0	0,500 0	1,732 1
16°	0,275 6	0,961 3	0,286 7	61°	0,874 6	0,484 8	1,804 0
17°	0,292 4	0,956 3	0,305 7	62°	0,882 9	0,469 5	1,880 7
18°	0,309 0	0,951 1	0,324 9	63°	0,891 0	0,454 0	1,962 6
19°	0,325 6	0,945 5	0,344 3	64°	0,898 8	0,438 4	2,050 3
20°	0,342 0	0,939 7	0,364 0	65°	0,906 3	0,422 6	2,144 5
21°	0,358 4	0,933 6	0,383 9	66°	0,913 5	0,406 7	2,246 0
22°	0,374 6	0,927 2	0,404 0	67°	0,920 5	0,390 7	2,355 9
23°	0,390 7	0,920 5	0,424 5	68°	0,927 2	0,374 6	2,475 1
24°	0,406 7	0,913 5	0,445 2	69°	0,933 6	0,358 4	2,605 1
25°	0,422 6	0,906 3	0,466 3	70°	0,939 7	0,342 0	2,747 5
26°	0,438 4	0,898 8	0,487 7	71°	0,945 5	0,325 6	2,904 2
27°	0,454 0	0,891 0	0,509 5	72°	0,951 1	0,309 0	3,077 7
28°	0,469 5	0,882 9	0,531 7	73°	0,956 3	0,292 4	3,270 9
29°	0,484 8	0,874 6	0,554 3	74°	0,961 3	0,275 6	3,487 4
30°	0,500 0	0,866 0	0,577 4	75°	0,965 9	0,258 8	3,732 1
31°	0,515 0	0,857 2	0,600 9	76°	0,970 3	0,241 9	4,010 8
32°	0,529 9	0,848 0	0,624 9	77°	0,974 4	0,225 0	4,331 5
33°	0,544 6	0,838 7	0,649 4	78°	0,978 1	0,207 9	4,704 6
34°	0,559 2	0,829 0	0,674 5	79°	0,981 6	0,190 8	5,144 6
35°	0,573 6	0,819 2	0,700 2	80°	0,984 8	0,173 6	5,671 3
36°	0,587 8	0,809 0	0,726 5	81°	0,987 7	0,156 4	6,313 8
37°	0,601 8	0,798 6	0,753 6	82°	0,990 3	0,139 2	7,115 4
38°	0,615 7	0,788 0	0,781 3	83°	0,992 5	0,121 9	8,144 3
39°	0,629 3	0,777 1	0,809 8	84°	0,994 5	0,104 5	9,514 4
40°	0,642 8	0,766 0	0,839 1	85°	0,996 2	0,087 2	11,430 1
41°	0,656 1	0,754 7	0,869 3	86°	0,997 6	0,069 8	14,300 7
42°	0,669 1	0,743 1	0,900 4	87°	0,998 6	0,052 3	19,081 1
43°	0,682 0	0,731 4	0,932 5	88°	0,999 4	0,034 9	28,636 3
44°	0,694 7	0,719 3	0,965 7	89°	0,999 8	0,017 5	57,290 0
45°	0,707 1	0,707 1	1,000 1				

